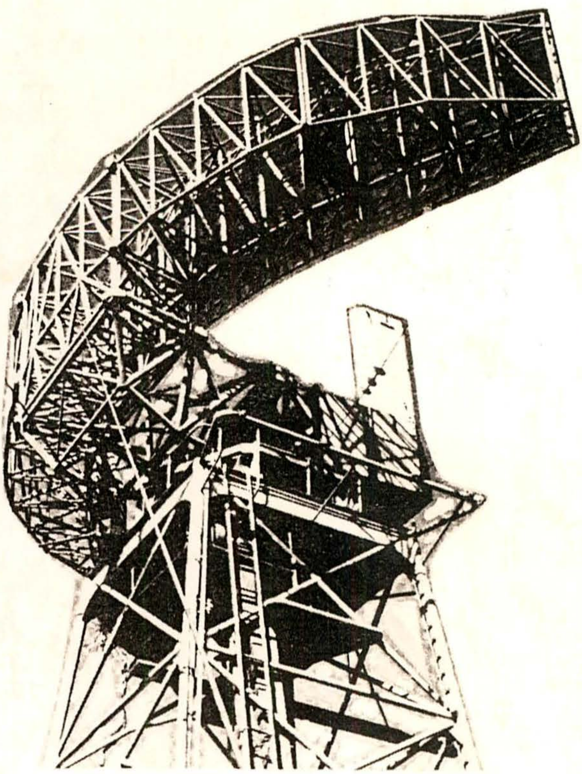
Giovanni Picardi

ELABORAZIONE DEL SEGNALE RADAR

Metodologie ed applicazioni



Collana scientifica

FrancoAngeli

Fantomas Ping



Giovanni_Picardi
Ha avuto un ruolo da protagonista anche per i radar presenti nelle missioni in corso su Marte e Saturno: da Mars Express dell’Agenzia Spaziale Europea (Esa), Mars Reconnaissance Orbiter della Nasa, Cassini, la missione nata dalla collaborazione fra Nasa, Asi ed Esa per esplorare il pianeta degli anelli e alcune delle sue lune. La sua genialita’ e il suo impegno, per cui godeva di una indiscussa e altissima stima internazionale in particolare presso il Jet Propulsion Laboratory della Nasa, sottolinea l’Asi, hanno prodotto innovativi concetti di sistemi radar in grado di svelare gli aspetti piu’ nascosti di mondi quali Marte e la luna di Saturno, Titano. Picardi ha contribuito anche a realizzare l’avanzato e innovativo sistema italiano COSMO-SkyMed per l’osservazione della Terra con tecniche radar ad apertura sintetica. Prima di arrivare alla Sapienza, nel 1975 dove ha insegnato Sistemi di Telerilevamento, Picardi aveva anche insegnato per anni Cibernetica e Teoria dell’Informazione all’universita’ di Perugia.

Giovanni Picardi

ELABORAZIONE DEL SEGNALE RADAR

Metodologie ed applicazioni

Collana scientifica

FrancoAngeli

Questo volume e´ stato realizzato con il contributo del M.P.I.

Gli argomenti relativi al Cap.6 e Cap.11 sono stati sviluppati nell´ambito di contratti fra il Dip. Info-Com e la Selenia S.p.A. (Via Tiburtina km 12.4 - Roma)

Le figure del Cap. 7 sono state realizzate con sistema CAD dalla STETI (Via Tiburtina 1018 - Roma)

Finito di stampare nell'aprile 1988

I lettori che desiderano essere regolarmente informati sulle novità pubblicate dalla nostra Casa Editrice possono scrivere, mandando il loro indirizzo, alla "Franco Angeli, Viale Monza 106, 20127 Milano", ordinando poi i volumi direttamente alla loro Libreria.

A Silvana

INDICE

3. CENNI SULLA FUNZIONE DI AMBIGUITA' E SULLA SCELTA DELLE FORME D'ONDA

4. ELABORAZIONE DEL SEGNALE IN DISTANZA

5. ELABORAZIONE MTI E TECNICHE DI FILTRAGGIO AZIMUTALE

9. IL RADAR DI IMMAGINE

10. RADAR ALTIMETRIA ED IL TELERILEVAMENTO OCEANICO

11. APPARATI E TECNICHE SPECIALI

LISTA DEI SIMBOLI

a	raggio terrestre, rapporto segnale-rumore
A_e	area efficace dell´antenna
A/D	convertitore analogico digitale
AFC	controllo automatico di frequenza
ATCR	radar per il controllo del traffico terrestre
b	dimensioni trasversali dell´antenna
B	larghezza di banda
B_A	larghezza di banda del chirp "azimutale"
B_{AS}	larghezza di banda del chirp "azimutale-squinted"
B_{IF}	larghezza di banda a media frequenza
B_r	larghezza di banda connessa al modello segnale fluttuante
c	velocita´ della luce ($3 \cdot 10^8$ m/sec)
C	capacita´ di canale
C_a	clutter atmosferico
CA	"Clutter Attenuation"
CAT	"Cell Averaged Threshold"
CCD	"Charge coupled devices"
C_{dt},C_{dtn}	caratteristica del discriminatore di tempo
CFAR	"Constant False Alarm Rate"
CFT	"Chirp Fourier Transform"
Coho	"Coherent Oscillator"
CPI	"Coherent Processing Interval"
CW	onda continua ("Continuous Wave")
D	dinamica amplificatore logaritmico, sbilanciamento, profondita´ di campo
DBF	"Digital Beam Forming"
DEL	Discriminatore "Early-Late"
DFT	"Discrete Fourier Transform"
DOF	"Depth Of Field" - profondita´ di campo
D.R.	"Data Rate"
ECCM	"Electronic Counter Counter Measures"
ECM	"Electronic Counter Measures"
f_c	frequenza di campionamento
f_d	frequenza doppler
f.d.o.	forma d´onda
f_{IF}	frequenza intermedia
f_o	spaziatura in frequenza dei filtri (altimetri)

f_{OL}	frequenza dell'oscillatore locale
f_r	frequenza di ripetizione (v. PRF)
f_R	frequenza del segnale in ricezione
f_s	frequenza di scansione conica
f_T	frequenza di trasmissione
F	larghezza di banda di un filtro (noise)
F.D.	discriminatore di fase ("Frequency Detector")
FFT	"Fast Fourier Transform"
G	guadagno di antenna massimo, guadagno
GOT	"Greatest Of Threshold"
h_a	altezza dell'antenna
h_t	altezza del bersaglio
IF	"Improvement Factor", Amplificatore a frequenza intermedia
ISLR	"Integrated Side Lobe Ratio"
k	costante di proporzionalita', gradiente angolare
k_a	coefficiente dell'errore di accelerazione
k_s	" " " di posizione
k_v	" " " di velocita'
K	costante di Boltzman, coefficiente di stima, guadagno di anello
K_B	stato del mare (scala Beaufort)
K_d	caratteristica del discriminatore di fase
K_g	coefficiente per la descrizione analitica del "glint"
L	perdite ("Loss")
L_a	lunghezza di una antenna ad array, perdite atmosferiche
L_f	perdite per fluttuazione
L_i	perdite per integrazione non coerente
LPI	radar a bassa probabilita' di intercettazione
L_r	perdite nel ricevitore
L_s	lunghezza di una antenna sintetica
L_{so}	lunghezza di una antenna sintetica massima
L_t	perdite nel trasmettitore
L_T	dimensione massima di un aereo
m	rapporto fra componente fissa e fluttuante per un clutter (in tensione)
m_i	i-esimo momento di una distribuzione
M	seconda soglia degli estrattori
MCM	Moltiplica-Convolvi-Moltiplica

MLE	"Maximum Likelihood Estimator"
MTD	"Moving Target Detector"
MTI	"Moving Target Indicator"
n	numero di celle in distanza
N	numero di impulsi nel "time on target" (impulsi nel fascio), numero di bit
N_F	numero di filtri
N_L	numero dei Look (SAR)
O.L.	Oscillatore Locale
$p(t,f)$	funzione di scatter
P_c	potenza del clutter
P_D	probabilita´ di rivelazione ("Detection")
P.D.	rivelatore di fase (Phase Detector)
P_{fa}	probabilita´ di falso allarme
PLL	Phase-Locked-Loop
P_m	potenza media
P_N, P_n, P_H	potenza di rumore
P_p	potenza di picco
PRF	frequenza di ripetizione ("Pulse Repetition Frequency")
P_r, P_s	potenza del segnale
$q(r)$	d.d.p. Rayleigh
$q_s(r)$	d.d.p. Rice
r	uscita da un rivelatore di inviluppo, intensita´ della pioggia
R	distanza antenna-bersaglio
R^*	distanza critica per effetti di multipath
R_1^*	distanza critica per curvatura terrestre
R_{AZ}	risoluzione azimutale per un radar convenzionale
R_{AZn}	risoluzione azimutale per un SAR non focalizzato
R_{AZs}	risoluzione azimutale per un SAR focalizzato (antenna sintetica)
R_{AZsS}	risoluzione azimutale per un SAR "squinted"
R_c	capacita´ di canale trasmissiva
$\underline{R}_c$	matrice di correlazione del clutter e rumore
$\underline{R}_{cc}$	matrice dei coefficienti di correlazione
R_D	risoluzione in distanza
RF	Radio Frequenza
R_{ij}	elemento i-j della matrice di correlazione
R_{max}	portata radar
$R_{n.a.}$	massima distanza non ambigua
R_r	risoluzione radiometrica

R.S.	rapporto di soppressione
s	rapporto segnale-rumore (in tensione)
s^2	rapporto segnale-rumore (in potenza) riportato in media frequenza
s_a^2	rapporto segnale di picco-rumore in uscita da filtro adattato
s_0	rapporto segnale-rumore (in potenza) minimo al fine della rivelabilita´
S	coefficiente di Skewness
SCV	"subclutter visibility"
S.L.	rapporto picco lobi laterali (Side-Lobe-Ratio)
STALO	"Stable Local Oscillator"
STC	"Sensitivity Time Control"
SWH	altezza significativa delle onde
T	intervallo di tempo di interrogazione ($=1/f_r$)
T_A	durata del chirp azimutale
T_c	intervallo di campionamento
T_e	intervallo di tempo di elaborazione
T_E	dinamica massima delle onde
T_{fa}	tempo di falso allarme
T_M	tempo di elaborazione massimo
T_n	durata del chirp da comprimere nel SAR non focalizzato
T_s, T	soglia del sistema decisionale
T_u	zona dei ritorni utili nei SAR
v	velocita´
v_r	proiezione della velocita´
w_i	peso i-esimo di filtri trasversali
$W(\cdot)$	densita´ spettrale monolatera
$W'(\cdot)$	densita´ spettrale bilatera
$W_{NH}(\cdot)$	densita´ spettrale monolatera del rumore in uscita da un filtro con funzione di trasferimento H(j)
x_d	degradazione in sensibilita´
α	fattore di forma della distribuzione Weibull - guadagno ampl. logaritmici
α_0	angolo di off-nadir
α^0	attenuazione atmosferica
β	guadagno in discesa (accumulatori), fattore di contaminazione per la normale-contaminata, banda equivalente, fattore di depolarizzazione

γ guadagno di integrazione, angolo di osservazione relativo all'asse dell'antenna, angolo di incidenza

γ_c livello normalizzato quadratico medio dei lobi laterali

γ_m sfasamento elettrico

δ errore di approssim. degli ampl. logaritmici, drift, perdita, fattore di sbiancamento, durata dell'impulso compresso (in ricezione), allargamento del lobo centrale

δ_L perdita di un elaboratore in dB

Δ perdita

ε errore angolare di inseguimento, rapporto di ellitticita' della polarizzazione

ε_τ errore in distanza

η rapporto incremento gate - durata dell'impulso, riflettivita' volumetrica, densita' spettrale di potenza monolatera del rumore

η_T livello del rumore sotto la portante (dB/Hz)

ϑ_A apertura azimutale di una antenna (SAR)

$\vartheta, \vartheta_B, \vartheta_g$ apertura del fascio di antenna

ϑ_e apertura in elavazione di una antenna (SAR)

ϑ_o apertura in azimut del fascio di antenna

ϑ_q angolo di squint

ϑ_{t1} angolo del primo lobo d'antenna (multipath)

λ_n riflettivita' normalizzata

μ larghezza di banda di un chirp

μ_i i-esimo momento centrato di una distribuzione

ϱ coefficiente di riflessione, coefficiente di correlazione

ϱ_a efficienza di apertura

ϱ_d coefficiente di riflessione diffusa

ϱ_{ij} elemento i-j della matrice dei coefficienti di correlazione

ϱ_s coefficiente di riflessione speculare

σ cross-section o sezione d'urto

σ_A contributo dell'antenna alla larghezza spettrale del clutter

σ_c tempo di salita dell'eco da radar altimetri

σ_f	larghezza spettrale del clutter
σ_g	fattore di forma della distribuzione log-normale
σ_h	deviazione standard superficiale, valore efficace dell'altezza delle onde
σ, σ_N	deviazione standard del rumore
σ^0	riflettivita' superficiale
σ_p	risoluzione propria del radar
σ_v	dispersione della velocita'
τ	durata dell'impulso radar, costante di tempo
τ_R	distanza radar
φ_s	fase del coefficiente di riflessione speculare
Φ	angolo di inclinazione fra piani bersaglio-meridiano
Φ_o	apertura in elevazione del fascio di antenna
ψ	angolo di grazing
ω_a	velocita' angolare di una antenna
Ω	velocita' angolare

PREFAZIONE

"Dovunque noi siamo è paradiso!"
Kenneth Patchen

In questo volume vengono trattate le metodologie di approccio alla sintesi ed analisi dei sistemi di telerivelamento radar, con particolare riguardo alla struttura di elaborazione.

Vengono indicate anche metodologie di analisi degli errori introdotti dalle caratteristiche reali dei vari sottosistemi.

Diversi apparati vengono analizzati anche se le metodologie proposte sono applicabili a delle categorie di sistemi ben piu´ estese.

Sono grato ai colleghi e collaboratori del Dipartimento INFO-COM e delle Industrie (operanti nel settore) che mi hanno aiutato nelle varie fasi del lavoro e nella definizione degli argomenti e agli studenti che con la loro attenzione e le loro osservazioni hanno suggerito la realizzazione di questo volume.

Sono in particolare grato alla Sig.ra Mancini che con dedizione e passione ha curato il lavoro di "editing".

L´autore

1. PRINCIPI DI TECNICHE RADAR

1.1. Introduzione

Ogni apparato utile alla localizzazione elettromagnetica di oggetti nello spazio si definisce Radar (da Radio Detection And Ranging).

Con il Radar infatti e´ possibile rivelare (detection) e misurare la distanza (range) di un oggetto nello spazio; inoltre e´ possibile valutare la variazione della distanza nel tempo ed anche gli angoli corrispondenti.

Il radar ha una capacita´ di penetrare la nebbia, il fumo e la pioggia, capacita´ senza meno migliore che quella propria di ogni tecnica che lavori a frequenze ottiche (nel visibile e nell´infrarosso IR).

Per sua natura il radar puo´ essere considerato un sensore attivo e come tale riesce a misurare distanze ed angoli, mentre i sensori passivi (quali IR, visibile...) misurano solo angoli, ma con migliore precisione. D´altro canto, come sensore attivo, il radar puo´ essere facilmente disturbato e quindi e´ nata una nuova disciplina che va sotto il nome di "guerra elettronica".

Converra´ ora fare un cenno sulla storia radar e sulle applicazioni cosi´ da arrivare ad una prima classificazione.

Durante l´ultima guerra mondiale l´Inghilterra usava i radar per scoprire la posizione e la velocita´ oltre che la direzione di provenienza dei bombardieri tedeschi.

All´inizio degli anni 50 apparvero i missili per la difesa contro i bombardieri e quindi si e´ avuto necessita´ oltre che di radar di avvistamento anche di inseguimento.

Allo stesso tempo si comincio´ a pensare ai sistemi di difesa di interi territori contro minacce intercontinentali; nacquero allora dei sistemi giganteschi che avevano bisogno di tecniche d´avanguardia in campo radar, calcolatori, comunicazioni e presentazioni.

D´altra parte il progredire della aeronautica ha comportato la necessita´ di rilevare bersagli lontanissimi di dimensioni minime in tempi minimi.

Tutto questo ha portato ad impiegare notevoli sforzi finanziari e si sono creati metodi e tecniche sofisticate di elaborazione e decisione.

Di pari passo i radar sono stati impiegati nei sistemi di controllo del traffico aereo (ATC - Air Traffic Control), in campo meteorologico, per la rivelazione di mappe terrestri ed infine in astronomia, ad esempio per l'analisi della superficie lunare.

Un sistema per il controllo del traffico aereo di un grande aeroporto e' costituito da un grande numero di apparati elettronici controllati da personale specializzato. Il cervello del sistema risiede in una stanza dove esistono un insieme di terminali su cui il controllore, che e' a conoscenza del piano di volo, verifica le varie fasi del volo e puo' dialogare con il personale di bordo e con gli altri controllori. E' compito suo valutare i dati radar ed i dati di un eventuale trasponditore (beacon), che ormai i piu' recenti aerei adottano. Un trasponditore e' un sistema che una volta interrogato risponde con un codice particolare che puo' essere elaborato in modo conveniente. L'uso di tali sistemi potrebbe indebolire l'impiego degli ATC negli anni a venire.

Un tipico radar ATC ha un'antenna che rotea meccanicamente su 360°, compiendo alcuni giri completi in un minuto. Il fascio azimutale e' largo qualche grado, mentre il verticale qualche decina di gradi. Il radar invia dei pacchetti di radio frequenze e, mentre il fascio investe un determinato bersaglio, ad es. aereo, il sistema di ricezione e' abilitato a ricevere l'eco di ritorno, che tornera' con un ritardo proporzionale alla distanza radar-bersaglio. Dopo un certo tempo (tempo di ripetizione T)(*), proporzionato usualmente alla massima distanza di osservazione o portata (R_{max}) ($T \geq 2R_{max}/c$ dove c e' la velocita' della luce), il radar invia di nuovo un impulso cui corrispondera' una nuova eco ed il processo continua. Naturalmente il numero degli echi per un determinato bersaglio durante un giro d'antenna o scansione dipendera' dalla velocita' di rotazione della antenna stessa, dalla f_r=1/T oltre che dalla dimensione del bersaglio. Elaborando queste informazioni, magari su scansioni successive e' possibile assumere la decisione di pre-

---

(*) L'inverso di T viene indicato con il nome di frequenza di ripetizione f_r (PRF - Pulse Repetition Frequency) radar ed i vari ritorni nell'ambito di una interrogazione (ossia nel tempo T) costituiscono una traccia o sweep.

senza del bersaglio di centinaia di aerei e fornire ai controllori le varie traiettorie.

Durante le piu´ recenti azioni belliche sono nati nuovi problemi come quelli di rilevare le linee dei rifornimenti. Ossia il problema consiste nel rilevare la presenza di uomini e autocarri su particolari territori, a questo si aggiunge la necessita´ di scoprire o proteggere aerei in volo radente sulla superficie terrestre, modalita´ operativa sempre piu´ adottata per rendere difficile la visibilita´. Inoltre si pone il problema di ricercare i dispersi nei boschi.

Tutte queste problematiche hanno come caratteristica comune quella di rilevare oggetti minimi in un ambiente fortemente disturbato. Il meccanismo piu´ usato per rivelare deboli segnali in detto ambiente e´ quello dell´analisi dell´effetto doppler, che consente la misura della differente velocita´ degli oggetti mobili rispetto ad oggetti fissi.

In realta´ piu´ volte si e´ tentato di realizzare un vero riconoscimento dell´oggetto in esame, tramite una analisi dei contorni dell´oggetto stesso ed un confronto con sagome possibili e memorizzate (riconoscimento di configurazioni - Pattern recognition). Questa tecnica ha portato negli ultimi anni a risultati soddisfacenti solo per oggetti in ambiente poco disturbato; peraltro le alte risoluzioni richieste ed i problemi connessi normalmente ne sconsigliano l´impiego nelle applicazioni usuali specie se di tipo civile.

Al rilevamento di un aereo o missile (bersaglio) spesso fa seguito una tecnica di inseguimento, realizzabile ad esempio tramite una "finestra" che insegue in distanza un punto caratteristico dell´eco di ritorno (ad es. il punto mediano relativo al fronte d´onda di salita, o anche sul suo baricentro).

A questa azione di inseguimento in distanza corrisponde anche quella di inseguimento in angolo, per cui un´antenna con fascio a sezione circolare di dimensioni minime (circa 1°-3°) (antenna a "pencil") rotea intorno alla direzione, da cui proviene l´eco del bersaglio, e automaticamente si punta nella direzione voluta (tecnica a scansione conica).

Una diversa tecnica corrisponde a realizzare piu´ fasci (quattro) contemporaneamente presenti con gli assi relativi leggermente spaziati in angolo (la spaziatura angolare e´ dell´ordine delle dimensioni del singolo fascio di antenna); dai vari ritorni sui vari fasci e´ possibile individuare la elevazione e l´azimut del bersaglio (relativamente all´asse mediano) e quindi puntare su di esso tutta l´antenna (tecnica monopulse).

Onde tentare una prima classificazione di possibili im-

pieghi dei radar converra' ricorrere alla schematizzazione che segue individuando possibili applicazioni in campo civile e militare.

In campo civile:

- navigazione navale — in condizioni di scarsa visibilita'
- navigazione aerea
- altimetri — (per la misura della quota di volo)
- controllo di velocita' dei veicoli
- meteorologia — (per individuare e seguire gli spostamenti delle grandi perturbazioni)

In campo militare:

- navigazione navale e aerea
- scoperta e localizzazione a distanza di mezzi aerei, navali e terrestri
- controllo del tiro
- guida dei missili

Altre problematiche possono essere risolte dai radar in particolare verra' fatto cenno alle applicazioni inerenti l'analisi da "space shuttle" o satelliti delle "risorse terrestri", sia con i radar ad apertura sintetica (S.A.R. - Synthetic Aperture Radar), per realizzare una specie di fotografia della terra con risoluzione dell'ordine di una decina di metri dall'altezza di 200 o 800km, che con gli altimetri per la individuazione della forma del geoide e lo stato degli oceani.

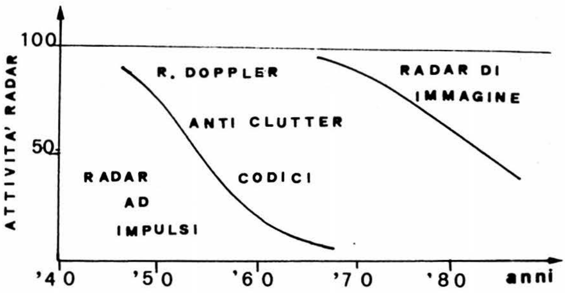


Fig.1.1 - Schematizzazione dello sviluppo radar.

In fig.1.1 e´ riportato in modo sintetico e qualitativo lo sviluppo negli anni delle varie problematiche (che verranno dettagliate nel seguito) in campo radar. Detto sviluppo e´ avvenuto negli ultimi quaranta anni ed in fig.1.1 e´ normalizzato alla corrispondente attivita´ radar.

Nelle pagine che seguono dopo aver richiamato il principio di funzionamento del radar, vengono proposti alcuni schemi a blocchi che individuano piu´ delle filosofie di progetto che particolari applicazioni.

1.2. Principio di funzionamento del radar

Il radar e´ un´apparecchiatura in grado di rilevare la presenza di oggetti non cooperanti localizzati entro una certa distanza (portata radar), sfruttando la proprieta´ di questi ultimi di riflettere l´energia elettromagnetica generata allo scopo dal radar stesso, secondo la schematizzazione di principio riportata in fig.1.2.

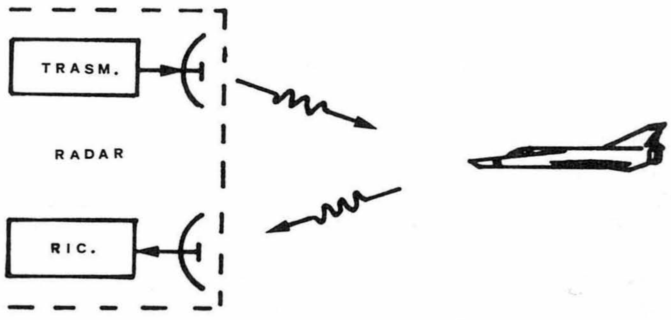


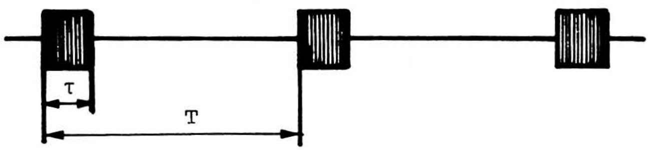
Fig.1.2 - Schematizzazione di principio di un radar.

Tale energia viene intercettata da un oggetto riflettente che usualmente viene indicato con il nome di bersaglio (o target), data la utilizzazione primaria dei radar nel settore militare. Detta energia viene reirradiata in tutte le direzioni. L´antenna di ricezione raccoglie una parte di questa energia di ritorno e la invia al ricevitore che la elabora allo scopo di rivelare la presenza di un´eco e di estrarne i dati di posizione ed, in alcuni casi, di velocita´.

In altre parole per mezzo del radar e´ possibile effettuare la misura delle coordinate degli oggetti rivelati con

elevata precisione, e spesso anche la misura della componente radiale della velocita´ di questi ultimi rispetto al punto di osservazione.

La misura di distanza, nei radar ad impulsi, viene effettuata tramite la misura del tempo necessario all´energia elettromagnetica per compiere il percorso radar-bersaglio e ritorno; a tale scopo e´ necessario individuare univocamente l´istante di partenza del segnale trasmesso. In realta´ il segnale in trasmissione viene realizzato usualmente utilizzando un treno di impulsi rettangolari che modulano in ampiezza un´onda sinusoidale portante.



τ = durata dell´impulso
T = periodo di ripetizione

Fig.1.3 - Schematizzazione della forma d´onda trasmessa.

Una tale forma d´onda presenta il vantaggio di isolare il trasmettitore dal ricevitore, infatti dopo l´emissione di un impulso, viene attivato il ricevitore il quale riceve i ritorni di bersagli piu´ vicini e via via quelli dei bersagli posti a distanze superiori.

Quando e´ passato un tempo sufficiente a ricevere gli echi alla distanza massima prevista, il trasmettitore viene di nuovo abilitato ad emettere un altro impulso, ed il ciclo si ripete.

L´energia elettromagnetica viaggia alla velocita´ della luce, la distanza R fra l´antenna ed il bersaglio e´ data da

$$R = \frac{\Delta t}{2} c \qquad (1.1)$$

dove Δt e´ il tempo che intercorre fra l´istante in cui si trasmette e quello in cui si riceve

c e´ la velocita´ della luce ($c=3\cdot10^8$ m/sec) ed il fattore due compare a causa della doppia distanza (andata e ritorno) percorsa dall´impulso.

La misura effettiva della distanza puo' essere ottenuta pertanto dalla misura del ritardo tra segnale trasmesso ed eco ricevuta, secondo la schematizzazione di fig.1.4 (dove sono riportati gli inviluppi relativi ai due segnali).

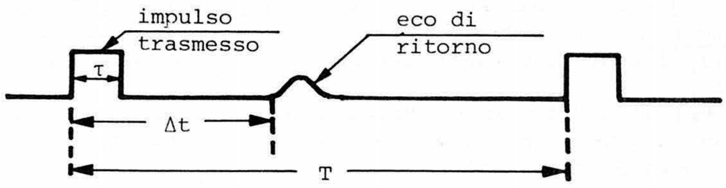


Fig.1.4 - Schematizzazione della tecnica di ricezione.

Onde evitare ambiguita' nella lettura della distanza occorre che l'eco sia ricevuta prima che venga trasmesso l'impulso successivo, pertanto e' naturale chiamare "massima distanza non ambigua" la

(1.2) $$R_{n.a.} = \frac{cT}{2}$$ Massima Distanza non Ambigua

(per $\tau << T$).

Infatti un'eco che torni dopo T (o $R_{n.a.}$ in termini di distanza) puo' essere associata all'ultimo impulso trasmesso e quindi viene normalmente individuata con il termine "eco di seconda traccia".

In altre parole individuata la massima distanza (R_{max}) (o portata) alla quale ci si aspetta di rivelare i bersagli, la frequenza di ripetizione alla quale gli impulsi vanno trasmessi e' usualmente determinata dalla

(1.3) $$f_r = PRF = \frac{1}{T} = \frac{c}{2\,R_{max}}$$

non volendo adottare tecniche particolari per risolvere la ambiguita' in distanza, cui verra' fatto riferimento nel seguito.

La durata τ dell'impulso trasmesso definisce infine la risoluzione in distanza del radar; in effetti se il segnale trasmesso e' un impulso di durata τ allora la risoluzione o discriminazione in distanza R_D e' determinata dalla:

(1.4) $$R_D = \frac{c\tau}{2}$$ Risoluzione in Distanza

Qui vedi la portata max è legata al periodo T, ma anche all'energia dell'impulso lungo τ che diminuisce al diminuire di τ

Infatti se due bersagli nello stesso fascio sono a distanza inferiore a R_D, i due segnali in ricezione saranno sovrapposti ed i due bersagli non saranno piu´ distinguibili. Stringendo la durata τ migliora la risoluzione in distanza, ma diminuisce la massima distanza osservabile dal radar (portata) diminuendo l´energia connessa all´impulso trasmesso. Detta energia determina infatti la portata radar secondo l´equazione classica, che verra´ richiamata nel seguito.

Per conoscere la posizione di un bersaglio e´ necessario conoscere oltre alla distanza, la direzione sotto la quale esso e´ visto dal radar.

L´uso di antenne altamente direttive, in grado di concentrare l´energia irradiata in un angolo solido molto limitato, fa si´ che gli echi saranno ricevuti solo quando provenienti da bersagli che giacciono nella direzione lungo la quale e´ puntata l´antenna. Se allora l´antenna viene fatta muovere in modo da esplorare con il suo fascio l´angolo solido sotto analisi, da ogni bersaglio verra´ ricevuto un´eco massima quando il fascio e´ puntato esattamente su di esso (fig.1.5a)), un´eco piu´ debole quando il fascio e´ puntato in una direzione leggermente diversa (fig.1.5b)), un´eco nulla quando e´ infine puntata in una direzione completamente diversa (vedi fig.1.5c)).

VANTAGGI DEL LOBO STRETTO

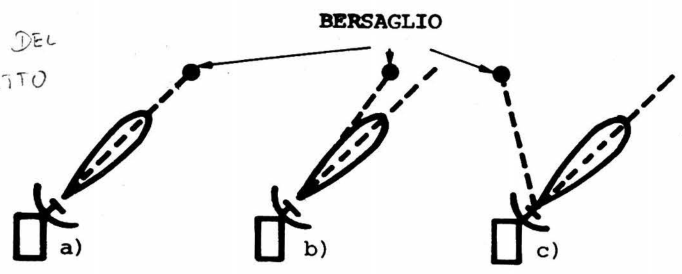


Fig.1.5 - Schematizzazione della direttivita´ della antenna.

Il tal modo il rilevamento del bersaglio puo´ essere facilmente determinato con una precisione tanto maggiore quanto piu´ il lobo di radiazione e´ stretto osservando la posizione angolare dell´antenna nel momento in cui l´eco e´ massima.

L´utilizzazione di un´antenna fortemente direttiva e´ inoltre grandemente vantaggiosa per incrementare, a parita´ di condizioni, la portata radar in quanto l´energia irradia-

ta puo´ essere concentrata in un fascio angolare molto ristretto.

1.3. L´equazione radar

E´ di interesse fondamentale nell´analisi dei sistemi radar conoscere la massima distanza a cui e´ possibile ottenere una rivelazione di un bersaglio una volta specificata la potenza del segnale in trasmissione.

Sia P_p la potenza di picco (ossia mediata nel tempo di trasmissione) trasmessa dal radar, se l´antenna si comporta come una emittente omnidirezionale (l´energia emessa e´ la stessa in tutte le direzioni) allora la potenza P_p e´ distribuita su un fronte sferico che si propaga con centro nell´antenna.

Alla distanza R la potenza per unita´ di superficie (densita´ di potenza del fronte d´onda) e´

$$p_t(R) = \frac{P_p}{4\pi R^2} \tag{1.5}$$

Di solito pero´ l´antenna trasmittente e´ direzionale per irradiare, come detto, la maggior parte della potenza trasmessa in una direzione particolare. E´ possibile allora introdurre il guadagno in direttivita´ di un´antenna G come rapporto fra la potenza reale nella direzione del bersaglio e quella che si avrebbe se l´irraggiamento fosse isotropo. Naturalmente ne risulta che G e´ una funzione della posizione angolare dell´oggetto relativamente all´antenna, pertanto la densita´ effettiva di potenza nella direzione del bersaglio e´ data dalla:

$$p_t(R, \theta, \phi) = \frac{P_p \cdot G(\theta, \phi)}{4\pi R^2} \tag{1.6}$$

dove θ e ϕ indicano gli angoli in azimut ed in elevazione. Valori usuali per G nella direzione di massimo, vanno da 100 a 10.000, ossia $G|_{dB}$ 20÷40 dB.

Quando l´onda trasmessa investe il bersaglio, parte della sua energia viene riflessa. In altre parole la potenza intercettata dal bersaglio e´ $p_t(R,\theta,\phi)\cdot\sigma$ dove σ e´ la "sezione d´urto" o "cross-section" o "sezione o superficie o area equivalente del bersaglio" e costituisce una caratteri-



stica del bersaglio stesso. Se ora detta potenza e' reirradiata uniformemente in tutte le direzioni, la densita' di potenza riflessa dal bersaglio considerata nel luogo dove e' posto il radar (postazione radar) diviene

$$(1.7) \qquad p_r = \frac{P_p \cdot G(\theta, \phi) \cdot \sigma}{(4\pi R^2)^2}$$

Densità di Potenza Ricevuta

Facendo il rapporto fra la (1.7) e la (1.6) e' possibile ottenere una definizione di σ che puo' essere usata in fase sperimentale o di valutazione analitica.

In definitiva se l'antenna radar ha una "area efficace" A_e, la potenza totale ricevuta e':

P_p = Potenza di picco

$$(1.8) \qquad P_r = \frac{P_p \cdot G(\theta, \phi) \cdot A_e(\theta, \phi) \cdot \sigma}{(4\pi R^2)^2}$$

Qualora l'antenna in ricezione fosse la stessa di quella usata in fase di trasmissione (radar monostatico), e' noto che ha valore la relazione

$$(1.9) \qquad A_e(\theta, \phi) = \frac{G(\theta, \phi) \cdot \lambda^2}{4\pi}$$

Relazione Universale

(dove λ e' la lunghezza d'onda del radar) per ogni valore di θ e φ.

Dalla (1.8) ne viene allora

$$(1.10) \qquad P_r = \frac{P_p \cdot G^2(\theta, \phi) \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 R^4}$$

che costituisce una prima espressione dell'equazione radar.

In realta' la (1.10) ipotizza che la propagazione avvenga in un dielettrico perfetto e che solo l'onda diretta contribuisca alla potenza in ricezione (non prevedendo cammini multipli).

Volendo tener conto di questi due effetti converra' introdurre una perdita L (Loss) nell'equazione (1.10).

In definitiva si ha

$$(1.11) \qquad P_r = \frac{P_p \cdot G^2(\theta, \phi) \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 R^4 \, L}$$

Naturalmente la P_r ha un significato concreto nei suoi valori se detta potenza potra' essere rivelata. In realta' insieme all'eco di ritorno, espressa dalla (1.11), in ricezione e' presente il rumore che, secondo nozioni ben note, e' espresso, se riportato in antenna, dalla relazione:

(1.12) $$N = K\,T\,B\,F$$ Potenza di Rumore

dove $KT = 4 \cdot 10^{-21}$ (joule), $K = 1.38 \cdot 10^{-23}$ (joule/°K)

B = larghezza di banda equivalente di rumore (su cui si tornera' nel seguito)

F = figura di rumore dell'intero ricevitore.

Ne viene allora per il rapporto segnale-rumore:

(1.13) $$\left.\frac{S}{N}\right|_r = \frac{P_r}{N} = \frac{P_p \cdot G^2(\theta,\phi) \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L \cdot K \cdot T \cdot B \cdot F}$$

Detto s_o il minimo rapporto S/N, che consente un'opportuna rivelazione, secondo criteri che verranno dettagliati nel seguito, si ha che la massima distanza utile o portata diviene

(1.14) $$R_{max} = \sqrt[4]{\frac{P_p \cdot G^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3\, L \cdot K \cdot T \cdot B \cdot F\, s_o}}$$

temperatura

Da cui per esempio potrebbe essere ricavato il periodo max necessario tra due impulsi $T = \frac{2R_{max}}{c}$

dove G e' il massimo valore di $G(\theta,\phi)$; (infatti con R_{max} si e' intesa la distanza massima a cui e' rivelabile un segnale che e' posto nella posizione piu' favorevole relativamente all'antenna).

Verra' nel seguito riportata una diversa espressione della (1.14), dopo aver introdotto il concetto di filtro adattato e quindi specificato il rapporto s_o.

Converra' ora richiamare la definizione delle singole grandezze che compaiono nella (1.14):

P_p = potenza di picco trasmessa dal radar (watt)

σ = cross-section del bersaglio (m^2)

G = guadagno massimo dell'antenna

λ = lunghezza d'onda relativa al segnale in trasmissione (m)

s_o = rapporto segnale-rumore in potenza richiesto all'ingresso del rivelatore.

Sara' bene notare che spesso con P_p si intende la potenza di picco all'uscita del trasmettitore, allora nelle

equazioni (1.11) e (1.14) va inserita la perdita L_t dal trasmettitore all'antenna; analogamente spesso vengono considerate a parte le perdite L_r del primo tratto del sistema in ricezione, fino al primo amplificatore. Le equazioni (1.11) e (1.14) hanno peraltro validita' generale, se nel termine L sono comprese le perdite in trasmissione e ricezione oltre che quelle di tipo atmosferico.

Naturalmente insieme al segnale utile in ricezione si avranno dei ritorni da oggetti non voluti che si aggiungeranno al rumore. Converra' allora fare alcune considerazioni sull'ambiente in cui viene ad operare il radar, anche se le tecniche analitiche per le definizioni quantitative verranno illustrate nel seguito.

1.4. Ambiente radar

Il problema di rivelare il segnale radar in presenza di segnali non voluti e', per quanto detto, il tema principale del progettista radar.

Segnali non voluti possono derivare da molte sorgenti come rumore termico, interferenze da radar vicini o da sistemi elettronici creati allo scopo (ECM - Electronic Counter Measures), riflessioni da oggetti come alberi, terra e precipitazioni. Si possono percio' classificare le cause disturbanti come:

- <u>rumore</u>: segnale a banda larga e a spettro di potenza bianco (nella banda di interesse) di origine normalmente interna al ricevitore;
- <u>clutter</u>: disturbi di origine ambientale classificabili come clutter di terra, di mare e di pioggia con caratteristiche di potenza e di spettro ancora in esame soprattutto per quel che riguarda le emissioni dei radar ad elevato potere risolutore. Nel seguito verranno individuati dei possibili modelli.
  Converra' notare poi come nella definizione delle caratteristiche di tali disturbi giocano un ruolo importante i parametri caratteristici radar (la forma dell'antenna e la sua velocita' di rotazione, se ci si riferisce ad un radar con scansione continua, fenomeni di propagazione anomala, la frequenza di trasmissione, etc.);
- <u>Multipath</u>: si definisce con tale termine il fenomeno per cui i cammini multipli della energia, che de-

finisce l'eco, possono provocare anche la cancellazione del ritorno stesso.

Inoltre conviene ricordare la scintillazione che e' un fenomeno legato alla genesi strutturale dell'eco come somma di un numero estremamente alto di riflettori elementari che, cambiando anche di pochissimo l'assetto del bersaglio, possono provocare fluttuazioni dell'ampiezza dell'eco, della direzione di provenienza (glint) e anche della frequenza doppler associata al moto del bersaglio.

Inoltre i radar di tipo militare si trovano spesso a dover operare in un ambiente caratterizzato da notevoli disturbi generati allo scopo, che vanno sotto il nome di jammer.

In particolare i disturbatori possono operare o aumentando il livello di rumore o generando echi analoghi a quelli radar ma con false coordinate o anche echi di tipo onde continue o modulazioni in frequenza allo scopo di saturare il ricevitore. Invero per i vari disturbi possibili sono usate tecniche ECCM (Electronic Counter Counter Measures) nel radar stesso.

In realta' una diversa classificazione dei disturbi riguarda una distinzione fra disturbi che generano confusione e quelli che vogliono ingannare, come le parole stesse vogliono significare.

In genere i disturbi di cui sopra possono essere realizzati con sistemi attivi e passivi.

Nel campo dei disturbatori attivi conviene ricordare che la potenza irradiata percorre una sola via, per modo che l'"equazione radar" andra' secondo R^2 e quindi con poca potenza e' possibile disturbare un radar.

Per quanto riguarda i disturbi attivi essi possono essere a banda larga (barrage) o a banda stretta (spot).

Per quanto riguarda il disturbo a banda stretta esso puo' essere di tipo continuo o impulsato. Nel caso di disturbi impulsati, se sincroni con il radar vittima, e' possibile ottenere un inganno, altrimenti si otterra' semplicemente una confusione. Naturalmente i disturbi a banda stretta (dell'ordine del MHz ossia con larghezza di banda analoga alla banda dei ricevitori radar) debbono essere agganciati alla frequenza del radar, cosicche' il sistema di intercettazione deve prevedere una tecnica di AFC (Automatic Frequency Control) per agganciare la frequenza del radar vittima.

Qualora la frequenza del radar cambi velocemente (radar ad agilita' di frequenza), allora e' necessario realizzare il disturbo con sistemi a banda larga. In tal caso il di-

sturbo sara' meno efficace in quanto la potenza del disturbatore andra' "sparpagliata" su una banda larga e solo una piccola frazione entrera' nel ricevitore.

I disturbi a banda larga possono essere o impulsi estremamente brevi, o rumore di tipo continuo o impulsato o infine possono essere generati variando con continuita' la frequenza del generatore di disturbi.

Fra i disturbi passivi e' possibile considerare il "Chaff", che consiste nel lanciare in area materiale riflettente molto leggero (foglie di rame). Tale materiale costituisce quasi una pioggia e puo' essere lanciato in modo intermittente cosi' da fare apparire quasi altri bersagli e quindi da generare un inganno o in modo continuo generando quasi uno schermo per altri aerei.

Altra tecnica di disturbi passivi e' quella di inviare piccoli aereomobili telecomandati (adescatori o "decoys") che possono essere realizzati in modo da avere una sezione radar equivalente a quella di un aereo normale.

In realta' esistono anche delle vernici assorbenti che possono equivalere a ridurre la cross-section di un aereo e quindi costituiscono una forma di protezione.

In realta' nell'analizzare la portata radar in presenza di disturbi si parla di "mutual-screening" o mutuo-schermaggio quando il disturbatore non coincide con il bersaglio, mentre si parla di auto-schermaggio nel caso che il bersaglio da rivelare sia esso stesso disturbatore.

Le tecniche ECCM (Electronic Counter Counter Measures) d'altro canto possono essere catalogate sulla base della possibilita' di selezione spaziale (operando sulle antenne), in frequenza (realizzando filtraggi opportuni), in ampiezza (evitando la saturazione del ricevitore, es. Back-bias, ricevitore logaritmo, etc.), in tempo (osservando i vari ritorni nel tempo e sincronizzando il ricevitore) ed infine nella forma d'onda (ad opera del filtro correlatore di ricezione, particolare vantaggio ha in questo senso l'adozione di codici in fase di trasmissione).

Alle cause di disturbo sopra richiamate possono essere aggiunti fenomeni legati a particolari situazioni in cui il radar si trova ad operare: ci si puo' riferire a stormi migratori di uccelli, a flottiglie di barche, alle auto in moto vicino ad un aeroporto etc., fenomeni a cui si da' il generico nome di angeli. Si dovrebbero poi ancora ricordare i rumori di origine solare o stellare, ma naturalmente la loro influenza e' irrilevante per lo meno nel caso di radar di impiego convenzionale (non e' questo il caso in cui si adoperi un laser ad infrarosso dove questi fenomeni possono avere grande importanza, come anche nel caso di sistemi

installati su satelliti artificiali). Bisogna, infine, ricordare l'importanza che, per la definizione delle caratteristiche di tali disturbi, ha il fatto che il radar sia installato in una posizione fissa o su base o piattaforma mobile (nave od aereo).

Il problema di una conveniente rivelazione dei segnali di interesse (bersagli) in presenza dei segnali non voluti (da "cancellare"), si presenta quindi particolarmente difficile. Mentre per il rumore le caratteristiche sono definite dalla struttura del ricevitore, per cui e' definibile un filtro ottimo nel senso di massimizzare il rapporto segnale-rumore; nel caso degli altri disturbi tale processo non si puo' dire completamente soddisfacente, anche perche' detti disturbi cambiano secondo il tipo di radar, la quantita' e qualita' di informazione richiesta.

Sulla base dell'ambiente disturbato e' necessario sintetizzare forme d'onda di trasmissione che realizzino opportune discriminazioni in distanza e velocita' (o frequenza doppler), ossia "funzioni di ambiguita'" ottime nei confronti del disturbo, come verra' indicato nel seguito, poi bisogna individuare e valutare i vincoli, che le particolari possibili realizzazioni comportano sulle prestazioni che sono realmente ottenibili.

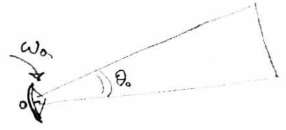
Le moderne tecnologie sia analogiche che digitali orientano comunque la sintesi del ricevitore verso la realizzazione di filtri trasversali anche se la sempre maggiore disponibilita' di microprocessori ad alta velocita' consiglia spesso l'uso di soluzioni sequenziali per particolari problemi di elaborazione.

La incertezza delle caratteristiche dei disturbi suggerisce d'altro canto che il miglioramento delle prestazioni ottenibili sia orientato verso la sintesi di strutture adattive, in altre parole, dopo un esame dell'ambiente, si interviene a modificare i filtri di ricezione onde ottimizzare la funzione di trasferimento sull'ambiente stesso.

I problemi che un tale approccio introduce sono molteplici e sono piu' o meno rilevanti secondo il tipo di radar da realizzare.

Per difendersi dal clutter la soluzione spesso impiegata e' quella dell'indicatore di bersagli mobili (MTI - Moving Target Indicator), basato sempre su una separazione spettrale, che, pero', mostra limiti piuttosto vistosi per strutture che richiedono elevate cancellazioni specie per radar su piattaforma mobile.

L'MTI nella sua struttura piu' semplice elabora i singoli echi di ritorno relativi alla stessa distanza, nelle interrogazioni successive, valutando la presenza di una fre-



quenza doppler (o velocita') idonea a giustificare l'eventuale presenza di un bersaglio mobile come un aereo.

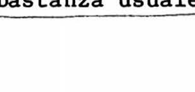
In realta' i segnali non voluti possono raggiungere dei livelli di 70-120 dB superiori al livello del bersaglio che si vorrebbe analizzare (nelle sue caratteristiche statiche e dinamiche), pertanto questi livelli dei ritorni del clutter definiscono le caratteristiche del sistema.

L'MTI convenzionale, come verra' puntualizzato nel seguito, e' un sistema che permette quindi un sostanziale miglioramento nella cancellazione, relativamente ad un sistema senza MTI, quando il bersaglio e' in movimento. Peraltro le caratteristiche dei ritorni dal clutter sono a tempi lunghi non stazionarie, essi hanno una larghezza spettrale non nulla e pertanto il sistema MTI non potra' cancellare tutto il clutter, ma rimarranno alcuni residui.

In aggiunta alle limitazioni dovute alla larghezza spettrale del clutter, le caratteristiche di un MTI possono essere limitate dal numero di impulsi elaborati (che si vorrebbe minimizzare per ridurre la complessita' ed il costo dell'elaboratore), dalla variazione della rivelabilita' del bersaglio in funzione della velocita' radiale oltre che da vincoli realizzativi.

In realta' esiste un numero massimo (N) di impulsi da elaboratore che e' dettato dal tempo di insistenza del fascio di antenna sul bersaglio ("time on target"); detta infatti θ_o l'apertura azimutale dell'antenna (converra' immaginare un fascio rettangolare) e ω_a la velocita' angolare dell'antenna allora per un bersaglio puntiforme vale la relazione:

$$N = \frac{\theta_o f_r}{\omega_a} \qquad (1.15)$$



Nel caso di un radar di avvistamento e' possibile porre ad es. $\theta_o = 1^o$, $\omega_a = 6$ giri/min$=36^o$/sec, $f_r = 1$ KHz e quindi ne viene N=27. Invero nei radar di avvistamento un numero di "impulsi nel fascio" da 20 a 30 e' abbastanza usuale.

1.5. Requisiti generali del sistema di elaborazione e possibili tecniche realizzative

Il problema di un progetto ottimo di un sistema di cancellazione del clutter si pone in definitiva nei termini seguenti:

1) il sistema deve avere delle buone caratteristiche di cancellazione media del clutter;

2) il sistema deve consentire rivelabilita´ del bersaglio su tutto il campo delle frequenze doppler possibili;
3) l´elaborazione deve essere realizzata con un minimo numero di impulsi.

Il terzo requisito e´ dettato anche dal desiderio di rendere massimo il numero dei segnali analizzabili in un radar a scansione elettronica ad agilita´ di fascio, come in un phased-array dove il fascio di antenna da impulso ad impulso puo´ cambiare direzione o dal desiderio di ottimizzare le caratteristiche quando e´ usata l´agilita´ di frequenza (possibile tecnica ECCM utilizzata al fine di minimizzare il numero di impulsi trasmessi ad una particolare frequenza).

Sistemi con frequenza di ripetizione variabile (ad agilita´ di PRF) usati per ridurre gli effetti derivanti dalle "velocita´ cieche" (dovute a velocita´ radiali corrispondenti a variazioni di fasi sincrone alle PRF) e conservare la distanza non ambigua, debbono avere altri requisiti come quello derivante dal rimanere nelle specifiche di potenza disponibile del trasmettitore.

La separazione di bande doppler tra clutter e segnale puo´ non essere pero´ un parametro sufficiente, soprattutto nei radar su piattaforma mobile, come si e´ detto.

Si puo´ in questi casi ricorrere ad MTI adattivi dove, cioe´, macchine di stima valutano le "doppler" medie del clutter spostando il "notch" dei filtri di cancellazione (adattivita´ di frequenza); ma e´ anche possibile una adattivita´ di potenza quando ad es. varie sorgenti disturbanti a correlazione diversa (ossia con diverse frequenze medie e larghezze spettrali) siano contemporaneamente presenti (es. clutter di mare, di terra e di pioggia contemporaneamente presenti). Si tratta di stimare il coefficiente di correlazione del (o dei) disturbo (i) e di modificare il filtro per ottenere le migliori prestazioni di cancellazione possibili.

Un approccio alternativo e´ quello dell´impiego di banchi di filtri doppler disposti per una elaborazione sequenziale dei segnali (FFT, WHT (Trasformata di Walsh-Hadamard), DCT (Discrete Cosine Transform) quale approssimazione della KLT (trasformata di Karhunen-Loewe)), a cui siano associati particolari "stagger" (cioe´ cambiamenti di frequenza di ripetizione) nel fascio d´antenna.

Si ottengono cioe´ banchi di filtri (il numero dei quali e´ legato al tempo di insistenza sul bersaglio), per cui un esame delle uscite relative consente di individuare la eventuale presenza di disturbi, basandosi anche sulla differente distribuzione spaziale relativamente ai bersagli da individuare.

Tale approccio e' stato impiegato per radar di controllo di traffico aereo ed e' indicato col nome di MTD (rivelatore di bersagli mobili - Moving Target Detector).

E' interessante come la combinazione di questa tecnica con quelle di adattivita' potrebbe portare ad un sostanziale miglioramento delle prestazioni.

Un ulteriore approccio, comune pero' a tutte le sorgenti disturbanti e non solo al clutter, e' quello di eseguire una sorta di pattern recognition in una determinata area al fine di riconoscere la presenza di bersagli utili.

Ovviamente ad ogni tecnica di filtraggio ottimo potranno corrispondere diversi filtri sub-ottimi, imponendo particolare importanza ai singoli vincoli e chiaramente ne derivano tecniche di filtraggio alla Kalmann con la possibilita' di strutture adattive.

Particolari elaborazioni sono possibili anche solo in distanza, esse fanno affidamento sulla stazionarieta' dei segnali disturbanti in una certa zona.

Queste ultime consistono in tecniche di codificazione e decodificazione del segnale radar o solamente di decodificazione (per una codificazione sufficientemente standard ed economica) in ricezione, onde consentire una sufficiente discriminazione e risoluzione in distanza. In particolare la risoluzione va posta nel senso di analisi di bersagli in zone vicine con dinamiche diverse; nasce quindi (per i radar con codici) il problema di riduzione di lobi laterali, in special modo in particolari zone di distanza e cio' e' specifico dei radar di inseguimento, quando ad es. in una azione bellica si vuole individuare oltre il bersaglio anche il colpo e quindi intervenire sul sistema di tiro.

Altre tecniche di operazione in distanza sono gli "autogate" che riescono a creare delle soglie decisionali (autoadattantisi) da un'analisi statistica di una certa zona, che precede e segue il bersaglio. Tecniche generali di questo tipo sono state gia' messe a punto, mentre particolari soluzioni vengono ricercate per particolari applicazioni.

Il fenomeno del multipath o nodding e' attualmente largamente studiato rappresentando uno dei piu' fastidiosi disturbi specie nei radar di inseguimento, dove provoca l'errato puntamento in elevazione dell'antenna. Mentre diverse azioni sono state tentate variando la frequenza trasmissione e le dimensioni dell'antenna, e' vasto il campo di studio per quel che riguarda l'elaborazione del segnale.

Le scintillazioni sono particolarmente importanti ancora nei radar di inseguimento dove le misure da effettuare richiedono, come riferimento, l'ampiezza dell'eco ricevuta che si ritiene costante; finora la presenza di controlli di

guadagno (AGC) ha soddisfatto questa esigenza. Attualmente la spinta all'impiego di complesse procedure di selezione di frequenze di trasmissione, frequenze di ripetizione e di adattivita' rende questa normalizzazione complessa e quindi sara' necessario identificare opportune azioni correttrici.

Ai disturbi attivi sono dedicate particolari procedure di trasmissione al fine di individuare le modalita' e le frequenze del disturbo e di reagire di conseguenza. Questa azione, in certo senso adattiva, determina variazioni nelle modalita' operative del ricevitore influenzando le prestazioni su clutter.

I vari problemi di disturbo devono percio' essere affrontati nel loro complesso, scegliendo opportune forme d'onda (modulazioni o codificazioni) in trasmissione e filtraggi adattivi in ricezione.

1.6. Schemi a blocchi di radar

Allo scopo di precisare gli argomenti oggetto di analisi, converra' indicare sommariamente la struttura di un sistema radar precisando alcuni schemi a blocchi, in particolare verra' fatto riferimento a semplici radar di avvistamento.

In fig.1.6 e' riportato lo schema di massima di un radar non coerente.

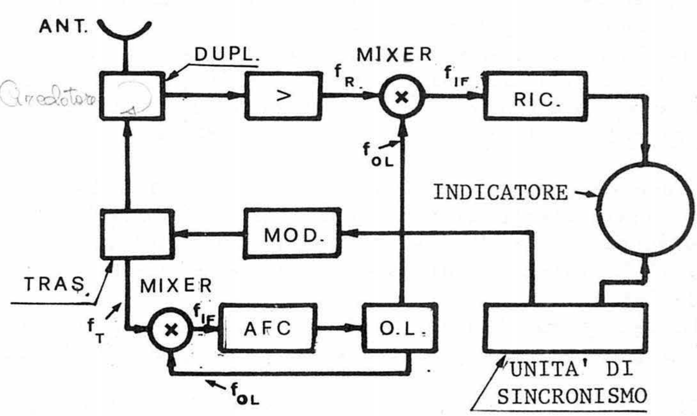


Fig.1.6 - Schema a blocchi di un ricevitore non coerente.

In esso e' possibile osservare l'unita' di sincronismo che ha il compito di sincronizzare tra loro le funzioni delle varie unita' del radar; essa genera una serie di impulsi di durata molto piccola (trigger) con frequenza pari a quella di ripetizione del radar.

Tali impulsi mettono in azione il modulatore, che avra' la funzione di attivare il trasmettitore, dall'altro lato sincronizzano l'asse dei tempi dell'indicatore cosi' da consentire una esatta valutazione delle distanze radar. In genere, per quanto detto, la frequenza di ripetizione generata non e' costante, ma variabile da impulso ad impulso.

Il trigger cosi' generato pilota il modulatore che genera l'impulso destinato ad innescare il funzionamento del tubo trasmittente. In realta' il modulatore genera un impulso di breve durata ed alta tensione, che, applicato al trasmettitore, ne provoca l'oscillazione.

Il trasmettitore serve a generare l'energia elettromagnetica utilizzata per illuminare il bersaglio.

Potra' trattarsi sia di un oscillatore (Magnetron) il quale oscilla ad una frequenza opportuna in corrispondenza all'impulso del modulatore, sia di un tubo amplificatore (quale un TWT o un klystron) in grado di portare un impulso a radio frequenza (RF) generato a potenza ridotta alla frequenza (f_T), ad un livello opportuno per la trasmissione, questa ultima soluzione viene usualmente adottata nei sistemi coerenti, come indicato nel seguito.

Un trasmettitore e' quindi in genere caratterizzato dalla durata (τ) dell'impulso trasmesso. Tale durata definisce (come detto) la risoluzione in distanza del radar.

Riducendo τ migliora la risoluzione in distanza, ma diminuisce la massima distanza osservabile dal radar (portata) diminuendo la potenza media (P_m); questa perdita non puo' essere compensata perche' i trasmettitori sono in genere limitati nella potenza di picco (P_p) ($P_m = P_p \tau f_r$).

Converra' osservare, come sara' precisato in seguito, che in genere i segnali radar sono ben piu' complicati delle onde sinusoidali e la limitazione della risoluzione in distanza e' la larghezza di banda, piuttosto che la durata degli impulsi.

In ogni caso allo scopo di ben utilizzare la potenza di picco vengono in genere usate forme d'onda di tipo rettangolare.

Il segnale generato dal trasmettitore attraverso il duplexer viene inviato in antenna. Il duplexer ha la funzione di isolare il ricevitore nella fase di trasmissione, cosi' da evitare il danneggiamento dei sensibili circuiti di

ricezione ed inoltre isolando il trasmettitore nella fase di ricezione evita che parte della debole potenza in ricezione venga dispersa verso il trasmettitore. In luogo del duplexer viene spesso usato un circolatore a ferrite con circuiti di protezione per il ricevitore.

Il segnale d'eco viene allora ricevuto dall'antenna e quindi attraverso il duplexer viene immesso in un amplificatore a radiofrequenza. Questo amplificatore deve essere caratterizzato da elevata sensibilita' e da bassa cifra di rumore. Nelle normali applicazioni si impiegano amplificatori parametrici e in casi piu' particolari amplificatori maser, attualmente anche a transistori.

Va aggiunto che in molte applicazioni questo amplificatore non e' previsto ed il segnale ricevuto e' direttamente applicato al mixer.

Il mixer e' un dispositivo non lineare, spesso una giunzione, nel quale il segnale ricevuto viene combinato con quello dell'oscillatore locale (O.L.). Tra tutte le frequenze (teoricamente infinite) presenti all'uscita del mixer viene prelevata, con opportuna rete filtrante, la frequenza differenza, cioe' la frequenza intermedia (f_{IF}). In questa operazione il livello del segnale ricevuto subisce una attenuazione, detta perdita di conversione, che puo' essere valutata, per i mixer normalmente impiegati, tra 6 e 10 dB.

Se la frequenza del trasmettitore subisce degli slittamenti, ad esempio per effetto della temperatura, il valore della frequenza intermedia e' soggetto alle stesse variazioni (in quanto l'oscillatore locale e' molto piu' stabile) mentre i circuiti a media frequenza sono realizzati con accordo fisso. Si avrebbe cosi' una perdita di sintonia ed il ricevitore sarebbe in pratica inutilizzabile.

Per ovviare a questo inconveniente si realizza un dispositivo per il controllo automatico di frequenza (AFC) che ha la funzione di spostare la frequenza dell'oscillatore locale in armonia con quella del trasmettitore di modo che la differenza tra le due frequenze (cioe' la frequenza intermedia) rimanga invariata.

Con riferimento alla fig.1.6, si ha che una parte del segnale trasmesso viene prelevata ed inviata ad un mixer (detto mixer di AFC) dove batte con la frequenza dell'oscillatore locale; l'uscita di questo mixer proporzionale alla differenza delle due frequenze e' collegata al dispositivo che opera l'AFC. Questo mixer in realta' consente la valutazione della differenza $f_T - f_{OL}$, questa differenza viene confrontata con il valore nominale della media frequenza (ad es. 30 MHz), generando un segnale di errore. Detto segnale

viene (dopo amplificazione e filtraggio) inviato all'oscillatore locale e provvede a correggerne la frequenza fino a ristabilire il valore esatto della frequenza intermedia.

Proseguendo nella analisi dello schema a blocchi di fig.1.6 il segnale di media frequenza entra nel ricevitore che ha la funzione di rivelare il segnale radar fornendo la massima discriminazione fra gli echi voluti e quelli non desiderati, secondo quanto gia' indicato nel paragrafo che precede.

Una volta elaborato il segnale viene inviato all'indicatore ed il controllore (o operatore) potra' prendere eventuali decisioni sia di presenza di bersaglio sia di comando operativo. Chiaramente molte delle funzioni riservate al controllore potranno essere demandate ad un sistema automatico ed il radar interfaccera' direttamente con un calcolatore.

Si e' fatto cenno che la possibile separazione spettrale fra il segnale utile ed il clutter puo' essere utilizzata per determinare la presenza stessa del segnale. Allora il segnale dopo una conveniente amplificazione di media frequenza (80-100 dB), potra' essere rivelato di ampiezza (MTI non coerente) e quindi si procedera' alla cancellazione del clutter.

Il principio su cui si basa il cancellatore, posto all'uscita del rivelatore, e' quello di confrontare il segnale ricevuto in uno "sweep" con quello del successivo (cioe' di analizzare l'evoluzione del segnale nell'intervallo di tempo che separa due impulsi consecutivi del trasmettitore).

Se non sono presenti bersagli mobili, i segnali che rientrano tra due "sweep" successivi sono uguali e vengono quindi cancellati dal cancellatore. Quando invece e' presente un bersaglio mobile, il suo segnale di eco si somma a quello di clutter, e da' luogo (a causa della differente frequenza portante) ad un segnale risultante modulato di ampiezza, che dopo il rivelatore varia da "sweep" a "sweep". Quindi all'uscita del cancellatore si ha la presenza dei soli segnali mobili, oltre ad un residuo di clutter, perche' il clutter stesso ha una componente fluttuante sovrapposta al suo valor medio.

Si noti che la presenza del clutter e' essenziale per il funzionamento di questo tipo di ricevitore. Infatti tra uno sweep ed il successivo la posizione del bersaglio (anche se si tratta di un aereo supersonico) rimane pressoche' invariata per cui se questo si trova nel "chiaro", cioe' in assenza di clutter, viene cancellato.

L'informazione della velocita' e' contenuta nella fase del segnale ricevuto (effetto doppler) ma questa variazione

della fase non puo' essere rivelata in assenza di clutter, in quanto manca un riferimento per il confronto.

Puo' risultare utile la rappresentazione grafica di fig.1.7.

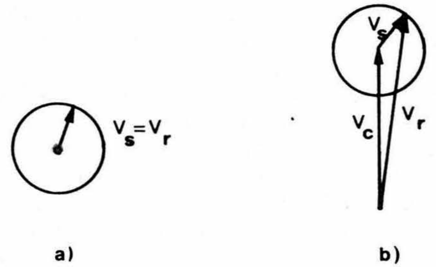


Fig.1.7 - Schematizzazione del funzionamento di un MTI non coerente
a) in assenza di clutter
b) in presenza di clutter.

Il vettore V_s di fig.1.7a) rappresenta il segnale di eco del bersaglio mobile situato nel chiaro; per effetto della velocita' la sua fase varia nel tempo ed il vettore descrive una circonferenza.

Poiche' la sua ampiezza rimane costante dal rivelatore di ampiezza esce lo stesso segnale tra uno "sweep" ed il successivo e viene quindi eliminato dal cancellatore.

Il vettore V_s di fig.1.7b) rappresenta ancora il segnale di eco del bersaglio mobile pero' sovrapposto all'eco del clutter V_c, che viene preso come riferimento. Per effetto della velocita' la fase di V_s varia da "sweep" a "sweep" ed il vettore descrive una circonferenza mentre il vettore del clutter rimane fisso.

In questo caso l'ampiezza del segnale risultante e' diversa tra uno sweep ed il successivo per cui si ha una uscita dal cancellatore e quindi l'indicazione del bersaglio mobile.

Una diversa tecnica di cancellazione richiedera' la conoscenza della fase del segnale in ricezione relativamente ad un riferimento interno. In altre parole bisognera' conoscere la fase dell'impulso radar in trasmissione e conservarla. Allo scopo sono possibili due soluzioni, la prima (MTI-coerente) consiste appunto nel memorizzare detta informazione ricavandola impulso per impulso da una frazione dell'impulso radar ed inviandola ad un oscillatore (Coho - coherent oscillator) che viene appunto agganciato in fase: la seconda soluzione (MTI a catena coerente) consiste invece

nel crearsi una catena coerente, ossia da un oscillatore in onda continua (continuous wave - CW) viene prelevato un "campione" e amplificato al livello idoneo alla trasmissione per modo che nell'oscillatore stesso rimane il riferimento di fase.

In fig.1.8 e' schematizzata la struttura del ricevitore (sezione RF-IF) utile alla realizzazione di un MTI-coerente.

Se la frequenza dell'oscillatore locale e' molto stabile, infatti STALO sta per Stable Local Oscillator, il segnale di eco non subisce alterazioni di fase nella conversione di frequenza (o meglio ne subisce una costante) e dopo essere stato amplificato puo' essere confrontato di fase nel discriminatore di fase (P.D.- Phase Detector) con l'oscillazione del coho che riproduce, a meno di una costante, quella del segnale trasmesso.

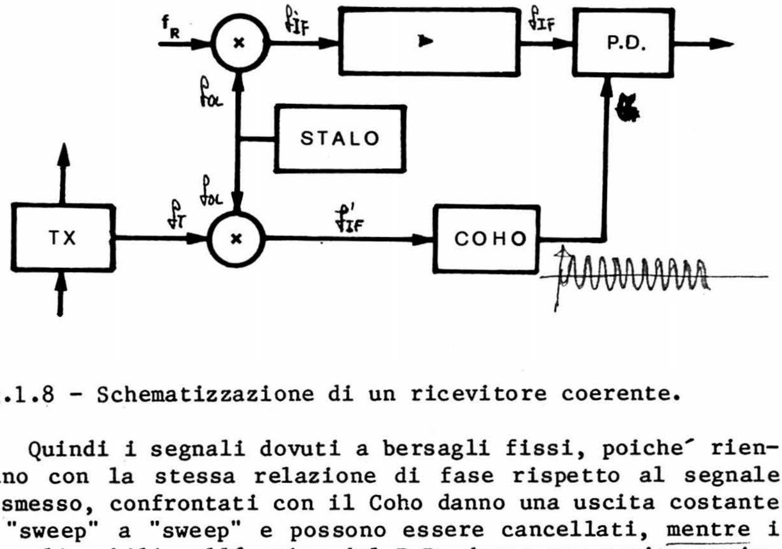


Fig.1.8 - Schematizzazione di un ricevitore coerente.

Quindi i segnali dovuti a bersagli fissi, poiche' rientrano con la stessa relazione di fase rispetto al segnale trasmesso, confrontati con il Coho danno una uscita costante da "sweep" a "sweep" e possono essere cancellati, mentre i bersagli mobili, all'uscita del P.D. danno una uscita variabile con un inviluppo che evidenzia la componente "doppler". In ogni caso si ricordi che la frequenza "doppler" e' data dalla relazione

$$f_d = \frac{2v}{\lambda} \tag{1.16}$$

ove v e´ la velocita´ relativa del bersaglio e la lunghezza d´onda del segnale trasmesso(*).

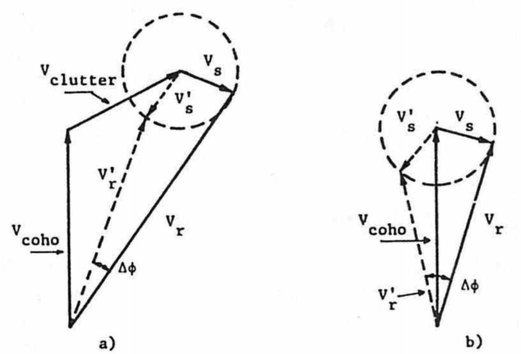


Fig.1.9 - Schematizzazione del funzionamento di un MTI coerente.

Nel ricevitore coerente il bersaglio mobile puo´ quindi essere rivelato sia in presenza di clutter che in assenza (in chiaro). In fig.1.9 si riporta la situazione per un segnale in presenza di clutter (a)) ed in sua assenza (b)). Si noti come per effetto della variazione di fase del bersaglio mobile si ha una variazione di fase del segnale risultante sia in presenza che in assenza di clutter.

Anche in questo tipo di ricevitore si rende necessario l´impiego di un sistema di AFC che pero´ deve avere alcune

---

(*) L´effetto doppler puo´ essere rivisto considerando che ad un segnale sinusoidale in trasmissione A senω_Tt corrisponde in ricezione

$$A \text{ sen } [\,\omega_T(t-2R/c)]$$

dove R e´ la distanza del bersaglio e c la velocita´ della luce.

Per $R=R_o-vt$ (bersaglio mobile in avvicinamento con velocita´ v) la parte variabile della fase diviene:

$$\omega_T \cdot (1+ 2v/c)t = (\,\omega_T + \omega_d)t$$

dove $\omega_d/2\pi$ e´ detta frequenza doppler

$$f_d = f_T \cdot 2v/c = 2v/\lambda$$

In genere allora negli schemi di figg.1.6 e 1.8

$$f_R = f_T + f_d$$

caratteristiche diverse rispetto al caso di ricevitore non-coerente.

In particolare data la elevata stabilita' richiesta all'oscillatore locale (che per questo motivo e' a quarzo) il segnale di correzione viene generalmente applicato al trasmettitore; quindi mentre in un sistema non-coerente e' l'oscillatore locale che segue la frequenza del trasmettitore per modo che la frequenza intermedia resti costante, in uno coerente e' solitamente il trasmettitore che viene direttamente mantenuto a frequenza fissa.

Un MTI a catena coerente e' caratterizzato dal fatto di avere una sorgente dalla quale viene derivata sia la frequenza di trasmissione che quella di oscillatore locale.

In questa catena la sorgente e' usualmente costituita da un oscillatore a quarzo (ad es. a 80MHz); una parte di questo segnale viene moltiplicata fino al valore richiesto per la trasmissione (per es. in banda L) e dopo opportuna amplificazione viene mandata a pilotare il trasmettitore che in questo caso deve essere un amplificatore e non un oscillatore.

L'altra frazione del segnale della sorgente viene ancora moltiplicata e amplificata e costituisce il segnale di oscillatore locale. Il tutto viene proporzionato magari con l'aiuto di una sorgente ausiliaria in modo tale che la frequenza dello O.L. si differenzi da quella trasmessa del valore della frequenza intermedia.

In questo caso la coerenza tra il segnale trasmesso e quello di O.L. e' sempre assicurata e ovviamente non si rende necessario l'aggancio di fase del coho da parte del trasmettitore.

In realta' un diverso modo di elaborazione del segnale (oggi usualmente e quasi unicamente adottato) negli MTI coerenti ed a catena coerente e' quello inerente al confronto di un segnale con quello (alla stessa distanza) dallo (o dagli "sweep") precedente; detto confronto potra' essere effettuato su tutto il segnale (in termini di ampiezza e fase: in forma "vettoriale"). Pertanto si avra' una elaborazione di tipo lineare sul segnale stesso, che verra' realizzata con tecniche che saranno indicate nel seguito.

Naturalmente gli schemi sopra descritti variano convenientemente quando e' richiesta una variazione della frequenza trasmessa da impulso a impulso (agilita' di frequenza) o a gruppi di impulsi (diversita' di frequenza) o quando si vuole imprimere una modulazione di fase o ampiezza (secondo particolari codici) al segnale trasmesso.

1.7. Struttura generale di un sistema radar

Alle schematizzazioni sopra proposte potranno essere associate tecniche di inseguimento sia in distanza che in angolo come spesso avviene nei sistemi bellici, secondo indicazioni che verranno dettagliate nel seguito. Allora il ricevitore nell'eseguire l'operazione di inseguimento viene a sua volta a pilotare la posizione dell'antenna. Naturalmente questa operazione nei moderni radar viene effettuata da un calcolatore che puo' fornire indicazioni ad un eventuale sistema missilistico o di punteria.

In definitiva gli schemi a blocchi sopra riportati possono essere riproposti secondo una moderna visione di assieme come riportato nello schema di fig.1.10.

Il ricevitore viene spezzato in un sistema di elaborazione dei segnali ed un calcolatore.

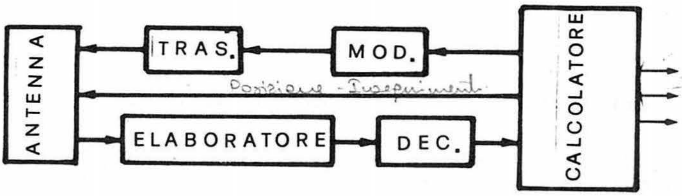


Fig.1.10 - Schema funzionale di un sistema radar.

Associata all'antenna vi sono il trasmettitore ed il modulatore; il calcolatore, sulla base delle indicazioni fornite dal sistema decisionale sui dati radar, programma eventuali posizioni dell'antenna, i tipi di segnali da trasmettere, i bersagli da inseguire, etc..

Le maggiori funzioni riservate all'elaboratore dei segnali, cui ampio spazio verra' riservato nel seguito, riguardano il filtraggio, che verra' risolto normalmente con sistemi subottimi e potra' essere di tipo adattivo o meno, ed il posizionamento delle soglie decisionali.

Pertanto l'elaboratore costituisce il cuore di un sistema radar ed il calcolatore ordina, sulla base delle informazioni avute dall'elaboratore e di programmi predisposti allo scopo, l'attuazione di particolari fatti come posizione di antenna, tipo di segnale, etc..

In realta' il problema della elaborazione dei segnali radar viene usualmente affrontato in connessione alle varie tematiche di ottimizzazione nella rivelazione dei bersagli, tenendo presente tipi di tecnologie sia analogiche che digitali.

In particolare si vuol far riferimento al fatto che nel progetto dei moderni radar, in particolare di inseguimento, si fa largo uso di algoritmi particolari e la tecnologia dei calcolatori e' largamente adottata specie al livello di sistema.

Naturalmente l'applicazione di tali tecniche numeriche consente una larga flessibilita' sia nelle forme d'onda in trasmissione che nella elaborazione dei segnali.

Peraltro converra' spesso ricorrere ad una progettazione "dedicata", ossia non derivata dalla tecnica dei calcolatori la' dove sono particolarmente importanti i problemi di velocita'; progettazione che puo' essere realizzata con tecniche non solo numeriche, ma anche con le piu' moderne analogiche sia a CCD (Charge Coupled Devices) che a SAW (Surface Acoustic Wave) per ragioni di ingombro, costo, dissipazione ed anche affidabilita', come verra' indicato nel seguito.

1.8. Criteri di rivelazione del segnale radar

La tecnica di rivelazione ordinaria nei sistemi radar consiste nel porre una soglia dopo un circuito rivelatore di inviluppo. Naturalmente prima di detta soglia saranno inseriti tutti quei dispositivi, che, come detto, serviranno ad eliminare (o almeno ridurre) i segnali non desiderati come circuiti MTI o in genere filtri doppler.

La rivelazione e' quindi effettuata disponendo una soglia opportuna e stabilendo che vi e' un'eco ogni volta che il segnale supera detta soglia. Se non vi fosse rumore la rivelazione sarebbe una cosa semplice, ma il rumore e' sempre presente e sussiste la possibilita' che sia il rumore a superare la soglia in questione dando cosi' una errata rivelazione ossia un falso allarme. Nasce il problema quindi di minimizzare il rumore filtrandolo in modo ottimo (senza degradare la probabilita' di rivelare il segnale utile) e quindi di disporre convenientemente la soglia.

Naturalmente una conferma sulla presenza del bersaglio, potra' essere presa nelle interrogazioni successive sullo stesso bersaglio effettuate nel tempo di insistenza sul bersaglio (θ_0/ω ; v. (1.15)) o anche nelle scansioni successive.

Per affrontare il problema della rivelazione converra' richiamare innanzitutto la descrizione statistica del rumore e del segnale, il comportamento del rivelatore di inviluppo e quindi il criterio decisionale.

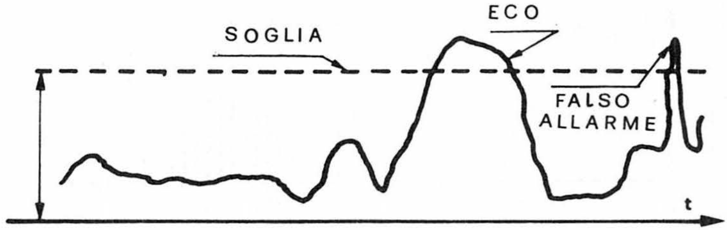


Fig.1.11 - Segnale in uscita dal rivelatore di inviluppo e soglia decisionale.

a) Rumore a banda stretta e rivelatore di inviluppo

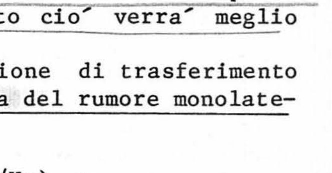
Si abbia un filtro al cui ingresso venga posto un rumore bianco (o in genere un segnale aleatorio a spettro bianco), si faccia l'ipotesi che la sua larghezza di banda sia piccola in relazione alla frequenza centrale. Per il rumore di uscita si dice allora che si ha a che fare con un rumore a banda frazionale piccola. Si tratta in realta' di oscillazioni a frequenza dell'ordine della frequenza centrale dell'intervallo in esame: l'ampiezza e la fase di queste oscillazioni possono cambiare nel tempo solo ad un ritmo comparabile con la larghezza di banda; tutto cio' verra' meglio esaminato nel seguito.

Dato un tale filtro con funzione di trasferimento H(jω), la densita' spettrale di potenza del rumore monolatera in uscita dal filtro diviene:

(1.17) $$W_{NH}(\omega) = \eta|H(j\omega)|^2 \quad \text{(watt/Hz)}$$

essendo η la densita' di potenza (ancora monolatera) del rumore in ingresso al filtro.

La totale potenza in uscita sara':



(1.18) $$P_N = \int_0^{\infty} \eta|H(j\omega)|^2 df \quad \text{(watt)}$$

La (1.17) puo' essere riportata in un grafico come in fig.1.12a).

E' possibile anche approssimare lo spettro di densita' di potenza continuo con uno spettro discreto con righe posizionate ad intervalli Δf (v. fig.1.12b).

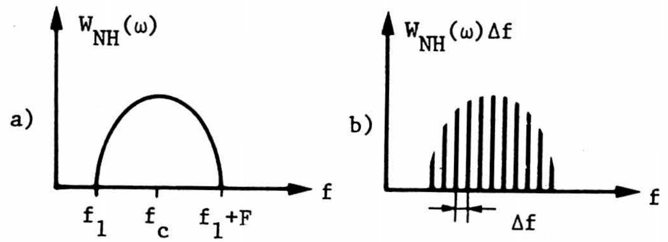


Fig.1.12 - Rumore a banda stretta:
a) spettro continuo
b) spettro discreto approssimato.

Si e' quindi in presenza di tante sinusoidi del tipo:

$$(1.19)\quad \sqrt{2W_{NH}(\omega)\cdot\Delta f}\cdot\cos(\omega t+\theta)$$

dove θ sara' una variabile aleatoria, uniformemente distribuita fra 0 e 2π. In generale si potra' scrivere:

$$(1.20)\quad f = f_1 + m\cdot\Delta f = f_m$$

dove $0 \leq m \leq M$, essendo f_1 l'estremo inferiore della banda ed $F=M\,\Delta f$ la relativa larghezza.

Allora il rumore in uscita dal filtro sara' del tipo:

$$(1.21)\quad n(t)=\sum_{m=o}^{M}\sqrt{2W_{NH}(\omega_1+m\,\Delta\omega)\Delta f}\cos[(\omega_1+m\,\Delta\omega)t+\theta_m]$$

dove θ_m e' uniformemente distribuita ed e' indipendente da sinusoide a sinusoide.

Per $\Delta f\rightarrow df$, M tende all'infinito e la (1.21) diviene la somma di infinite sinusoidi; sara' applicabile il teorema del limite centrale e la n(t) avra' una distribuzione gaussiana.

D'altra parte scegliendo f_c nell'ambito della banda si ha

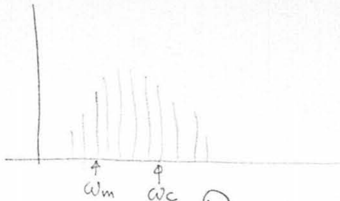
$$(1.22)\quad \cos[(\omega_1+m\Delta\omega)t+\theta_m]=\cos[(\omega_1+m\Delta\omega-\omega_c)t+\omega_c t+\theta_m] =$$

$$= \cos[(\omega_m-\omega_c)t+\theta_m]\cos\omega_c t-\mathrm{sen}[(\omega_m-\omega_c)t+\theta_m]\mathrm{sen}\,\omega_c t$$

dove

$$\omega_m= \omega_1+m\,\Delta\omega .$$

La (1.21) allora diviene:



$$n(t) = x(t)\cos\omega_c t - y(t)\,\mathrm{sen}\,\omega_c t \tag{1.23}$$

dove

$$x(t) = \sum_{m=o}^{M} \sqrt{2W_{NH}(\omega_m)\,\Delta f}\cos[(\omega_m-\omega_c)t + \theta_m] \tag{1.24}$$

e

$$y(t) = \sum_{m=o}^{M} \sqrt{2W_{NH}(\omega_m)\,\Delta f}\,\mathrm{sen}[(\omega_m-\omega_c)t + \theta_m] \tag{1.25}$$

In ogni caso x(t) e y(t) sono variabili aleatorie confinate nella zona a bassa frequenza ossia nel tempo variano lentamente, essendo ω_m non troppo discosto da ω_c.

Il teorema del limite centrale puo' essere ricordato per x(t) e y(t) separatamente e quindi sia x(t) che y(t) sono variabili aleatorie gaussiane; ciascuna ha valor medio nullo

$$\overline{x} = \overline{y} = 0 \tag{1.26}$$

e valore quadratico medio (o varianza):

$$\overline{x^2} = \overline{y^2} = \sum_{m=o}^{M} W_{NH}(\omega_m)\,\Delta f \rightarrow \int_o^{\infty} W_{NH}(\omega)df = P_N \tag{1.27}$$

ossia la varianza coincide con la potenza totale del rumore all'uscita del filtro. D'altra parte si ha anche dalla (1.23):

$$2n(t)\cos\omega_c t = x(t) + x(t)\cos 2\omega_c t - y(t)\,\mathrm{sen}\,2\omega_c t \tag{1.28}$$

ed anche:

$$-2n(t)\,\mathrm{sen}\,\omega_c t = y(t) - y(t)\cos 2\omega_c t - x(t)\,\mathrm{sen}\,2\omega_c t \tag{1.29}$$

I soli termini in bassa frequenza nelle (1.28) e (1.29) sono x(t) e y(t) e quindi sono separabili mediante filtri secondo la schematizzazione di fig.1.13b). Questo e' il principio dell'omodina o rivelazione di onde a radio frequenza mediante oscillatore locale.

Dalle (1.28) e (1.29) e' possibile vedere cosa si intende per filtro a banda relativamente stretta; infatti espandendo i prodotti dei termini sinusoidali e cosinusoidali in termini di somme e differenze di funzioni trigonometriche, i cui argomenti sono somme o differenze degli argomenti

originari, per individuare x(t) e y(t), ossia separarli da ogni altra componente, e' necessario che la larghezza di banda del rumore (F) sia inferiore a $2f_c$ (v. fig.1.13a)), infatti:

(1.30) $2f_c - F/2 \geq F/2 \qquad 2f_c \geq F$

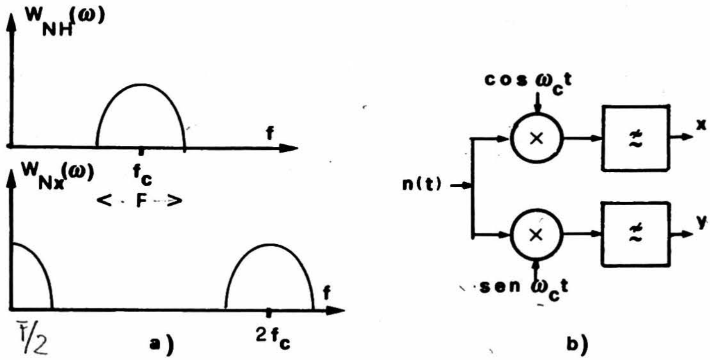


Fig.1.13 - Schematizzazione dell'operazione di selezione di x(t) e y(t).

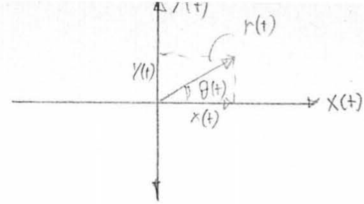
D'altro lato poiche' x(t) e y(t) (v. (1.24) e (1.25)) sono definite come somma di toni sinusoidali e cosinusoidali di fase aleatoria, ne segue che le funzioni x(t) e y(t) oltre ad essere di tipo gaussiano sono indipendenti(*). Cio' vuol significare che la densita' di probabilita' congiunta di x(t) e y(t), valutate ad un certo istante di tempo, vale:

(1.31) $p(x,y)=p(x)p(y)=[\exp(-(x^2+y^2)/2\sigma^2)]/2\pi\sigma^2$

dove (v. (1.27))

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 = \sigma_y^2 = P_N$$

(*) In realta' esse sono scorrelate, infatti la funzione di correlazione fra i singoli termini di x(t) e y(t) e' nulla e trattandosi di un processo gaussiano e' possibile dimostrare l'indipendenza.



La (1.31) puo´ essere usata per determinare le proprieta´ statistiche dell´inviluppo di n(t); allo scopo sara´ sufficiente riscrivere la (1.23) nella forma:

$$n(t) = r(t)\cos[\omega_c t + \theta(t)] \qquad (1.32)$$

dove

$$r(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

$$\theta(t) = tg^{-1}[y(t)/x(t)]$$

che costituisce un diverso modo di descrivere il rumore a banda stretta.

Passando quindi dalle coordinate cartesiane alle polari si avra´ la densita´ di probabilita´ dell´inviluppo r(t) e della fase θ(t) di n(t).

Infatti conservandosi la probabilita´ in aree definite sul piano cartesiano e polare si ha:

$$p(x,y)dxdy = q(r, \theta)drd\theta$$

da cui

$$q(r, \theta) = [r/2\pi\sigma^2]\exp(-r^2/2\sigma^2) \qquad (1.33)$$

che integrata su tutti i valori di θ da´ la funzione di densita´ dell´inviluppo r:

$$q(r) = [r\cdot\exp(-r^2/2\sigma^2)] / \sigma^2 \qquad (1.34)$$

caratterizzata dai seguenti momenti

$$m_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\sigma$$

$$m_2 = 2\sigma^2$$

$$\sigma_R^2 = \sigma^2\left(2 - \frac{\pi}{2}\right)$$

In conclusione l´uscita di un rivelatore di inviluppo, al cui ingresso sia posto un rumore a banda stretta, ha una distribuzione descritta dalla (1.34), detta funzione di Rayleigh.

Qualora invece si volesse analizzare la densita´ di probabilita´ della fase (uscita di un rivelatore di fase),

occorrerebbe mediare la (1.33) su tutti i valori di r ottenendo:

(1.35) $\quad q(\theta) = 1/2\pi$

ossia la fase e' uniformemente distribuita su 2π radianti, come era da attendersi.

Poiche' d'altra parte si ha (v. (1.33), (1.34) e (1.35)):

(1.36) $\quad q(r, \theta) = q(r)\, q(\theta)$

r e θ sono variabili indipendenti, cosi' come lo sono x ed y.

b) <u>Segnale sinusoidale aggiunto ad un rumore a banda stretta</u>

Si supponga ora che un segnale $s_i(t)$ (per ipotesi sinusoidale) venga aggiunto al rumore $n_i(t)$ all'ingresso di un filtro lineare a banda stretta (v. fig.1.14a).

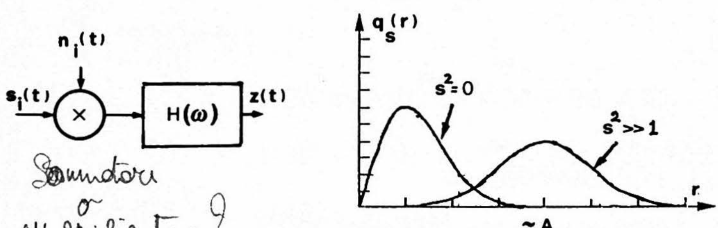


Fig.1.14 - Segnale aggiunto al rumore:
a) schematizzazione
b) distribuzioni.

In questa configurazione e' possibile riconoscere il segnale radar, che, aggiunto al rumore del ricevitore, viene filtrato secondo una tecnica che verra' descritta nel seguito.

In particolare posto $s_i(t)=A_0\cos(\omega_c t)$ e detto $\phi(\omega_c)$ lo sfasamento introdotto su $s_i(t)$ dal filtro $H(j\,\omega)$, e' possibile scrivere per il segnale in uscita dal filtro:

(1.37) $\quad s(t) = A_0 \left|H(j\,\omega_c)\right| \cos[\,\omega_c t + \phi(\omega_c)]$

che, con ovvie posizioni, puo' essere riscritto:

(1.38) $s(t) = A\cos \omega_c t$

avendo ipotizzato uno sfasamento nullo; la sua considerazione complicherebbe gli sviluppi analitici che seguono, senza aggiungere alcuna argomentazione concettuale; d'altro lato e' possibile riportare la fase a zero con opportuna scelta della ascissa temporale.

Dalla (1.23) si ha allora (data la linearita' del filtro):

(1.39) $$z(t) = n(t) + s(t) = [x(t) + A]\cos \omega_c t - y(t)\mathrm{sen}\, \omega_c t = r(t)\cos[\omega_c t + \theta(t)]$$

dove

(1.40) $$r(t) = \sqrt{[x(t) + A]^2 + y^2(t)}$$

(1.41) $$\theta(t) = \mathrm{tg}^{-1} \{y(t)/[x(t) + A]\}$$

La funzione $r(t)$ rappresenta l'uscita (a bassa frequenza) di un rivelatore di inviluppo. Analogamente $\theta(t)$, funzione ambigua di 2π, rappresenta la risposta di un rivelatore di fase.

Posto

(1.42) $$x'(t) = x(t) + A$$

e' possibile studiare la densita' di probabilita' connessa a $x'(t)$.

Si ha infatti:

(1.43) $$p(x,y)dxdy = q_1(x',y)dx'dy$$

e quindi dalla (1.31):

(1.44) $$q_1(x',y) = \frac{\exp\{-[(x'-A)^2+y^2]/2\sigma^2\}}{2\pi\sigma^2}$$

Passando in coordinate polari ($x'=r\cos\theta$, $y=r\mathrm{sen}\theta$):

(1.45) $$q(r,\theta)drd\theta = q_1(x',y)dx'dy$$

si ha allora:

2·A·r·cosθ

$$(1.46)\qquad q(r,\theta) = (r/2\pi\sigma^2)\exp[-(r^2+A^2-2Ar\cos\theta)/2\sigma^2]$$

Integrando la (1.46) su θ, si ha la funzione densita' di probabilita' del solo inviluppo (d.d.p. Rice)

$$(1.47)\qquad q_s(r) = \frac{r}{\sigma^2}\exp[-(r^2+A^2)/2\sigma^2]\cdot I_o(Ar/\sigma^2)$$ RICE

dove

2 A r cosθ

$$(1.48)\qquad I_o(Ar/\sigma^2) = \frac{1}{2\pi}\int_o^{2\pi}\exp(Ar\cos\theta/\sigma^2)d\theta$$

e' la funzione modificata di Bessel di primo genere di ordine zero.

Si ricordera' inoltre:

$$(1.49)\qquad \begin{aligned} I_o(z) &= \sum_{n=o}^{\infty} z^{2n}/[2^{2n}(n!)^2] \\ I_o(z) &= \exp(z)\,(1+1/8z+\ldots)/\sqrt{2\pi z} \end{aligned}$$

come possibili sviluppi della funzione I_o.

Per

$$(1.50)\qquad Ar/\sigma^2 \gg 1$$

dalla seconda delle (1.49) si ha:

$$(1.51)\qquad I_o(Ar/\sigma^2) \simeq \exp(Ar/\sigma^2)/\sqrt{2\pi Ar/\sigma^2}$$

e quindi la (1.47) diviene:

$$(1.52)\qquad q_s(r) = [r/(\sigma\sqrt{2\pi Ar})]\exp[-(r-A)^2/2\sigma^2] \simeq [1/\sqrt{2\pi\sigma^2}]\cdot\exp[-(r-A)^2/2\sigma^2]$$

dove si e' posto, nell'ultimo passaggio, r=A nella parte non esponenziale (infatti i valori di r in probabilita' non sono molto discosti da A). Si ha quindi che per

$$(1.53)\qquad A \gg \sigma$$ $A^2 \gg \sigma^2$ Potenza del segnale >> Potenza Rumore.

(relazione che equivale alla (1.50)) la (1.47) tende ad una gaussiana (1.52).

In ogni caso e' possibile riscrivere la (1.47):

La potenza della sinusoide è $\frac{A^2}{2}$ $= P_N$

Quella del Rumore o Banda Stretta è σ^2

(1.54) $q_s(r) = \frac{r}{\sigma 2} \{\exp[-(s^2+r^2/2\ \sigma^2)]\} \cdot I_o(rs\sqrt{2}/\sigma)$ Rice

dove $s^2=A^2/2\ \sigma^2$ rappresenta il rapporto segnale-rumore riportato in media frequenza (dopo filtraggio); in fig. 1.14b) sono riportati vari andamenti della funzione $q_s(r)$ per diversi valori di s^2.

Per $s^2=0$ la (1.54) si riconduce alla (1.34), ossia alla funzione d.d.p. di Rayleigh, come doveva essere, data la presenza del solo rumore.

Integrando la (1.46) su tutto il campo di definizione di r, si avra′ la funzione densita′ di probabilita′ della sola fase (uscita dal discriminatore di fase):

(1.55) $q_s(\theta) =$

$$= \frac{\exp(-A^2/2\sigma^2)}{2\pi\sigma^2} \int_o^\infty r \cdot \exp\{-[r^2-2Ar\cos\theta]/2\ \sigma^2\}\ dr$$

che puo′ essere riscritta:

(1.56) $$q_s(\theta) = \frac{1}{2\pi} \exp(-s^2) + \frac{s}{2\sqrt{\pi}} \cos\theta \exp(-s^2 \cdot \mathrm{sen}^2\theta) \cdot \{1 + \frac{\mathrm{erf}(\sqrt{2} \cdot s\cos\theta)}{\sqrt{2}}\}$$

dove

(1.57) $$\begin{cases} \mathrm{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_o^y \exp(-x^2/2)dx \\ s^2 = A^2/2\ \sigma^2 \end{cases}$$

Per $s^2=0$ la (1.56) si identifica con la (1.35), mentre per $s^2>>1$ e $|\theta|<5^\circ$, ricordando lo sviluppo

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^y \exp(-x^2/2)dx=$$

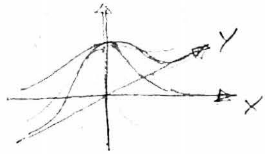
$$2\sqrt{2}\ \{1- \frac{\exp(-y^2/2)}{\sqrt{2\pi}\ y} (1- \frac{1}{y} + \frac{1 \cdot 3}{y^3} - \ldots)\}$$

si ha:

(1.58) $$q_s(\theta) \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{2s^2} \exp(-s^2\ \theta^2)$$

ossia $q(\theta)$ si identifica con una gaussiana con valor medio nullo e varianza

$$\sigma_{\theta}^{2} = 1/(2\ s^{2})$$



c) Criterio di Neyman-Pearson

Il problema del riconoscimento di un segnale misto a rumore si basa, in diverse applicazioni ed in particolare nei radar, nel disporre come detto una soglia (T_s) dopo un rivelatore di inviluppo e di valutare i superamenti di detta soglia.

Per rendersi conto di questo conviene ricordare che la densita' di probabilita' del rumore nel piano x,y (v.(1.31)) e' una gaussiana bidimensionale, il cui valor medio e' posizionato nel punto (0,0).

L'aggiunta di un segnale non fa che spostare detta gaussiana intorno ad un punto definito dalla ampiezza e fase del segnale in questione (v. ad es. (1.44)).

Poiche' d'altro lato interessa normalmente riconoscere la presenza del segnale indipendentemente dalla sua fase(*), allora il problema della rivelazione diviene quello della valutazione della probabilita' di essere al di fuori di un cilindro con l'asse normale al piano x,y, che passa per il punto (0,0) e di raggio T_s.

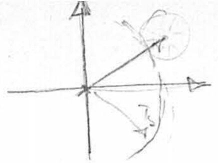
Il problema diviene quindi un problema di valutazione della probabilita' di superamento dello stesso T_s da parte del segnale rivelato di inviluppo.

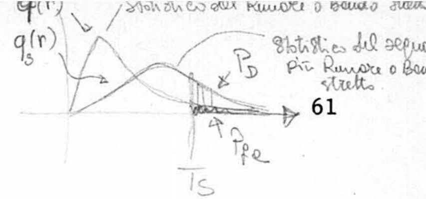
In altre parole si intende parlare di un sistema che giudichi presente il segnale solo se l'inviluppo (r) in oggetto e' superiore a T_s:

(1.59) $\qquad r \geq T_s$

Il problema si riconduce ad un adeguato proporzionamento di T_s, infatti se T_s e' troppo bassa si avra' anche sul solo rumore una buona probabilita' di superamento (probabilita' di falso allarme) e quindi di giudicare presente un segnale che in realta' non esiste, se d'altra parte si pone T_s troppo in alto si rischia di perdere il segnale stesso

(*) Sulla fase si potra' lavorare con criteri di coerenza o di valutazione di effetti doppler secondo quanto verra' indicato nel seguito.





(bassa probabilita' di rivelazione o "detezione").

Spesso ci si riferisce al criterio di Neyman-Pearson, secondo il quale fissata una probabilita' di falso allarme:

$$(1.60) \qquad P_{fa} = \int_{T_s}^{\infty} q(r)dr$$

dove q(r) e' data dalla (1.34) (funzione densita' di un rumore rivelato di inviluppo) e quindi fissato il valore di T_s corrispondente, si cerca per vari valori di s^2 la probabilita' di rivelazione del segnale:

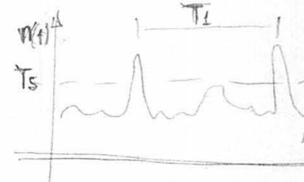
$$(1.61) \qquad P_D = \int_{T_s}^{\infty} q_s(r)dr$$

dove la $q_s(r)$ e' data dalla (1.54).

Si notera' che per s^2=0 la P_D si identifica con la P_{fa}.

Dalla (1.34) si ha allora facilmente

$$(1.62) \qquad P_{fa} = e^{-\frac{T_s^2}{2\sigma^2}} \Rightarrow T_s = \sigma\sqrt{2 \ln \frac{1}{P_{fa}}}$$



D'altro canto spesso in luogo della P_{fa} si parla del tempo di falso allarme T_{fa}, come media dei tempi fra due successivi attraversamenti positivi della soglia T_s, in presenza di solo rumore.

Poiche' la durata media di un impulso di rumore e' approssimativamente l'inverso della banda valutata a media frequenza ($\tau = 1/B_{IF}$), ne viene

$$(1.63) \qquad P_{fa} = \frac{1}{B_{IF}}/T_{fa} = \frac{1}{T_{fa}\, B_{IF}}$$

Combinando le (1.62) e (1.63) si ha:

$$(1.64) \qquad T_{fa} = \frac{1}{B_{IF}}\, e^{\frac{T_s^2}{2\sigma^2}}$$

La (1.64) e' riportata in grafico in fig.1.15; in particolare per B_{IF}=1Hz sulle ordinate e' possibile leggere l'inverso del valore della P_{fa}.

Per $B_{IF} = 1$ Hz

$T_{fa} = 1/P_{fa}$

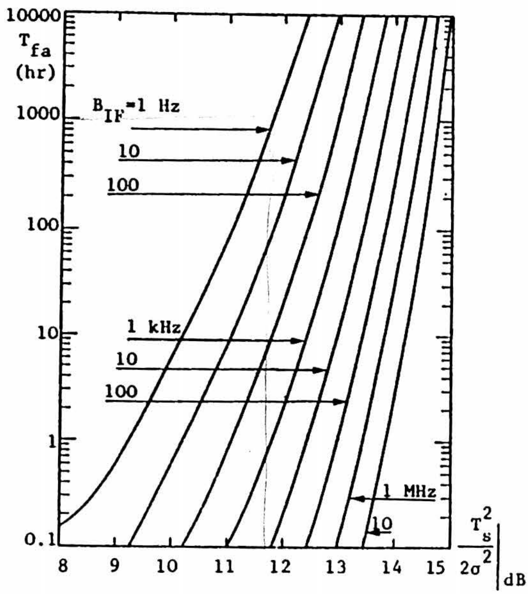


Fig.1.15 - Andamento del tempo di falso allarme in funzione della soglia normalizzata.

Per quanto riguarda la P_D dalle (1.54) e (1.61) si ottengono gli andamenti di fig.1.16 per diversi valori di P_{fa}.

Qualora si faccia una elaborazione del segnale (prima del sistema di decisione (o della soglia)), dagli andamenti della probabilita' di rivelazione, sara' possibile giudicare il sistema stesso di elaborazione; infatti se a pari P_{fa} due sistemi differenti danno ad es. le curve 1 e 2 di fig. 1.17(*) si avra' che, per avere le stesse P_D, nel sistema 2 e' sufficiente un rapporto s_2^2 inferiore a s_1^2 necessario per il sistema 1. Si ha quindi che

$$(1.65) \qquad \Delta = s_1^2/s_2^2 \quad \rightarrow \delta_L = 20\log \frac{s_1}{s_2}$$

A pari

(*) In fig.1.17 sono riportati degli andamenti qualitativi analoghi a quelli di fig.1.16, scambiando ascisse con ordinate.

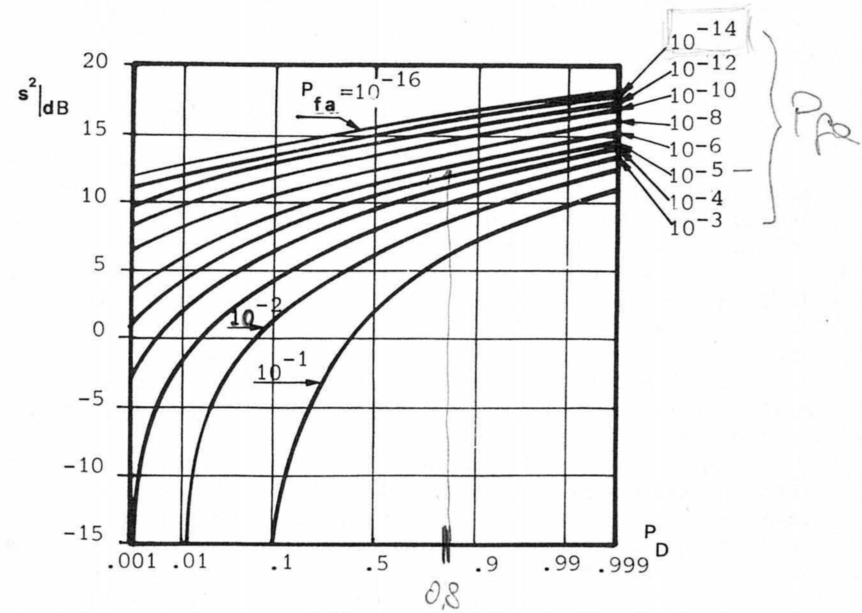


Fig.1.16 - Andamento della probabilita' di rivelazione in funzione del rapporto segnale-rumore per diversi valori della P_{fa} (da [1]).

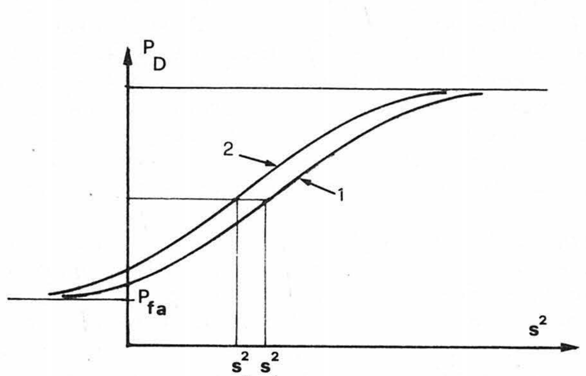


Fig.1.17 - Schematizzazione delle perdite per diversi sistemi di elaborazione del segnale.

e´ l´indice di quanto il sistema 2 e´ migliore del sistema 1 (per una certa P_D) o anche suol dirsi che δ_L rappresenta l´entita´ della perdita (in dB) del sistema 1 rispetto al sistema 2.

d) Filtraggio adattato - Equazione radar modificata

Il problema che ora ci si pone e´ quello della ottimizzazione del filtro di cui si e´ parlato nei paragrafi che precedono, o piu´ in generale della ricerca di un sistema di selezione del segnale dal rumore.

Uno particolare di questi sistemi e´ proprio quello della selezione ottima delle frequenze utili, ossia della realizzazione di un filtro, con particolare funzione di trasferimento, che consenta una ottimizzazione nella scelta delle zone spettrali dove il contenuto informativo del segnale sia elevato, rispetto a zone dove sia poco interessante o nullo.

A questo tipo di filtro si possono associare altri sistemi di selezione che hanno valore anche se pensati separatamente quali porte ("gate"), che possono scegliere in tempo le zone che unicamente siano di interesse. Cio´ capita ad esempio nei sistemi di inseguimento radar, dove una preventiva localizzazione in distanza consente di valutare ed elaborare solo quelle zone temporali, dove presumibilmente il segnale e´ presente e dove quindi un sistema di filtraggio ordinario e´ facilmente applicabile.

Un altro sistema per migliorare la rivelabilita´ del segnale (che e´ collegata al rapporto S/N) puo´ essere quello relativo ad una limitazione di ampiezza, quando l´informazione utile e´ contenuta nella frequenza o nella fase.

D´altro canto del segnale da estrarre normalmente si conoscono alcuni parametri a priori, ad esempio di un impulso radar non e´ normalmente incognita la forma, ma la sua presenza o la sua localizzazione in coordinate cartesiane o polari.

Il problema del filtraggio si pone quindi nella ricerca di un sistema ottimo di selezione di particolari informazioni da un segnale misto a disturbi, che possono essere disturbi incoerenti o coerenti o in qualche modo iniettati ad "hoc" per particolari esigenze. Si fara´ l´ipotesi che alcuni parametri del segnale utile siano noti in forma statistica o deterministica.

Un tale sistema ottimo, ammesso che possa esistere, verra´ detto filtro adattato (matched) ed il suo comportamento potra´ essere preso come riferimento per l´analisi dell´efficienza di ogni dispositivo, che si voglia realiz-

zare, discosto da quello ottimo per motivi vari, che possono andare dalla economicita' sino alla esigenza di particolari requisiti, di cui non si e' tenuto conto nel problema di ottimizzazione in questione, in quanto ulteriori vincoli avrebbero potuto rendere il problema eccessivamente complicato o addirittura insolubile.

Si considerera' nel seguito la presenza del solo rumore di tipo bianco, ritenendo che i vari disturbi siano stati filtrati con apposite tecniche.

Si consideri pertanto il caso in cui il segnale sia noto certamente nella sua forma, ma sia incerta la presenza o meno del segnale stesso; si voglia determinare per semplicita' allora quel filtro lineare H(jω) (v. fig.1.18) che massimizzi il rapporto del picco del segnale al rumore, che nel seguito verra' indicato come rapporto segnale a rumore (S/N). Infatti, ipotizzando nota la posizione del bersaglio, una conveniente tecnica di rivelazione consiste nel predisporre un "gate" intorno al picco e valutare dopo un'opportuna soglia la probabilita' di rivelazione e di falso allarme; ad un massimo del picco del segnale al rumore corrispondera' una massima P_D per una certa P_{fa}.

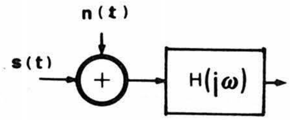


Fig.1.18 - Schematizzazione utile per il filtro ottimo.

Invero stringendo opportunamente la banda intorno alle frequenze caratterizzanti il segnale utile, sara' possibile migliorare il rapporto S/N, in realta' si potra' agire anche sulla caratteristica globale del filtro onde ottenere lo scopo prefissato.

In particolare sia dato il segnale di ingresso s(t) in tempo e sia:

$$(1.66) \qquad S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\exp(-j\omega t)dt$$

la trasformata di Fourier del segnale stesso.

Il segnale di uscita sara' dovuto parzialmente a s(t) e parzialmente al rumore di ingresso n(t).

Il contributo dovuto a s(t) e' dato dalla relazione:

 $S(t)+n(t) \Rightarrow S(j\omega)+N(j\omega)$ o—$H(j\omega)$—o $G(j\omega)+F(j\omega)$

$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)\cdot H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$

(1.67) $$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)H(j\omega)\exp(j\omega t)df$$

In un particolare istante t_o (che verra' meglio caratterizzato nel seguito), g(t) assumera' il valore massimo $g(t_o)$.

D'altro canto n(t) (che si supporra' bianco), sia caratterizzato tramite la sua densita' spettrale bilatera $W'_N(\omega)$:

(1.68) $$W'_N(\omega) = \boxed{\frac{\eta}{2}}$$ $\int_{-\infty}^{\infty} W'_N(\omega)\, df = \frac{\eta}{2}$

Si ha quindi che lo spettro del rumore in uscita (l'ipotesi di linearita' consente di trattare il rumore ed il segnale separatamente) e' dato dalla relazione

(1.69) $$W'_N(\omega)|H(j\omega)|^2 = |F(j\omega)|^2$$ Spettro della densità di potenza del Rumore

e quindi la potenza del rumore in uscita dal filtro $H(j\omega)$ sara':

(1.70) $$P_H = \frac{\eta}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 df$$

Il problema in oggetto allora si traduce nella massimizzazione del rapporto

(1.71) $$\frac{S}{N} = \frac{|g(t_o)|^2}{P_H} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)H(j\omega)\exp(j\omega t_o)df \right|^2}{\frac{\eta}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 df}$$

$|e^{-j\omega t_0}| = 1$

Applicando la diseguaglianza di Schwartz(*):

$$\frac{S}{N} \leq \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 df}{\frac{\eta}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 df} = \tag{1.72}$$

$$\frac{S}{N} \leq \; = \frac{2}{\eta}\int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 df$$

(*) Date le due funzioni $X(\cdot)$ e $Y(\cdot)$ complesse delle due variabili reali x ed y, si ha facilmente:

$$|X(x)Y^*(y)-Y^*(x)X(y)|^2 = [X(x)Y^*(y)-Y^*(x)X(y)]$$

$$[X(x)Y^*(y)-Y^*(x)X(y)]^* = [X(x)Y^*(y)-Y^*(x)X(y)]$$

$$[X^*(x)Y(y)-Y(x)X^*(y)] = |X(x)|^2|Y(y)|^2+|Y(x)|^2$$

$$|X(y)|^2-Y^*(x)X(y)X^*(x)Y(y)-X(x)Y^*(y)Y(x)X^*(y)$$

Integrando termine a termine rispetto ad x ed y, osservando che l'integrale del primo membro e' senza meno maggiore o eguale a zero, si ha (avendo sostituito alla variabile y ancora x):

$$\int|X(x)|^2dx\int|Y(y)|^2dy+\int|Y(x)|^2dx\int|X(y)|^2dy-$$

$$-\int Y^*(x)X^*(x)dx\int X(y)Y(y)dy-\int X(x)Y(x)dx$$

$$\int Y^*(y)X^*(x)dy=2\int|X(x)|^2dx\int|Y(x)|^2dx-$$

$$-2\int Y(x)X(x)dx\int X^*(x)Y^*(x)dx \geq 0$$

Osservando che:

$$\left|\int X(x)Y(x)dx\right|^2=\int X(x)Y(x)dx\int X^*(x)Y^*(x)dx$$

la espressione precedente diviene (diseguaglianza di Schwartz):

$$\int|X(x)|^2dx\int|Y(x)|^2dx\geq\left|\int X(x)Y(x)dx\right|^2$$

dove il segno di eguaglianza vale ovviamente se:

$$Y(x) = X^*(x)$$

a meno di una costante.

o anche

$$(1.73) \quad \frac{S}{N} \leq \frac{S_o}{N_o} \quad \text{dove} \quad \frac{S_o}{N_o} = \frac{2}{\eta}\int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 df = \frac{2}{\eta}E$$

Energia Segnale

In altri termini il rapporto segnale a rumore massimo si identifica con l'energia del segnale rapportato alla densita' di potenza bilatera del rumore.

Il segno di eguaglianza nelle (1.72) e (1.73) ha valore se a meno di una costante vale la relazione:

$$(1.74) \quad H(j\omega) = S^*(j\omega)\exp(-j\omega t_o)$$

la cui risposta impulsiva (al Dirac) vale:

$$(1.75) \quad h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S^*(j\omega)\exp(-j\omega t_o)\exp(j\omega t)df$$

D'altro canto dovendo essere (segnale reale):

$$(1.76) \quad S^*(j\omega) = S(-j\omega)$$

si ha

$$(1.77) \quad h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(-j\omega)\exp\,[j\omega(t-t_o)]\,df = \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)\exp\,[j\omega(t_o-t)]\,df = s(t_o-t)$$

La risposta impulsiva del filtro adattato sara' quindi (a meno di una costante arbitraria) pari al segnale utile s(t) di ingresso, invertito nel tempo e traslato di t_o. Qualora si fosse assunto t_o eguale a zero, h(t) si sarebbe identificata con s(-t), che avrebbe comportato una risposta anticipata (ammesso $s(t) \neq 0$ per $t > 0$), quindi il relativo filtro $H(j\omega)$ non sarebbe stata realizzabile per il principio di causalita'. Se d'altro canto il segnale s(t) ha termine in qualche istante t_1 [$s(t)=0$ per $t \geq t_1$] e' possibile concepire un filtro che realizzi la (1.77) per $t_o \geq t_1$.

Tutto cio' servira' a far comprendere come in genere il filtro (1.74) puo' non essere fisicamente realizzabile.

Converra', prima di raffrontare filtri usuali a filtri adattati, fare una osservazione sul significato del filtro

adattato.

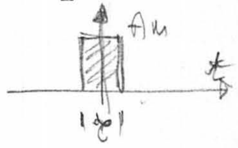
L'integrale di convoluzione corrispondente alla (1.67) per la (1.77) puo' invero essere riscritto:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)\, s(t_o - t + \tau)\, d\tau \qquad (1.78)$$

ossia il filtro ottimo realizza la autocorrelazione di $s(\tau)$; ne consegue quindi la possibilita' di considerare la materializzazione della funzione di correlazione come l'operazione di filtraggio ottimo.

Onde poter raffrontare il comportamento di particolari filtri a quello ottimo, si e' considerato come s(t) un impulso centrato a t=0, di larghezza τ e altezza A_m per modo che:

$$S(j\omega) = A_m \frac{\mathrm{sen}(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} \qquad (1.79)$$

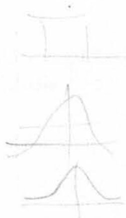


Come filtri sono stati presi in esame i seguenti:

A) $\begin{cases} H(j\omega) = \exp(-j\omega t_o) & |\omega| \le \omega_o \\ H(j\omega) = 0 & |\omega| > \omega_o \end{cases}$ filtro rettangolare

B) $H(j\omega) = 1/(1 + j\omega/\omega_o)$ filtro RC

C) $H(j\omega) = \exp[-j\omega t_o - .35(\omega/\omega_o)^2]$ filtro gaussiano



per ciascuno di questi e' stato considerato il rapporto:

$$x_d = \frac{\frac{S}{N}}{\frac{S_o}{N_o}} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) H(j\omega) \exp(j\omega t_o)\, df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 df} \qquad (1.80)$$

Sara' facile rendersi conto che x_d dipende unicamente da $\omega_o \cdot \tau$ ed in fig.1.19 e' riportato appunto l'andamento di x_d in dB (10 log x_d) in funzione di $f_o \cdot \tau = \omega_o \cdot \tau / 2\pi$.

Converra' osservare che x_d rappresenta la perdita per la utilizzazione di un filtro particolare relativamente al filtro adattato, detta perdita puo' essere riportata su degli andamenti del tipo di quelli di fig.1.17 (v. fig.1.17,

eq. (1.65)).

Sara' possibile ora inserire il rapporto S/N ottenibile da filtri adattati (v. (1.73)) nella equazione radar (v. (1.14)).

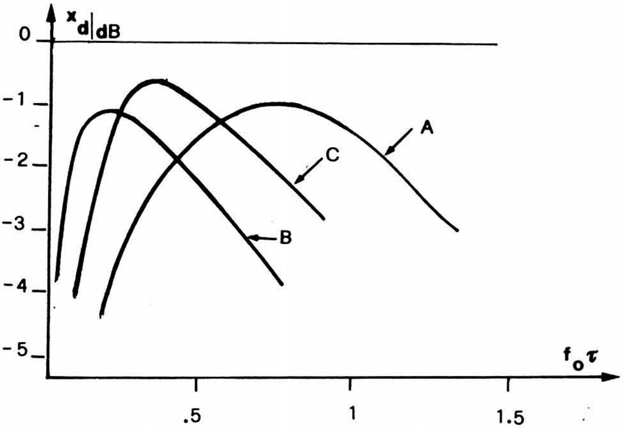


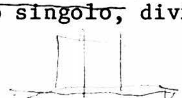
Fig.1.19 - Comportamento dei filtri rettangolari (A), RC (B) e gaussiano (C) in relazione al filtro ottimo.

In particolare e' possibile riscrivere la (1.73):

(1.81) $$\frac{S}{N} \leq \frac{2E}{\eta} = s_a^2$$

avendo inteso con E l'energia del segnale, che nel caso particolare di un radar con impulso singolo, diviene:

(1.82) $$E = P_r \cdot \tau$$



avendo indicato con τ la lunghezza dell'impulso in trasmissione ed avendo riportato ogni grandezza all'ingresso del ricevitore.

Naturalmente il rapporto segnale-rumore definito nella (1.71) (v. (1.81)) e' differente dal rapporto

$$s^2 = \frac{A^2}{2\,\sigma^2}$$

$\frac{A^2}{2}$ era la potenza modulata di una sinusoide
A^2 è quello valutato

introdotto nella (1.54) per la presenza del 2 a denominatore. Ipotizzato di aver campionato l´impulso dopo filtraggio adattato (v. fig.1.20) nel punto massimo valgono peraltro ancora la (1.54) e le relazioni derivate sostituendo $g(t_o)$ in luogo di A.

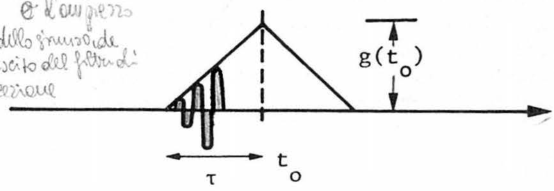


Fig.1.20 - Uscita del segnale utile (impulso rettangolare di durata τ) dal filtro adattato.

Ne viene quindi dalle (1.81) e (1.82):

(1.83) $$2s^2 \leq s_a^2 = \frac{2E}{\eta} = \frac{2P_r\tau}{KTF}$$

Pertanto per ogni valore di P_{fa} e P_D dagli andamenti di fig.1.16 e´ possibile ricavare il particolare valore di s^2 necessario, che verra´ indicato con s_x^2, all´uscita del filtro adattato e quindi (dalla (1.83)) l´energia del segnale in ingresso di detto filtro (riportato all´ingresso del ricevitore). Si ha infatti:

(1.84) $$P_r\tau = E = s_x^2\eta = s_x^2 \, KTF$$

A questo punto e´ possibile esplicitare il rapporto S/N di cui nella (1.13) in funzione dei parametri della (1.84)

(1.85) $$s_o = \frac{S}{N}\bigg|_{r,min} = \frac{P_r}{KTBF} = \frac{s_x^2}{\tau B}$$

per cui si ottiene la nuova espressione della portata:

(1.86) $$R_{max} = \sqrt[4]{\frac{P_p \tau G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 LKTF \, s_x^2}}$$

come funzione della P_{fa} e P_D desiderata per ogni singolo impulso.

Si noti che la portata radar dipende unicamente dalla energia del segnale trasmesso ($P_p \tau$) e non dal tipo di forma d'onda.

Nel seguito la (1.86) verra' rielaborata tenendo conto della integrazione nel "tempo sul bersaglio" (v. (1.15)). θ_0/ω_R

La (1.86) tenendo presente i valori delle varie costanti ed inserendo l'espressione della frequenza in trasmissione invece della lunghezza d'onda diviene (con ovvia posizione):

(1.87) $R_{max}(km) =$

$$= 10^{-3}\left\{\frac{10^{-3}c^2}{(4\pi)^3 K\cdot 10^{12}}\right\}^{1/4}\left\{\frac{P_p(kw)\cdot\tau(\mu sec)G^2\cdot\sigma(m^2)}{f_T^2(MHz)T\cdot F\cdot L\; s_x^2}\right\}^{1/4}$$

$$= 239.4\left\{\frac{P_p(kw)\cdot\tau(\mu sec)G^2\cdot\sigma(m^2)}{f_T^2(MHz)\cdot T\cdot F\cdot L\cdot s_x^2}\right\}^{1/4} = 239.4\; H^{1/4}$$

dove spesso con T•F si intende la temperatura di rumore del ricevitore; in realta' spesso si introduce anche la temperatura efficace di rumore come $T_e=(F-1)\,T$.

A titolo di esempio, per avere un'idea degli ordini di grandezza, si consideri una situazione tipica per un radar di modesta portata; esprimendo le varie grandezze per convenienza analitica anche in dB e' possibile scrivere:

P_p	= 5 kW	7	dB	
τ	= 5 µsec	7	dB	
G	= 25 dB	25	dB	
σ	= 2 m^2	3	dB	
f_T^2	= $(3\cdot 10^3)^2$	69,5	dB	(Banda S)
T F	= 400° K	26	dB	
L	= 2,2 dB	2,2	dB	

In particolare e' possibile ritenere suddiviso L nei seguenti termini:

Perdite in trasmissione: L_t = 1 dB
" " ricezione L_r = 1 dB
" atmosferiche L_a = .2 dB

Altre perdite in realta' potranno essere considerate per tener conto di altri fenomeni durante la propagazione

come ad es. l'assorbimento, interferenza per piu' percorsi, rifrazioni etc..

Inoltre considerando come requisito P_D=90% per una $P_{fa}=10^{-4}$, dagli andamenti di fig.1.16 e' necessario avere un rapporto segnale-rumore 10 log s_x^2=12dB.

Delle varie grandezze (riportate in dB) e' possibile considerare la somma (col segno) per valutare la portata radar (v. (1.87)). Infatti si ha immediatamente

$$(1.88) \qquad 10\log H= -42.7 \text{ da cui } \{H\}^{1/4} = .085$$

e la portata massima diviene

$$(1.89) \qquad R_{max} = 239.4 \cdot 0.085 = 20 \text{ km.}$$

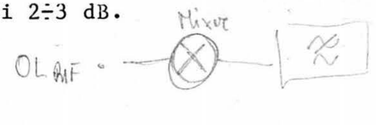
e) Rivelatore coerente

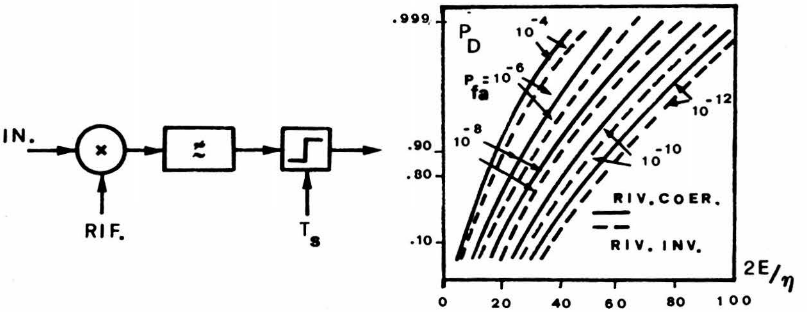
Nelle pagine che precedono e' stato affrontato il problema della rivelazione considerando la presenza di un rivelatore di inviluppo. In realta' in luogo di detto rivelatore e' possibile porre un rivelatore coerente che, oltre a prendere l'informazione dell'ampiezza, prenda anche quella della fase.

Detto rivelatore coerente consiste di un oscillatore di riferimento che alimenta un mixer bilanciato, la cui uscita e' inviata ad un filtro passa-basso che consente l'analisi delle sole componenti in bassa frequenza. Naturalmente il segnale di riferimento dovra' avere la stessa frequenza e fase del segnale di ingresso. Il rivelatore coerente, in altre parole, opera un trasferimento del segnale dalla media frequenza in "video". Un tale rivelatore estrae sia l'informazione di fase che quella di inviluppo; infatti segnali in quadratura con il segnale di riferimento daranno un contributo nullo.

In fig.1.21a) e' riportata una schematizzazione del rivelatore coerente.

Naturalmente, il rivelatore coerente, per il motivo detto, guadagna rispetto al rivelatore di inviluppo. In fig.1.21b) e' riportato il confronto fra i due con delle curve analoghe a quelle di fig.1.16, dove in ascissa e' riportato direttamente il rapporto $2E/\eta$ in accordo alle considerazioni del paragrafo che precede. Naturalmente gli andamenti tratteggiati coincidono con quelli di fig.1.16, ed il miglioramento, nella dinamica di interesse per applicazioni radar, sara' di 2÷3 dB.





a) b)

Fig.1.21 - a) Schema a blocchi di un rivelatore coerente;
b) Paragone di un rivelatore coerente con uno di inviluppo.

L'applicazione di un tale rivelatore nei radar ordinari sara' in genere molto difficile in pratica, per il fatto che la fase dell'impulso in ricezione e' proprio l'oggetto della misura radar in termini di distanza (peraltro la frequenza doppler spesso puo' essere trascurata per modo che la frequenza in ricezione puo' ritenersi nota ed eguale a quella in trasmissione).

f) Copertura radar

Uno dei dati piu' significativi che caratterizzano le prestazioni di un radar e' rappresentato dalla copertura radar. Converra' riferirsi ad un radar di avvistamento per modo che esiste una simmetria nel rilevamento dei bersagli nelle varie posizioni azimutali dell'antenna. In altre parole l'esame della rivelabilita' in distanza e per varie posizioni angolari in elevazione si riduce ad un'analisi di un'unica sezione azimutale.

Dalle considerazioni del paragrafo che precede, avendo realizzato una sezione per un ottimo posizionamento azimutale dell'antenna, volendo considerare la portata nelle varie direzioni in elevazione (G rimarra' funzione di ϕ e non di θ) e' possibile tracciare degli andamenti del tipo di quelli riportati in fig.1.22; ossia su un piano verticale e' riportato l'insieme di punti a pari P_D per un certo tipo di bersaglio, per una particolare P_{fa}.

Prob. di falso Allarme.

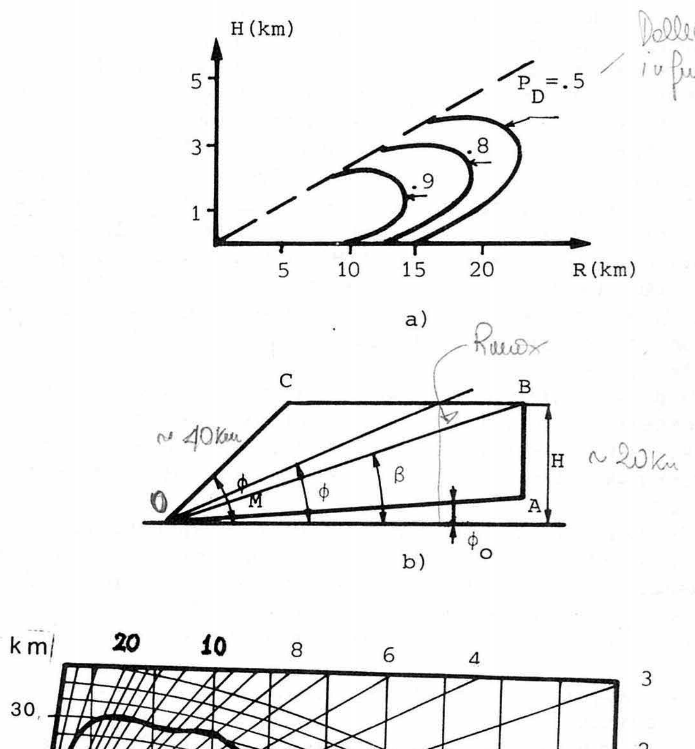


Fig.1.22 - Copertura radar

In realta' converra' associare al termine "copertura" l'area sottesa dalle curve di cui ad es. in fig.1.22a) e detta area e' proporzionale al quadrato della distanza $R(\phi)$ dal centro del diagramma in questione (posizione del radar) al generico massimo punto di osservazione.

Dall'equazione radar (1.87) ne viene che la copertura radar e' proporzionale alla radice quadrata dell'energia dell'impulso trasmesso e, fissato il guadagno d'antenna, inversamente alla frequenza di trasmissione.

D'altro canto e' ben noto come sia piu' facile la realizzazione di alte energie a basse frequenze e pertanto converra' usare per i radar a grande portata basse frequenze.

Qualora peraltro si abbia un limite nelle dimensioni dell'antenna, inserendo la (1.9) nella (1.87), e' possibile notare che la copertura cresce linearmente con la frequenza e quindi converra' utilizzare frequenze elevate; e' questo il caso di radar su piattaforme mobili quali aerei, space shuttle, satelliti.

D'altra parte nel caso dei radar di avvistamento, dovra' essere assicurata la sorveglianza fino ad una certa distanza, limitatamente ad una certa quota, ed il diagramma di copertura desiderato diviene del tipo di quello riportato in fig.1.22b).

In particolare in fig.1.22b), CB rappresenta la quota massima di interesse e AB la distanza massima. Inoltre usualmente interessa la copertura fino ad un angolo di elevazione ϕ_M che in genere non supera di 30° o 40°. Pertanto per una quota di 20 km la distanza obliqua OC e' dell'ordine di 40 km.

Per angoli di elevazione troppo bassi (ad es. sotto il grado) esiste una zona in cui le misure sono estremamente incerte a causa dei raggi riflessi dal suolo (come verra' specificato nel seguito), in definitiva la copertura sara' limitata a valori di ϕ maggiori di un certo ϕ_o e minori di ϕ_M.

Dall'andamento di fig.1.22b) e' possibile definire un angolo β cui corrisponde la portata massima R_{max}); inoltre si ha facilmente

$$R(\phi) = R_{max}\frac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\phi} = R_{max}\frac{\operatorname{cosec}\phi}{\operatorname{cosec}\beta}$$

da cui ne viene che il guadagno di antenna segue la legge "cosecante quadrata".

In pratica sara' possibile solo approssimare (entro qualche dB) il diagramma di fig.1.22b) ed un andamento ot-

tenuto nel caso di un'antenna reale e' riportato in fig. 1.22c). In questo caso peraltro la copertura e' scissa in due parti (come spesso avviene); un'antenna assicura la copertura per bassi angoli di elevazione nel settore OAB di fig.1.22b) ed un'altra antenna assicura la copertura nella regione a quota costante OBC. Usualmente si dice allora che il radar comporta una "copertura bassa" ed una "alta".

Naturalmente il diagramma di irraggiamento relativo alla copertura bassa puo' assumere una forma affusolata (pencil-beam), mentre quello della copertura alta e' del tipo cosecante quadrata.

Questa tecnica a doppia antenna si giustifica quando l'energia disponibile e' insufficiente per assicurare la copertura totale; le due antenne in questo caso vengono montate sullo stesso supporto meccanico.

Naturalmente la copertura nel senso di visibilita' di echi di particolare "cross-section" ad una certa distanza puo' essere limitata dalla presenza del clutter e modificata dagli effetti dovuti alla propagazione nell'atmosfera terrestre.

g) Scelta della frequenza di trasmissione - Cenni sul "multipath"

La tab.1.1 riporta una possibile classificazione di utilizzabilita' di frequenze in campo radar.

Tab.1.1

Banda di frequenze MHz		Impiego tipico
L	1.000-2.000	Radar avvistamento
S	2.000-4.000	Radar avvistamento Misura quota; navigazione
C	4.000-8.000	Radar avvistamento e tiro
X	8.000-12.500	" tiro ed aeronautici
K	12.000-100.000	" aeronautici e spaziali

In realta' la scelta del particolare valore di f_T (v. eq. (1.87)) e' condizionata dalla portata richiesta, ma influenza in modo particolare il dimensionamento del sistema di antenna. Inoltre vanno tenute in conto le problematiche connesse con la propagazione delle onde elettromagnetiche (ed in particolare riflessioni, attenuazioni e rifrazioni) oltre l'influenza sulla "cross-section" del bersaglio.

(1.9) $G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff}$

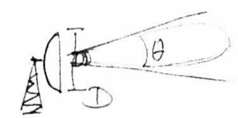
La dipendenza della portata dalla f_T non e' cosi' semplice come sembrerebbe dall'eq. (1.87). Infatti il guadagno dell'antenna G per la (1.9) e' funzione della frequenza oltre che dell'area efficace dell'antenna (A_e) (v. par.1.3), che a sua volta e' funzione dell'area geometrica (A) tramite la relazione

(1.90) $$A_e = \rho_a A$$ ma non è funzione crescente di f?

dove ρ_a e' l'"efficienza di apertura" che a sua volta e' funzione decrescente della frequenza.

Peraltro la dipendenza del guadagno di antenna dalla frequenza implica che, al crescere di questa, l'angolo di apertura del fascio (θ) diminuisca secondo la ben nota relazione

(1.91) $$\theta \simeq \frac{\lambda}{D}$$ (θ in rad.)



dove

λ e' la lunghezza d'onda espressa in metri

D e' la larghezza dell'antenna (in mt), considerata su una retta coplanare all'angolo θ e normale alla bisettrice dello stesso.

In tal modo per avere angoli θ sufficientemente stretti onde convogliare sufficiente energia nella direzione voluta e/o per ottenere una notevole discriminazione angolare e' necessario disporre di una frequenza sufficientemente elevata, una volta fissate le dimensioni dell'antenna.

A titolo di esempio si consideri che per ottenere una larghezza del lobo di radiazione di 2°-4° con una λ=30 cm (f_T=1000 MHz) occorre un'antenna di 3-6 mt di apertura, mentre con 3 cm di λ (f_T=10.000 MHz) con un'antenna di 2 mt di apertura si possono avere lobi di irradiazione inferiori ad una frazione del grado.

Conviene ora ricordare che anche la "cross-section" dei vari bersagli e' funzione della λ, per modo che un aereo DC8 ha una superficie equivalente in banda L dell'ordine di 17 m^2, mentre lo stesso aereo presenta una superficie di 27 m^2 in banda S.

In fig.1.23 e' riportato l'andamento del cross-section di una semplice sfera come funzione della sua circonferenza massima ($2\pi a$) misurata in termini di lunghezze d'onda.

La regione in cui le dimensioni della sfera sono piccole rispetto alla lunghezza d'onda ($2\pi \cdot a/\lambda \ll 1$) e' detta regione di Rayleigh. Questa regione e' di interesse nei

radar, poiche' normalmente la cross-section delle gocce di pioggia e di altre particelle meteorologiche cadono in questa regione. Gli usuali "target" radar sono molto piu' grandi ed abbassando convenientemente la frequenza al punto dove il contributo della pioggia e della nebbia sia trascurabile e' possibile osservare in modo ottimo i bersagli desiderati.

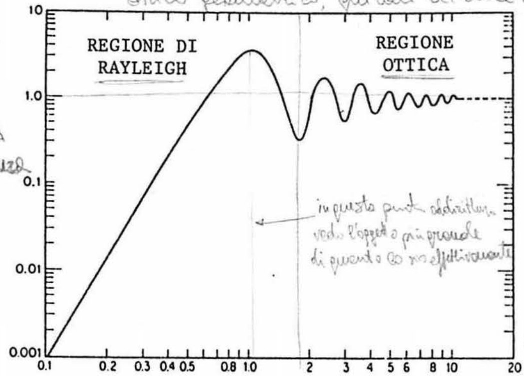


Fig.1.23 - Cross-section radar per una sfera di raggio a.

Naturalmente il problema si presenta diverso nei radar meteorologici, in cui saranno richieste alte frequenze per osservare appunto le perturbazioni meteorologiche.

D'altra parte per grandi valori **di $2\pi a/\lambda$ si arriva nella regione ottica, in** cui la "cross-section" approssima **il** valore πa^2.

Esiste poi una regione intermedia di risonanza in cui e' possibile osservare (e quindi sfruttare) picchi dell'ordine di qualche **dB**.

Pertanto grande importanza assume la scelta della frequenza di lavoro in relazione alla propagazione nel **mezzo** libero volendo **tener conto** anche delle perdite per assorbimento atmosferico.

In **particolare** in assenza di precipitazioni, l'attenuazione delle onde elettromagnetiche nella loro propagazione e' dovuta alla presenza di ossigeno e vapor d'acqua. Detta attenuazione viene normalmente definita tramite il coefficiente di attenuazione una via α **in** dB/km; in altre parole per valutare l'attenuazione relativa ad un percorso **R (andata** e ritorno **2R), bisognera'** moltiplicare α **per 2R.**

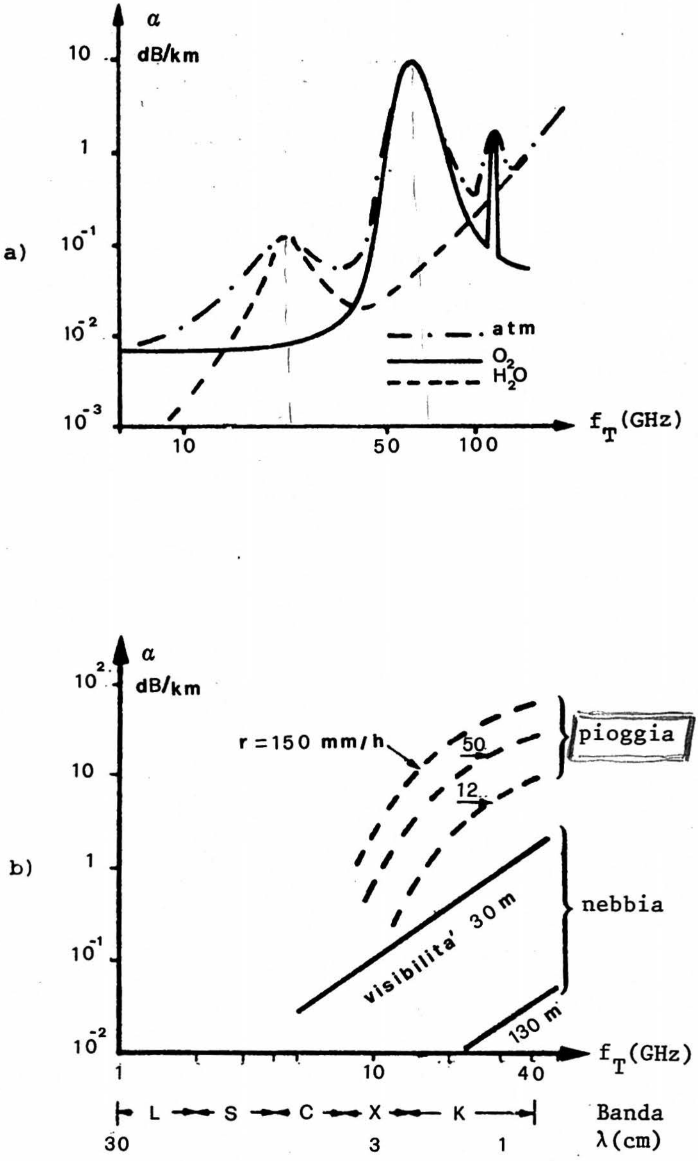


Fig.1.24 - Assorbimento atmosferico.

In fig.1.24a) e' mostrato l'andamento di α per l'ossigeno O_2 e per il vapor d'acqua (H_2O). Si notera' che mentre il vapor d'acqua ha due picchi di risonanza a 22.24 e 184 GHz, l'ossigeno presenta risonanze a 60 e 118 GHz. Nella stessa figura e' rappresentata l'attenuazione della atmosfera in condizioni standard (calcoli piu' elaborati per tener conto della variazione dei gas che compongono l'atmosfera con l'altezza sono disponibili in molti testi specializzati (v. ad es. [1])). Si notera' che, qualora si voglia operare con frequenze superiori a 30 GHz (onde millimetriche), per ottenere un'alta risoluzione spaziale (a pari dimensioni di antenna) e quindi anche scarsa disturbabilita', converra' lavorare in due zone particolari o "finestre" a minima attenuazione intorno a 35 e 95 GHz.

Peraltro e' disponibile un'ampia letteratura sull'effetto delle precipitazioni, in particolare nella fig.1.24b) sono riportati ancora degli andamenti medi di attenuazione chilometrica al variare della intensita' della pioggia e per diverse condizioni di visibilita' in caso di nebbia. Da questi andamenti di tipo sperimentale e' possibile desumere che per onde di λ inferiore a qualche cm le nubi e le precipitazioni si comportano praticamente come ostacoli riflettenti, mascherando la presenza di bersagli.

Un altro fenomeno da tener presente nella scelta della frequenza di trasmissione e' legato alla rifrazione, che, come e' noto, consiste nella deviazione del raggio elettromagnetico dalla sua direzione di propagazione quando la densita' del mezzo in cui si propaga non e' costante. Per il fatto che la densita' e la temperatura dell'aria varia con l'altezza l'onda relativa al segnale radar si incurva verso il basso, cosi' che e' possibile la rivelazione di oggetti ed ostacoli posti anche dopo l'orizzonte geometrico. Per una prima valutazione analitica di questo effetto si e' deciso di assumere come modello della terra una sfera il cui raggio e' pari a 4/3 di quello reale [2] e quindi considerare la propagazione puramente rettilinea.

Altri effetti di propagazione anomala sono legati ad una piu' marcata variabilita' dell'indice di rifrazione dell'atmosfera ne nasce l'effetto di super rifrazione o effetto condotto che consente di aumentare ancora la portata fisica del radar. Anche questo fenomeno non e' indipendente dalla frequenza usata, infatti i condotti hanno altezza modesta (inferiore ad una decina di mt), pertanto le onde centimetriche e decimetriche risentono maggiormente di questo effetto mentre per λ maggiori l'effetto e' poco sentito.

Converra' ora dare un cenno alla problematica della riflessione delle onde radio e quindi vederne l'influenza

nei radar.

I problemi che nascono sono dovuti essenzialmente all'interazione, in corrispondenza dell'antenna ricevente di un sistema radar, tra quella parte del segnale di ritorno da un determinato bersaglio che raggiunge direttamente il radar, e quella parte che, prima di raggiungere l'antenna ricevente, viene riflessa dalla superficie, ad es., del mare o del terreno.

Questo spiacevole fenomeno di interazione risulta particolarmente accentuato per bersagli con bassi angoli di elevazione, in genere dell'ordine di grandezza dell'angolo di apertura del fascio d'antenna. Facendo riferimento ad un radar d'inseguimento, converra' osservare che come risultato piu' evidente di questo fenomeno (che va sotto il nome di "multipath") si ha la forte degradazione della precisione nella stima dell'angolo di elevazione del bersaglio e conseguentemente la perdita di efficacia dell'inseguimento stesso.

L'entita' con cui si manifesta il disturbo in oggetto dipende da diversi fattori quali l'angolo di elevazione del bersaglio, la sua distanza dal radar, la natura del terreno etc..

I fenomeni di riflessione superficiale possono essere classificati come fenomeni

- di riflessione speculare e
- di riflessione diffusa

Mentre i fenomeni di riflessione diffusa possono essere facilmente ridotti mediante tecniche di agilita' in frequenza, piu' critica si presenta la fenomenologia speculare specie nella regione del lobo principale; questo effetto e' dovuto in particolare alla presenza di superfici riflettenti considerate liscie quando si opera con bassi angoli di elevazione.

In fig.1.25 e' rappresentata la situazione geometrica con riferimento alla riflessione speculare avendo indicato con h_a e h_t rispettivamente l'altezza dell'antenna e del target e con ψ l'angolo di radenza (grazing); nel caso di riflessione speculare i segnali riflessi dal terreno infatti possono essere supposti provenire da un solo punto. Essi giungono con uno sfasamento variabile e dipendente dalla geometria radar-bersaglio e dal moto del bersaglio stesso. Tale sfasamento, come e' possibile dedurre immediatamente dalla schematizzazione di fig.1.25, e' dato dalla relazione:

$$(1.92) \qquad \phi = 2\pi \cdot \frac{\Delta R}{\lambda} + \phi_s \simeq 4\pi \frac{h_a \cdot \phi_t}{\lambda} + \phi_s$$

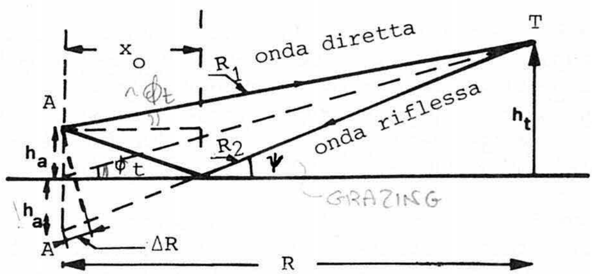
4

1Q

dove h_a = e' l'altezza del radar

ϕ_t = l'angolo di elevazione del bersaglio, che in ogni caso verra' ipotizzato di piccola entita' per modo che $tg\ \phi_t \sim sen\ \phi_t \sim \phi_t$

ϕ_s = la fase del coefficiente di riflessione che verra' ipotizzato pari a π (ric. fenomeno riflessione).



$$R_1 = \sqrt{R^2 + (h_t - h_a)^2} \simeq R\left[1 + \frac{1}{2}\frac{(h_t - h_a)^2}{R^2}\right]$$

$$R_2 = \sqrt{R^2 + (h_t + h_a)^2} \simeq R\left[1 + \frac{1}{2}\frac{(h_t + h_a)^2}{R^2}\right]$$

$$\Delta R \simeq \frac{2 \cdot h_a h_t}{R} \simeq 2\, h_a \phi_t$$

Fig.1.25 - Schematizzazione del fenomeno di riflessione (una via).

Il risultato della combinazione delle due onde diretta e riflessa puo' essere valutato dalla (1.92) ed in fig.1.26 e' riportato il corrispondente effetto per un coefficiente di riflessione a modulo unitario, che in realta' ha modesto riscontro in pratica.

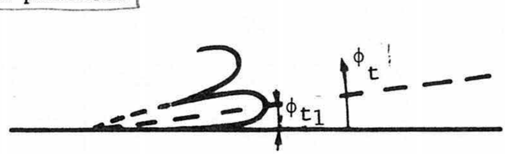
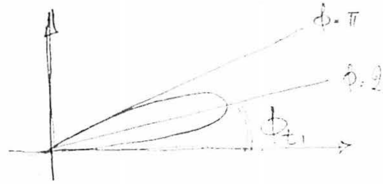


Fig.1.26 - Diagramma d'antenna a lobi causata dalla presenza del terreno, come superficie piana perfettamente riflettente.



In altre parole la presenza di una superficie piana riflettente fa si' che il diagramma di copertura in elevazione, di tipo continuo, si trasforma in una struttura a lobi (fig.1.26). In particolare l'angolo relativo al primo lobo si ottiene immediatamente ponendo nella (1.92) $\phi=2\pi$ (per $\phi_s=\pi$):

$$(1.93) \qquad \phi_{t1} = \frac{\lambda}{4h_a} = \frac{c}{4f_T h_a} \qquad \text{(in radianti)}$$

dove λ ed h_a sono espresse nelle stesse unita' di misura.

Pertanto se si vuole una copertura per angoli bassi, l'altezza dell'antenna radar dovrebbe essere elevata e la lunghezza d'onda dell'energia irradiata sufficientemente piccola: in altre parole piu' alta e' la frequenza del segnale, migliore sara' la copertura ai bassi angoli di elevazione.

In realta' in fig.1.25 e' schematizzato solo un modo particolare relativamente a come puo' avvenire la riflessione, infatti sara' possibile considerare che sia in andata (Antenna-Target) che al ritorno l'onda arrivi al target dopo riflessione. Quindi esistera' anche un segnale che, rispetto al diretto, dara' luogo ad uno sfasamento doppio di quello riportato in (1.92), naturalmente detto segnale risultera' attenuato secondo il quadrato del coefficiente di riflessione.

Tab.1.2

	X		K		
λ(m) θ_E	.03 2°		.01 $.7^o$		h_a=20 m
R(km)	3	10	3	10	
h_t(m)	<30	<100	<12	<40	
$(\sigma_h/\lambda)\text{sen}\psi$	<.1	<.03	<.4	<.1	(h_t<20m)

Onde analizzare in qualche modo l´importanza della riflessione speculare e´ stata condotta un´analisi su due radar tipici operanti in banda X e in banda K [17]. In tab. 1.2 sono riportate le caratteristiche piu´ salienti dei due sistemi radar e le condizioni operative; in particolare θ_E indica la larghezza del fascio di antenna di tipo "pencil", avendo ipotizzato una pari area geometrica per le antenne dei due radar. La regione della riflessione nel lobo principale e´ delimitata dai valori h_t (valutabili dalla geometria di fig.1.25) riportati nella stessa tabella.

In accordo con quanto indicato in [16], la deviazione standard superficiale σ_h ("rms surface height variation") e´ stata assunta pari a 0.25 m, valore tipico di una superficie a media rugosita´. Considerando un´altezza del target inferiore a 20m, il coefficiente di rugosita´, (σ_h/λ) sen ψ, assume i valori ancora riportati nella stessa tabella.

Dalla valutazione del coefficiente di riflessione speculare e diffuso riportato in fig.1.27 [16] e´ possibile immediatamente individuare l´importanza della regione di riflessione speculare per le applicazioni indicate.

Quanto sopra detto e´ naturalmente confermato dalle indagini sperimentali e dai problemi indotti nelle singole applicazioni, in special modo nei sistemi di inseguimento, come gia´ indicato.

Verra´ ora analizzato il modo con cui viene influenzato lo spettro doppler di un bersaglio dalla presenza del "multipath" ancora nel caso di superfici di riflessione perfettamente piane e liscie (riflessione speculare).

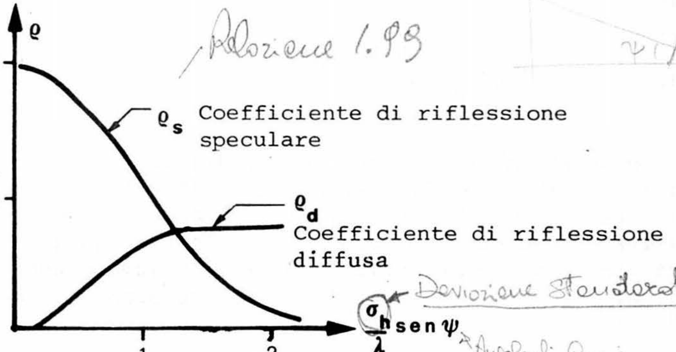


Fig.1.27 - Coefficiente di riflessione in regione speculare e diffusa

$1.92 \quad \phi = \frac{4\pi}{\lambda} h_a \phi_t + \phi_S$

$\Delta\omega_M = \frac{d\phi}{dt} = \frac{4\pi}{\lambda} h_a \dot{\phi}_t$

In realta' allo sfasamento di cui nella (1.92) corrisponde uno scostamento di frequenza tra raggio diretto e riflesso data da

(1.94) $$\Delta f_M = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\Phi}{dt} = \frac{2h_a \dot{\phi}_t}{\lambda}$$

dove $\dot{\phi}_t$ rappresenta la velocita' angolare (in elevazione) presentata dal bersaglio nel suo muoversi, che nel seguito verra' ipotizzato parallelo al terreno.

D'altro canto per bersagli a grande distanza e per $h_t >> h_a$ e' possibile scrivere:

(1.95) $$\phi_t \simeq \frac{h_t}{R}$$

$\phi_t = Atn \frac{h_t - h_a}{R} \simeq \frac{h_t - h_a}{R}$

$\dot{\phi}_t \simeq -\frac{(h_t - h_a)}{R^2} \cdot \dot{R} = -\frac{(h_t - h_a)}{R^2} v$

dove

h_t e' l'altezza del bersaglio dal terreno (v.fig.1.25)
R e' la distanza radar-bersaglio.

Per $\dot{\phi}_t$ si ha allora:

(1.96) $$\dot{\phi}_t \simeq \frac{d}{dt}\left(\frac{h_t}{R}\right) = -\frac{h_t}{R^2}\frac{dR}{dt} = -\frac{h_t}{R^2} V$$

dove V e' la velocita' del bersaglio.

Sostituendo l'espressione trovata per $\dot{\phi}_t$ nella (1.94) si ha:

(1.97) $$|\Delta f_M| \simeq \frac{2h_a \cdot h_t \cdot V}{R^2 \lambda}$$

Lo scostamento in frequenza (1.97) puo' essere considerato anche rivedendo la situazione di fig. 1.25, come quella riportata in fig.1.28 che consente forse una piu' immediata visualizzazione del fenomeno. Il raggio reirradiato direttamente dal bersaglio e quello dopo riflessione danno luogo in A ad una somma di due segnali, il cui scostamento doppler e' pari a:

(1.98) $|\Delta f'_M| =$

$$= \frac{2}{\lambda}(V\cos\phi_t - V\cos\phi'_t) \simeq \frac{2V}{\lambda}\left(\frac{\phi'^2_t}{2} - \frac{\phi^2_t}{2}\right) = \frac{4h_a h_t V}{R^2\lambda}$$

che si identifica con la (1.97), a meno di un 2 che corrisponde ad aver considerato la doppler relativa all'onda diretta rispetto a quella doppiamente riflessa, mentre nel caso che precede ci si riferisce ad un segnale riflesso una sola volta.

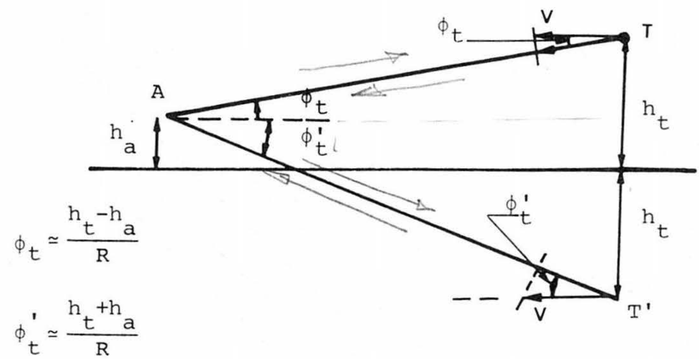


Fig.1.28 - Diversa schematizzazione dell'effetto di riflessione.

Il problema "multipath" si pone quindi come separazione angolare sulla base delle direzioni di propagazione delle onde elettromagnetiche e come separazione spettrale fra raggio riflesso direttamente dal target e raggio dovuto alla riflessione del terreno.

Nella fig.1.29 e' riportato l'andamento della eq.(1.97) in funzione dell'altezza h_t del bersaglio e parametrizzando le curve rispetto alle velocita' tipiche di un aereo di 300 m/s e 500 m/s e alle lunghezze d'onda di 0,03 m (banda X) e 0.01 m (banda Ka); inoltre si e' assunto che l'aereo si trova ad una distanza di 10 km dal radar e l'antenna radar sia posta ad un'altezza di 20 m dal suolo. Sulla scala delle ascisse e' riportata anche l'indicazione dell'angolo d'elevazione in gradi.

Pertanto e' possibile notare che in banda X la richiesta risoluzione in frequenza e' di .1-1 Hz per i casi di interesse (h_t=10-100 m).

Dall'esame della fig.1.29 e dall'eq.(1.97) si puo' no-

tare come l'allargamento dello spettro sia estremamente contenuto nel caso di un aereo ("target") che si trovi a grande distanza dal radar o che stia volando a bassa quota, ma diventa di un certo interesse nel caso che il bersaglio si avvicini. Naturalmente questo scostamento in frequenza dovra' essere messo in relazione con la larghezza di banda derivante dalla fluttuazione del bersaglio.

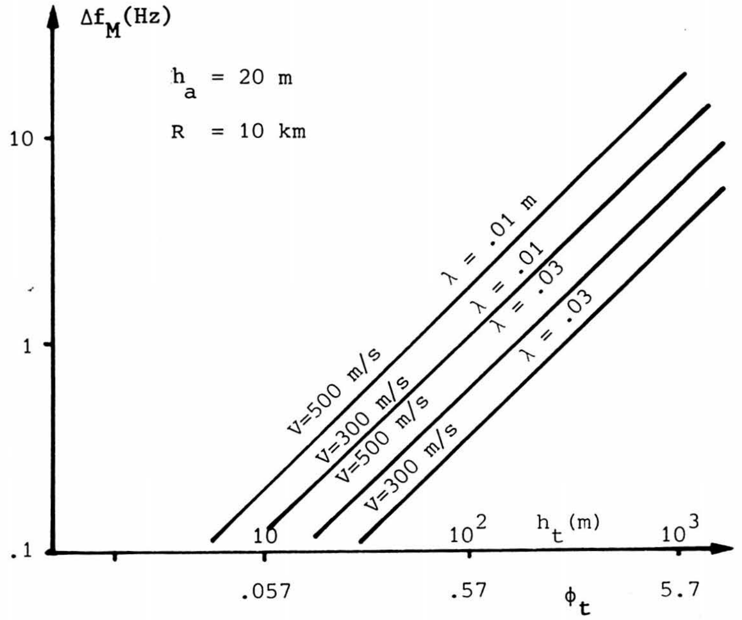


Fig.1.29 - Andamento dello scostamento in frequenza fra echi diretti e riflessi in funzione della quota del target.

In ogni caso puo' essere dimostrato che la richiesta risoluzione con tecniche convenzionali di analisi spettrali e' praticamente impossibile da ottenersi.

Infatti nelle tecniche convenzionali al Δf corrisponde un tempo di analisi Δt uguale all'inverso di f; durante questo Δt il target si muovera' di un ΔR a cui corrisponde-ra' a sua volta uno spostamento in frequenza, Δf_1 dato dalla

$$\frac{2v}{\lambda}\left\{\cos\frac{h_t-h_a}{R} - \cos\frac{h_t-h_a}{R-\Delta R}\right\} .$$

La tab.1.3 mostra l'entita' dello spostamento in frequenza per un aereo che vola a velocita' e quota costante (h_a=10 m, h_t=50 m, v=500 m/sec).

Tab.1.3

	X (λ=.03 m)		K (λ=.01 m)	
R_{max}(km)	3	10	3	10
Δf (Hz)	1.85	.167	5.55	.5
$\Delta t = 1/\ f_M$(sec)	.54	5.98	.18	2
ΔR (km)	.27	2.99	.09	1
Δf_1 (Hz)	.61	.28	.56	.187

(*) V=500 m/s.

Comparando Δf a Δf_1 e' facile dedurre che le tecniche convenzionali sono praticamente inutilizzabili specie se si considera un bersaglio che operi qualche manovra.

Pertanto spesso vengono prese in esame tecniche di superrisoluzione che almeno in linea di principio si mostrano particolarmente interessanti [17].

Converra' in realta' osservare ancora che l'ampiezza della componente spettrale riflessa dipende dal coefficiente di riflessione speculare (ρ_s) del terreno il quale indica, a meno di fattori moltiplicativi che tengono conto ad es. del guadagno d'antenna, la porzione di potenza del segnale proveniente dal target che viene riflessa specularmente dal terreno verso il radar.

D'altra parte e' possibile scrivere (v. [16])

$$\rho_s = \exp[-2\ (\frac{2\pi\sigma_h \text{ sen } \psi}{\lambda})^2] \tag{1.99}$$

e quindi ρ_s dipende da σ_h (parametro caratteristico del terreno), da λ e dall'angolo ψ definito in fig. 1.25 e poiche' per quest'ultimo vale la relazione:



$$(1.100)\quad \psi = \mathrm{arctg}\,\frac{h_a}{X_o} \simeq \frac{h_a}{\frac{R\,h_a}{h_t+h_a}} = \frac{h_t+h_a}{R} = \phi_t + \frac{h_a}{R} \simeq \phi_t$$

si vede che ρ_s viene a dipendere dall'angolo d'elevazione del bersaglio. Per quanto detto e' possibile asserire che l'effetto del segnale riflesso aumenta al diminuire dell'angolo di elevazione vero del bersaglio; inoltre dalla fig. 1.29 si nota che, nello spettro doppler del segnale ricevuto, le frequenze laterali dovute al multipath sono vicine nel caso di bassi angoli di elevazione mentre sono piu' lontane nel caso di angoli piu' grandi.

Tutto cio' ci fa presumere che spostamenti in frequenza ampi sono caratterizzati da bande laterali di ampiezza non troppo accentuata e viceversa nel caso di spettri stretti.

Una diversa tecnica di separazione dei raggi diretti dai riflessi puo' aver luogo con i cosiddetti "radar ad array", di cui si discutera' nel seguito. In questo caso la separazione avviene sulla base della dislocazione spaziale dei vari array, con cui e' possibile analizzare le diverse angolazioni dei vari fronti d'onda e quindi la direzione di provenienza dei vari ritorni e/o emissioni. In realta' si ha una dualita' con il problema di cui sopra e potranno essere applicate ancora le varie metodologie di superrisoluzione.

Bibliografia

[1] M.I.SKOLNIK: "Radar Handbook", Mc Graw-Hill, 1970.

[2] M.I.SKOLNIK: "Introduction to Radar Systems", Mc Graw-Hill, 1980.

[3] D.BARTON: "Radar System Analysis", Prentice-Hall, 1964.

[4] F.NATHANSON: "Radar Signal Processing and the Environment", Mc Graw-Hill, 1969.

[5] A.RIHACZEK: "Principles of High-resolution Radar", Mc Graw-Hill, 1969.

[6] C.E.COOK, M. BERNFELD: "Radar Signals", A.P. 1967.

[7] P.SWERLING: "Probability of Detection for Fluctuating Targets", IRE Trans., Vol, 176, Aprile 1960.

[8] J.LAWSON, G.UHLENBECK: "Threshold Signals", Mc Graw-Hill, 1950.

[9] F.E.NATHANSON, J.P.REILLY: "Radar Precipitation Echoes", IEEE Trans, 4 Luglio 1968.

[10] J.DUNN, D.HOWARD, A.KING: "Phenomena of Scintillation Noise in Radar Tracking Systems", Proc. IRE.

[11] J.DUNN, D.HOWARD: "Radar Target Amplitude Angle and Doppler Scintillation...", IEEE Trans, Vol.MTT, 16 September 1968.

[12] J.GRONEY: "Improved Visibility of Small Target in Sea Clutter", R.R.E., col. 32 September 1968.

[13] D.DE LONG, E.HOFFSTETTER: "On the Design of Optimum Radar Waveform for Clutter Rejection", IEEE Trans II, 13 July 1967.

[14] C.E.MUEHE: "Advances in Radar Signal Processing", IEEE Electro ´76, Boston Mass., May 11-14 1976.

[15] R.RONCONI: "Corso sulle elaborazioni a media frequenza", DFA-2, Selenia S.p.A., 1978.

[16] D.BARTON: "Low Angle Radar Tracking", PIEE, pp.687-704, June 1974.

[17] G.PICARDI, G.SPINA: "The superresolution applications in tracking radar", IEEE International radar conference, Washington 1985, pp.95-100.

[18] G.PICARDI, R.SEU: "Maximum likelihood estimator to solve tracking radar problems", CIE - International Conference on Radar, Nanijing Nov. 1985, pp.865-870.

2. MODELLI DEI SEGNALI RADAR

2.1. Introduzione. I bersagli

Nella descrizione della equazione radar e' stata introdotta la "cross-section" (σ) o area equivalente di un bersaglio (target), come sezione equivalente di un conduttore ideale utile alla valutazione dell'energia riflessa dal bersaglio o in altre parole come l'area di un conduttore ideale che intercetta quella quota parte di energia che, reirradiata uniformemente in tutte le direzioni, produce un'eco uguale a quella prodotta dal bersaglio reale.

In realta' per i bersagli comuni non esiste una relazione semplice che lega l'area equivalente all'area effettiva.

In tab.2.1 sono riportati i valori tipici di σ per alcuni velivoli militari e civili riferiti alle bande radar L ed S e converra' notare che σ e' funzione crescente dell'area effettiva.

Tab.2.1

Valori realistici sull'angolo di osservazione

Banda / Aereo	L 1÷2 GHz $\bar{\sigma}(m^2)$	S 2÷4 GHz $\bar{\sigma}(m^2)$
DC 6	55	85
DC 8	17	27
Boeing 707	13	21
Caravelle	15	25
F 104	2,5	4
F 80	2,2	3,2

Naturalmente l'area equivalente dei bersagli aerei, cosi' come delle navi, citta' e terreni e' funzione oltre che della λ e dell'area effettiva, anche dell'angolo di osservazione.

Inoltre le variazioni dell'assetto dei bersagli determinano fluttuazioni di ampiezza dell'eco ricevuta, che provocano perdite di sensibilita' in ricezione, di cui si deve tener conto nella definizione del minimo rapporto tra segnale e rumore necessario per ottenere la "portata".

I valori riportati in tab.2.1 sono quindi valori mediati ($\bar{\sigma}$) su tutti i possibili angoli di osservazione, mentre nel seguito verranno descritti i modelli statistici.

Onde voler riportare degli ordini di grandezza di altri possibili bersagli converra' precisare che possono ritenersi tipici i valori di 3-7 m^2 per il $\bar{\sigma}$ degli elicotteri, 0,1-0,3 m^2 per il $\bar{\sigma}$ di bersagli missilistici, 0,001-0,003 m^2 per quello dei colpi, mentre per le navi converra' riferirsi a dei valori che vanno da qualche decina di m^2 a qualche centinaio.

Per completare la panoramica relativamente alle caratteristiche dei bersagli in tab.2.2 sono riportati oltre ai valori $\bar{\sigma}$, di cui sopra, anche i rispettivi valori tipici delle velocita' che saranno utili per le valutazioni delle frequenze doppler.

Tab.2.2

Tipo di bersaglio	$\bar{\sigma}(m^2)$	Velocita' (m/sec)
Nave	5-200	0
Aereo	1-50	200-300
Elicotteri	3-7	100 (*)
Missile	0,1-0,3	200-400
Colpo	0,001-0,003	600-900

(*) Lo spettro doppler degli elicotteri e' particolarmente largo ad opera delle pale.

2.2. Modelli statistici dei bersagli

I bersagli di notevole complessita' sono generalmente descritti in termini della "cross-section", sia attraverso la sua distribuzione di ampiezza che attraverso il suo spettro di frequenza. In realta' la "cross-section" di un bersaglio e' descritta usualmente in letteratura tramite la densita' di probabilita' del segnale ricevuto (in tensione) che

si suppone di tipo Rayleigh, cio´ significa che la densita´ della σ diviene di tipo esponenziale:

$$p_e(\sigma) = \frac{1}{\bar{\sigma}} e^{-\frac{\sigma}{\bar{\sigma}}} \qquad \sigma \geq 0 \tag{2.1}$$

dove $\bar{\sigma}$ e´ la cross-section media di cui valori tipici sono indicati nel paragrafo che precede.

Un secondo tipo di densita´ di probabilita´ usato per la σ e´ la:

$$p_R(\sigma) = \frac{4\sigma}{\bar{\sigma}^2} e^{-\frac{2\sigma}{\bar{\sigma}}} \qquad \sigma \geq 0 \tag{2.2}$$

Mentre la (2.1) si riferisce a bersagli di notevole complessita´ ossia costituiti da una molteplicita´ di "scatter" indipendenti(*), di cui nessuno predomina relativamente agli altri (molti aerei vengono modellati con una tale distribuzione), la (2.2) corrisponde al caso in cui si abbia un elemento di scatter di molto predominante e coesistente con una molteplicita´ di scatter di dimensioni inferiori. Per ogni distribuzione (2.1) o (2.2) e´ possibile considerare diversi tipi di fluttuazione. E´ possibile ad es. supporre che, anche se durante una singola scansione di antenna (ossia per ogni giro di 360° dell´antenna) nelle singole interrogazioni ("sweep") gli echi di ritorno sono eguali, essi variano da scansione a scansione: in tale modo i ritorni possono essere considerati estremamente correlati da sweep a sweep ed indipendenti da scansione a scansione (fluttuazioni lente); peraltro e´ possibile al contrario ritenere che gia´ da sweep a sweep detti echi siano da ritenersi indipendenti (fluttuazioni rapide).

Nascono quindi quattro modelli che, sulla base dei classici lavori di Swerling, vanno sotto il nome:

Swerling	1	$p_e(\sigma)$	fluttuazioni lente
"	2	$p_e(\sigma)$	fluttuazioni rapide
"	3	$p_R(\sigma)$	fluttuazioni lente
"	4	$p_R(\sigma)$	fluttuazioni rapide

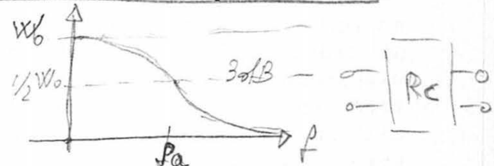
(*) Sara´ sufficiente ricordare come la distribuzione Rayleigh corrisponde a quella di un rumore rivelato di inviluppo.

associando ogni tipo di fluttuazione alle diverse densita´ di probabilita´ proposte (2.1), (2.2).

Pertanto i vari concetti di probabilita´ di rivelazione e di falso allarme andranno rivisti sulla base di questi modelli e le tecniche di integrazione in azimut (per ottimizzare la rivelazione, tenendo conto del tempo di insistenza del fascio di antenna sul bersaglio e delle varie scansioni) dovranno contenere i modelli sopra indicati.

In termini spettrali le considerazioni relative ai vari modelli possono essere poste considerando lo spettro relativo a σ del tipo:

(2.3) $$W(f) = W_o \frac{f_a^2}{f^2+f_a^2}$$



ossia come un rumore a banda larga con densita´ spettrale monolatera W_o che passi attraverso un filtro del tipo RC di banda pari a $f_a(=(1/2\pi RC))$. La funzione di correlazione relativa alla (2.3) diviene (antitrasformando la (2.3) secondo Fourier: Teor. di Wiener - Khintchine)

(2.4) $$R(\tau) = \frac{W_o \cdot \pi f_a}{2} e^{-|\tau| 2\pi f_a}$$

pertanto la potenza della cross-section e´ $W_o \cdot \pi f_a/2$ ed il tempo di correlazione $t_c = 1/(2\pi f_a)$.

Naturalmente a seconda dei modelli converra´ collegare f_a alla frequenza di ripetizione (f_r) o di scansione (f_s) (mod. Swerling 1 e 3: $f_s \ll f_a \ll f_r$), mod. Swerling 2 e 4 $f_a \gg f_r$).

2.3. Cenni sulla influenza degli effetti secondari sulla equazione radar

Definita in qualche modo la sezione equivalente dei vari bersagli converra´ riprendere l´equazione radar (1.11):

(2.5) $$P_r = \frac{P_p G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L} \cdot \overline{F}^4$$

dove e' stato introdotto il coefficiente $\overline{F}^4$, detto <u>fattore di illuminazione</u>, per tener conto delle variazioni del campo elettrico a causa delle interferenze dovute alla propagazione in ambiente reale. $\overline{F}$ tiene conto quindi di tutti gli effetti di propagazione anomala cui si e' fatto cenno nel paragrafo 9 del cap.1.

In particolare converra' riferirsi alla <u>riflessione</u> del terreno, che ha portato al diagramma di antenna a lobi di cui in fig.1.26, riproposto in fig.2.1.

Pertanto, definendo con G il guadagno massimo di antenna (come gia' introdotto nella (1.14)), qualora il bersaglio si trovi nella regione definita da ϕ_{tl} di cui in fig.2.1, bisognera' tener conto della deformazione del fascio di antenna (primo lobo) introdotta dalla superficie riflettente e cio' potra' essere fatto valutando convenientemente l'espressione $\overline{F}$.

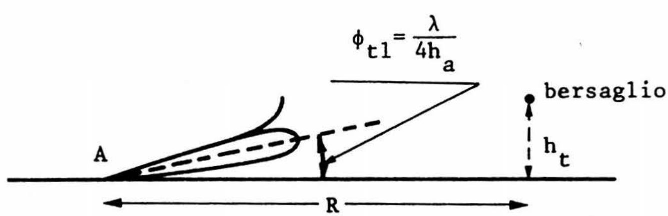


Fig.2.1 - Effetto della riflessione $\frac{h_t}{R} \simeq tg\,\phi$

In altre parole detta h_a l'altezza dell'antenna (trascurata nel disegno di fig.2.1), individuata la posizione del bersaglio tramite la sua distanza R dall'antenna e l'altezza dal terreno h_t, si e' nel primo lobo (effetto della riflessione) se (v. (1.93)):

$$\frac{h_t}{R} \leq tg\,\phi_{tl} \simeq \phi_{tl} = \frac{\lambda}{4h_a} \tag{2.6}$$



e' possibile pertanto definire <u>distanza critica</u> la:

$$\boxed{R^* = 4\,\frac{h_a h_t}{\lambda}} \tag{2.7}$$

La valutazione di $\overline{F}$ per $R > R^*$ (v. [4]) comporta una sua dipendenza inversa da R e quindi P_r per la (2.5) va se-

condo R^{-8} come riportato schematicamente in fig.2.2.

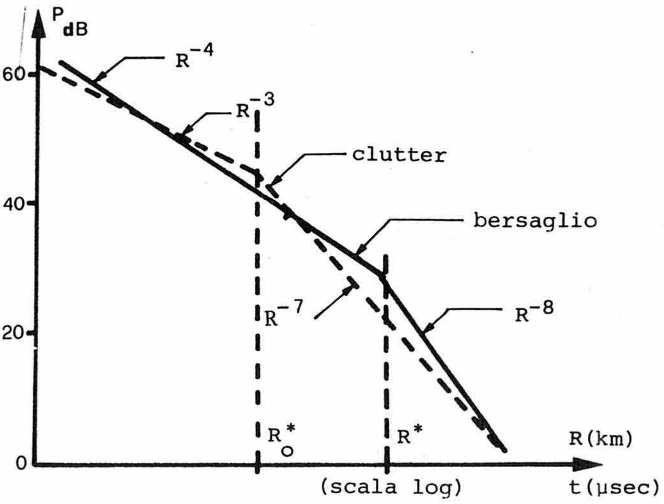


Fig.2.2 - Rappresentazione della potenza in ricezione per un particolare bersaglio al variare della distanza.

Naturalmente la distanza critica, cosi' come definita nella (2.7), dovra' essere modificata se gia' a distanze inferiori alla R^* interviene l'effetto della curvatura terrestre.

La distanza al di sopra della quale si esce dalla visibilita', si ottiene facilmente con considerazioni geometriche dalla schematizzazione di fig.2.3.

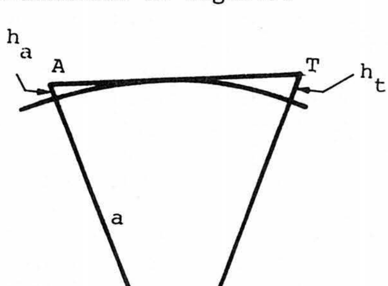


Fig.2.3 - Schematizzazione per la valutazione della portata ottica.

$$(2.8) \qquad R_1^* \simeq \sqrt{2\,ka}\,(\sqrt{h_a} + \sqrt{h_t})$$

dove:

a = raggio terrestre $\sim$6370 km
k = 4/3 (coeff. per tener conto della rifrazione)
h_a = altezza dell'antenna
h_t = altezza del bersaglio

E' possibile dimostrare che anche in questo caso, in prima approssimazione, la $\bar{F}$ per $R > R^*_1$, diviene inversamente proporzionale a R.

Pertanto e' possibile ritenere valido, per una prima valutazione, l'andamento a tratto continuo di fig.2.2 dove per distanza critica R^* va inteso il valore piu' piccolo tra R^* e R^*_1 (v. (2.7) e (2.8)).

2.4. Sezione radar equivalente per il clutter

La rivelazione di un bersaglio radar comporta, come si e' detto, la sua differenziazione dal rumore e dagli echi riflessi dall'ambiente che lo circonda. Tale ambiente e' individuato con il termine di "clutter". Lo stesso termine e' utilizzato per identificare anche i segnali riflessi da tutti i bersagli naturali che mascherano il segnale utile, e, a seconda della sorgente interferente, si parla di clutter di terra, di mare e atmosferico.

Il segnale di clutter e' fondamentalmente identificato da: la legge della densita' di probabilita' dell'ampiezza dell'eco, la sezione radar equivalente (che consente di valutare la riflettivita' normalizzata e quindi la potenza ricevuta dal radar) e lo spettro di potenza.

Nelle pagine che seguono vengono indicate alcune leggi di densita' di probabilita', e poi verra' esaminata la distribuzione spettrale, tutto cio' dopo aver analizzato i metodi di valutazione della sezione radar equivalente del clutter.

Per quanto concerne l'entita' della potenza riflessa i clutter di tipo superficiali come ritorni dal mare e dalla terra verranno descritti dalla "riflettivita' superficiale" o sezione media (cross-section) per unita' di superficie, definita dal parametro adimensionale

$$(2.9) \qquad \sigma^o = \bar{\sigma}/A_c$$

[Adimensionale] Indica la porzione dell'unità di superficie, che viene vista dal radar.

Se σ° fosse 1 vuol dire che la sezione riflette completamente l'onda incidente

10 dB vuol dire che l'oggetto riflette come se fosse il 10% della sua grandezza (sezione) effettiva

dove $\bar{\sigma}$ e' la sezione media equivalente radar (cross- section) (da inserire nell'equazione radar), A_c e' l'area illuminata dal radar.

Una superficie, che abbia un σ^o=0,1, sara' equivalente dal punto di vista radar ad una sezione di 1/10 di m^2 per ogni m^2 di sezione che compare nel fascio radar.

Nel caso di scatter di volume, come per i ritorni atmosferici, il parametro corrispondente a σ^o e' (riflettivita' volumetrica)

(2.10) $\eta = \bar{\sigma}/V$ (m^{-1})

espresso in unita' di sezione equivalente radar per unita' di volume.

Valori tipici medi di σ^o e η sono riportati in tab.2.3, dove sono anche riportati alcuni valori di $\bar{\sigma}$ per il clutter puntiforme (torri, pali...) [10].

Spesso si introduce la riflettivita' normalizzata:

(2.11) $\lambda_n = \sigma^o/\text{sen}\,\psi$

$\sigma^o = \lambda_n\,\text{sen}\,\psi$

dove ψ e' l'angolo di inclinazione del fascio d'antenna rispetto all'orizzontale, detto angolo di "grazing" o radenza.

In realta' λ_n e' approssimativamente indipendente da ψ stesso e, per superfici ruvide, anche dalla polarizzazione.

Converra' ora dare un cenno piu' specifico sulle entita' dei valori della riflettivita'.

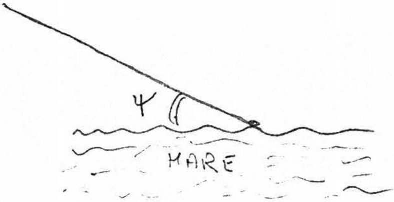
a) Clutter di mare

In fig.2.4 e' riportato un tipico andamento di $\sigma^o|_{dB}$ (=10logσ^o) in funzione di ψ. In esso sono distinguibili tre zone cosi' che per $\psi < \psi_1$ si e' in condizioni di osservazione quasi orizzontale e, per effetto del mascheramento di un'onda sulle successive e la riflessione del mare, si ha una rapida diminuzione di σ^o.

Analogamente per $\psi > \psi_2$ si e' nella regione di incidenza praticamente verticale dove prevale un meccanismo di riflessione speculare dovuto ad elementi di dimensioni maggiori della λ e quindi σ^o cresce notevolmente.

In fig.2.5 sono riportati degli andamenti ottenuti da vari sperimentatori e l'andamento corrispondente ad un modello che e' caratterizzato dalla relazione (v. tab.2.3):

(2.12) $\sigma^o|_{dB} = -\,50 + 2\cdot K_B + \text{sen}\psi\,|_{dB} - \lambda\,|_{dB}$



dove:

ψ e´ l´angolo di grazing

λ e´ la lunghezza d´onda

K_B e´ lo stato del mare secondo la scala Beaufort.

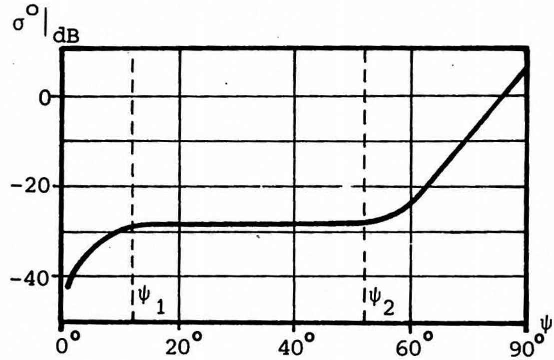


Fig.2.4 - Andamento tipico di σ^o per clutter di mare in funzione dell´angolo di "grazing".

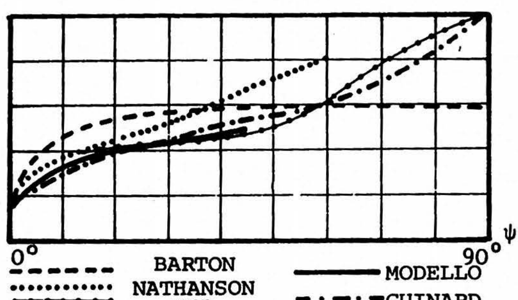


Fig.2.5 - Andamenti sperimentali di σ^o e modello analitico.

Indicazioni sui possibili valori di K_B sono riportati in tab.2.4 in funzione dell´altezza delle onde e della velocita´ del vento.

Il modello (2.12), che appare abbastanza aderente alla realta´, fornisce la dipendenza della σ^o del mare oltre che dal suo stato anche dalla λ usata.

Tab.2.3 - Valori tipici di riflettività.

Clutter	Riflettività λ (m) η (m^{-1})	Condizioni	Banda → λ(m) →	Parametri per condizioni tipiche L 0,23	S 0,1	C 0,056	X 0,032
terra	$\sigma^o \simeq \frac{3.2\cdot 10^{-4}}{\lambda}$		$\sigma^o\|_{dB}$ =	-28	-25	-23	-22
clutter puntiforme	$\bar{\sigma} = 10^4\ m^2$		σ (m^2)=	10^4	10^4	10^4	10^4
mare	$\sigma^o\|_{dB} = -50 + 2K_B$ (*) $+ sen\psi\|_{dB} - \lambda\|_{dB}$	$K_B = 4$ $\psi = 1^o$	$\sigma^o\|_{dB}$ =	-53	-49,6	-47	-44
chaff	$\eta \simeq 3\cdot 10^8 \lambda$		$\eta(m^{-1})$ =	$7x10^{-9}$	$3x10^{-9}$	$1,7x10^{-9}$	10^{-9}
pioggia (per r mm/hr)	$\eta \simeq 6\cdot 10^{-14} \cdot r^{1.6} \cdot \lambda^{-4}$	r=4 mm/hr	η (m^{-1}) =	$2x10^{-10}$	$5x10^{-9}$	$5x10^{-8}$	$5x10^{-7}$

(*) Stato del mare secondo la scala Beaufort.

Tab.2.4 [4]

K_B BEAUFORT	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
VELOCITA' DEL VENTO (m/s)	2, 2,5, 3, 3,5, 4, 4,5, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35
DESCRIZIONE DEL VENTO	CALMA; BREZZA LEGGERA; BREZZA GENTILE; BREZZA MODERATA; BREZZA FORTE; BREZZA MOLTO FORTE; BREZZA FORTISSIMA; TEMPESTA
DURATA NECESSARIA DEL VENTO (h)	5,5, 20, 25, 30, 35
ALTEZZA DELLE ONDE (m)	0,3, 0,6, 1,2, 1,8, 2,4, 3, 4,5, 6, 7,5, 9, 12, 16, 18
STATO DEL MARE E DESCRIZIONE	1 PIATTO; 2 CALMO; 3 MODE-RATO; 4 GROSSO; 5 MOLTO GROSSO; 6 AGITA TO; 7 MOLTO AGITATO; 8 PRECIPITOSO
LUNGHEZZA DELLE ONDE (m)	6, 12, 18, 24, 30, 45, 60, 90, 120, 150, 180, 240, 300, 420, 540
VELOCITA' DELLE ONDE (m/sec)	2,5, 5, 7,5, 10, 12,5, 15, 17,5, 20, 22,5, 25, 27,5, 30
PERIODO ONDE (sec)	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14

In fig.2.6 sono riportati degli andamenti medi che meglio chiariscono la dipendenza di σ^o dalla frequenza di trasmissione oltre che dal tipo di polarizzazione adottato.

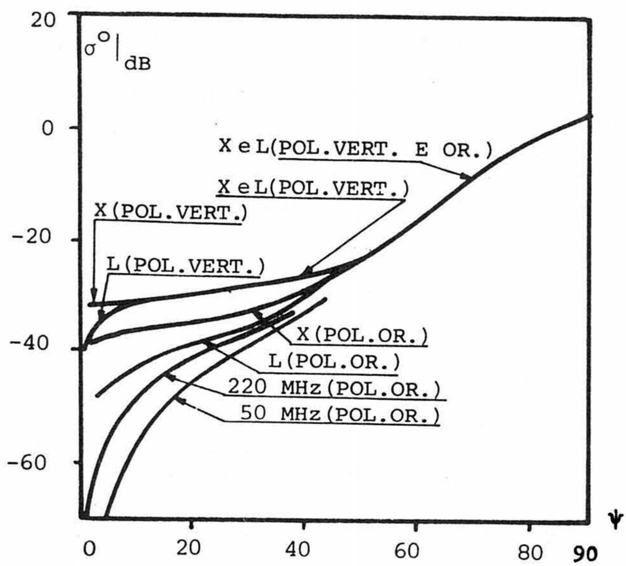


Fig.2.6 - Andamento in condizioni medie di σ^o al variare della polarizzazione e della frequenza in trasmissione [9].

Converra' notare che il modello (2.12) e' sufficientemente aderente alla realta' nel caso di polarizzazione verticale ed e' relativo ad una media dei valori misurati nelle varie direzioni del vento. Nel caso di polarizzazione orizzontale i valori di σ^o sono abbastanza inferiori a quelli della corrispondente polarizzazione verticale per bassi valori di ψ e tendono a questi ultimi al crescere del moto ondoso.

b) Clutter di terra

Considerazioni analoghe a quelle svolte per il clutter di mare possono essere riportate per il clutter di terra, dove sono disponibili una gran quantita' di dati sperimentali. Anche in questo caso dovra' essere analizzata la dipendenza di σ^o da:

- angolo di "grazing"
- polarizzazione
- frequenza di trasmissione.

Converra´ osservare che spesso si fanno delle classificazioni del terreno che puo´ essere:

- liscio (se il valor medio delle irregolarita´ superficiali e´ inferiore a λ)
- rugoso (se il valor medio delle irregolarita´ superficiali e´ superiore a λ).

Nelle bande radar tipiche (v. fig.1.24) si cade quasi sempre in terreni di tipo rugoso.

Un altro tipo di classificazione e´ riportata in tab. 2.5.

Tab.2.5

Classe	Terreno	Esempi
A	liscio	deserti, laghi, asfalti...
B	misto	terreni rurali, collinosi...
C	movimentati	terreni montani con asperita´, aree urbane...
D	boscosi	terreni con piante alto fusto...

In fig.2.7 sono riportati alcuni andamenti, che riassumono un complesso di dati sperimentali, determinando le zone ammissibili. In essi e´ possibile rivedere le "zone d´ombra" caratteristiche dei vari angoli di "grazing" analoghe a quelle del clutter di mare; queste zone (nei loro valori medi) sono dettagliate in fig.2.8, mentre in fig.2.9 sono riportate le zone ammissibili per una notevole inclinazione (circa normale) del fascio d´antenna.

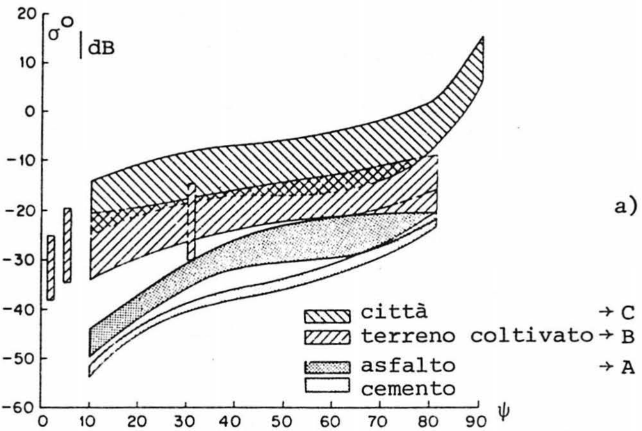
Osservando gli andamenti di fig.2.7a) e b) e´ possibile notare la scarsa dipendenza della polarizzazione, pur osservando che la polarizzazione orizzontale comporta dei valori di σ^o inferiori di qualche dB rispetto a quella verticale. D´altro lato la polarizzazione incrociata comporta rispetto alla polarizzazione diretta, una diminuzione di 5-10 dB.

Per quanto concerne l´andamento di σ^o con la frequenza e´ possibile riferirsi agli andamenti di fig.2.10, che, sono approssimativamente lineari.

c) <u>Clutter atmosferico</u>

Per il clutter atmosferico sono stati approntati diversi studi e quindi diversi modelli. In tab.2.3 e´ riportata

una legge per la "riflettivita' volumetrica" per la pioggia, in fig.2.11 e' mostrato l'andamento di η in funzione della entita' della precipitazione per neve e pioggia. Tutto cio' ipotizzando che la polarizzazione in trasmissione e ricezione siano adattate.



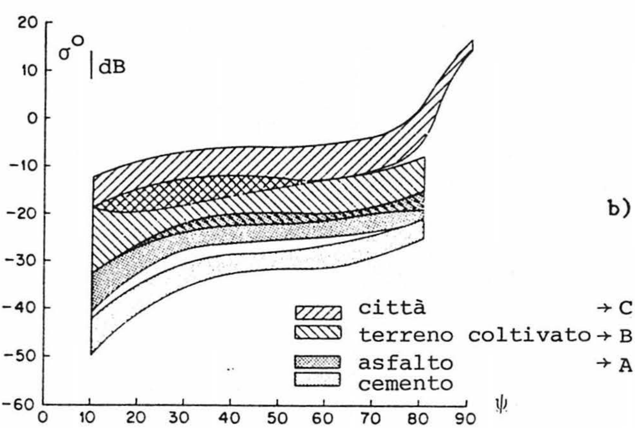


Fig.2.7 - Zone possibili della σ^o per clutter di terra
a) polarizzazione orizzontale [9]
b) polarizzazione verticale [9]

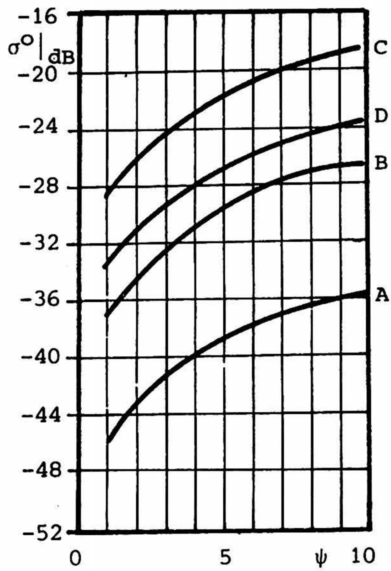


Fig.2.8 - Andamento di σ^o per piccoli valori dell'angolo di "grazing" (v. tab.2.5).

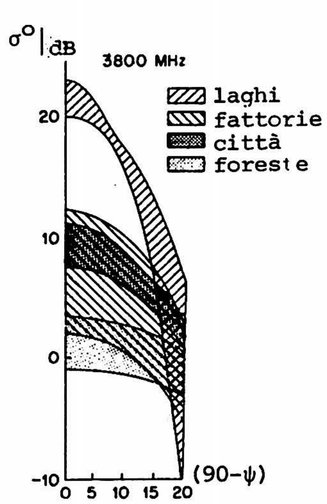


Fig.2.9 - Andamenti di σ^o medi per incidenza quasi verticale.

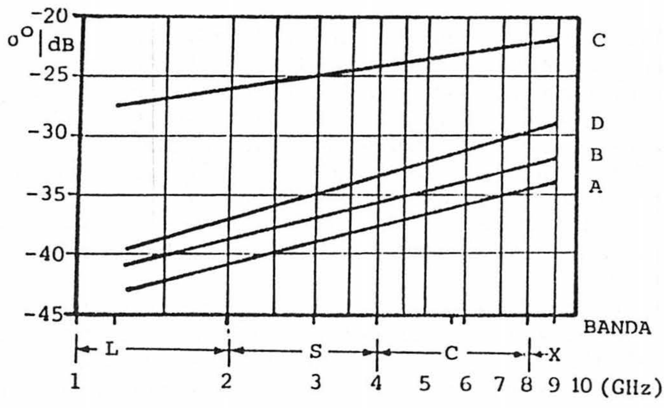


Fig.2.10 - Andamento di σ^0 per diversi tipi di clutter (v. tab.2.5) al variare della frequenza di trasmissione.

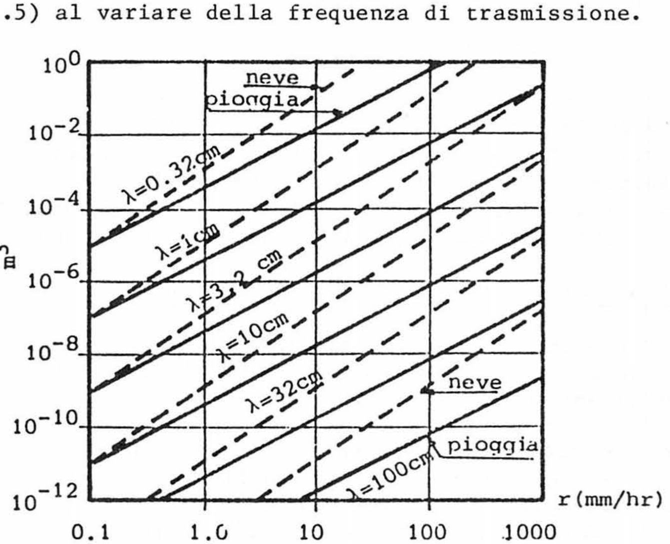


Fig.2.11 - Riflettivita' volumetrica in funzione della precipitazione.

In realta' poiche' le gocce della pioggia sono sferiche, o quasi, mentre gli aerei sono bersagli complessi allora l'energia riflessa dalla pioggia e dagli aerei sara' affetta differentemente dalla polarizzazione dell'energia incidente; cio' fa intravedere dei miglioramenti possibili, con opportuna polarizzazione, nel rapporto bersaglio clutter

atmosferico (S/C_a). Infatti un'onda polarizzata circolarmente, che interessi un oggetto di tipo sferico, e' riflessa ancora come onda a polarizzazione circolare con senso di rotazione opposto e quindi puo' essere rigettata dall'antenna che l'ha generata. Nel caso di un oggetto complesso, come un aereo, l'energia riflessa e' piu' o meno egualmente divisa tra i due sensi di rotazione e quindi puo' essere intercettata dall'antenna in trasmissione, pertanto si puo' predire facilmente un miglioramento nel rapporto bersaglio clutter atmosferico.

Naturalmente detto miglioramento dipende da quanto buona e' la polarizzazione circolare ossia dal rapporto di ellitticita' disponibile in pratica: 24 dB di miglioramento (o rapporto di soppressione) sono possibili teoricamente con un rapporto di ellitticita' (in tensione) di 0,94. Il rapporto di soppressione e' infatti definibile dalla relazione

$$\text{(2.13)} \qquad R.S. = 20 \log (1+\varepsilon^2)/(1-\varepsilon^2)$$

dove ε e' il rapporto di ellitticita'. In verita' migliorare detto rapporto oltre un certo limite in genere non e' conveniente per il fatto che le gocce non sono perfettamente sferiche specialmente in situazioni torrenziali, cosi' che rapporti di miglioramento in S/C_a maggiori di 15 dB sono difficili da ottenere, raggiungendo spesso non piu' di 5 o 6 dB.

d) Distanza critica: aree e volumi effettivi

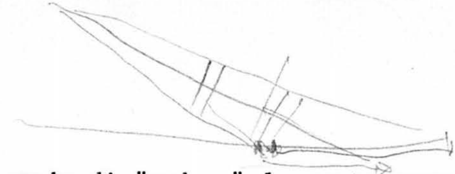
Per quanto concerne la dipendenza dalla distanza converra' riprendere l'equazione radar (v. (1.11) e (2.5)) e le considerazioni del paragrafo che precede.

Quanto detto allora vale anche per un bersaglio con estensione superficiale (clutter di area) e se e' costituito da piu' "scatter" dislocati verticalmente sul terreno con distribuzione piu' o meno uniforme.

Naturalmente per un clutter di tipo superficiale potra' essere assunta come "distanza critica" la R_o^* derivata direttamente dalla (2.8) (condizione di visibilita' ottica) con $h_t=0$:

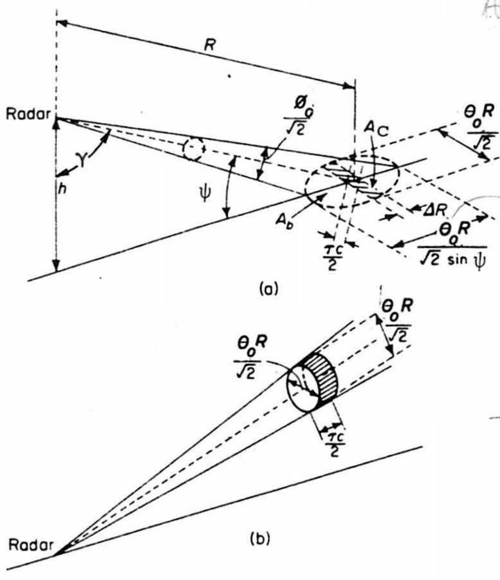
$$\text{(2.14)} \qquad R_o^* = \sqrt{2k \cdot a \cdot h_a}$$

In realta' il concetto di "distanza critica" e' legato ad una distribuzione uniforme in distanza del clutter entro i limiti di portata del radar. Non esiste una tale distanza critica se esiste una discontinuita' nella distribuzione. E' il caso per esempio di un radar allocato su una costa del



mare, che sia in grado di "vedere" la costa opposta. Tale costa agisce come un forte riflettore, distribuito uniformemente in azimut. In questo caso la distanza critica si identifica con la distanza di mascheramento della costa sui bersagli retrostanti. Effetto analogo si verifica in un radar navale, in cui, a parte l'effetto della costa, al crescere del moto ondoso, e con antenne puntate sull'orizzonte ottico, esiste un effetto di mascheramento di un fronte d'onda rispetto a quelli che lo seguono.

Per definire completamente la σ e quindi la P_r (v.(2.5), (2.1), (2.2), (2.9) e (2.10)) dovra' ancora essere valutato A_c e V.



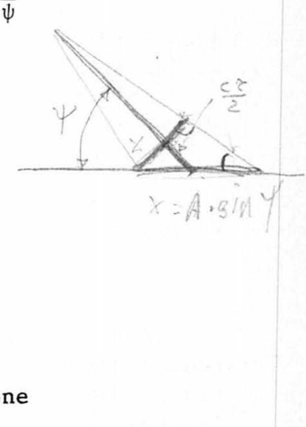
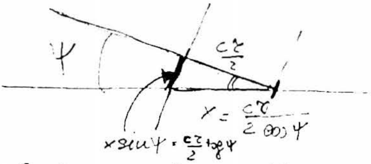


Fig.2.12 - Schematizzazione per la valutazione
a) di A_c
b) di V

Riferendosi alla geometria di fig.2.12a, converra' definire con

ϕ_o l'apertura in elevazione del fascio di antenna
θ_o l'apertura in azimut del fascio di antenna
ψ l'angolo di "grazing"
γ l'angolo di incidenza.



Si notera' che, avendo considerato ϕ_o e θ_o aperture del fascio di antenna a 3 dB, e' stato introdotto un coefficiente di forma $\sqrt{2}$, per modo che $\phi_o/\sqrt{2}$ e $\theta_o/\sqrt{2}$ possano rappresentare le aperture in elevazione ed azimut di fasci rettangolari equivalenti ai fasci reali di tipo sen x/x o gaussiani.

Nella ipotesi che la cella in distanza determinata da $c\tau/2$ sia contenuta nell'apertura in elevazione del fascio di antenna

$$\frac{c\tau}{2}\,tg\psi << 2\cdot R\cdot tg\,\frac{\phi_o}{2\sqrt{2}} \quad\longrightarrow\quad tg\psi << \frac{4R}{c\tau}\,tg\,\frac{\phi_o}{2\sqrt{2}}$$

ne viene da semplici considerazioni geometriche



$$A_c \cos\psi = \frac{c\tau}{2}\cdot R\cdot\frac{\theta_o}{\sqrt{2}}$$

ossia

$$(2.15) \qquad A_c = \frac{c\tau}{2}\,R\,\frac{\theta_o}{\sqrt{2}}\,\frac{1}{\cos\psi} \simeq \frac{c\tau}{2\sqrt{2}}\,R\,\theta_o$$

dove l'ultimo passaggio vale per piccoli valori dell'angolo di "grazing".

La potenza media in ricezione (v. (2.5)) per un clutter superficiale (v. (2.9) e (2.15)) diviene allora:

$$(2.16) \qquad P_r = \frac{P_p G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 L}\,\sigma^o\cdot\frac{c\tau}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\theta_o}{R^3}\,\bar{F}^4$$

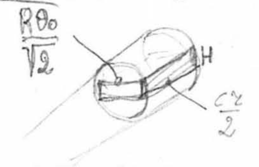
Pertanto la P_r per distanze inferiori alla critica scende secondo R^{-3} mentre per distanze superiori si ha una dipendenza secondo R^{-7} ad opera del gia' specificato coefficiente $\bar{F}^4$. Una rappresentazione sintetica delle considerazioni di cui sopra e' riportata in fig.2.2.

Infine converra' notare che nel caso del clutter di mare dovrebbe valere per la distanza critica la (2.7) dove h_t dovrebbe indicare l'altezza delle onde. In realta' da misure sperimentali si e' rilevato che tutto avviene come se l'altezza dei riflettori equivalenti fosse di molto inferiore a quella delle onde effettive. Allora anche per il clutter di mare converra' ricorrere alla definizione di distanza cri-

tica, come determinata dalla portata ottica (v. (2.14) o anche (2.8)).

Per quanto riguarda il clutter di volume andra' considerata la (2.10), dove η e' specificato in tab.2.3 e fig. 2.11. Naturalmente dovra' essere valutato il volume V e questo potra' essere fatto considerando ad esempio che il clutter interessi un'altezza H e tutto il fascio in senso azimutale. Considerando inoltre una dimensione in profondita' pari a $c\tau/2$ (dimensione dell'impulso) (v. fig.2.12b), ne viene:

$$(2.17) \qquad V = \frac{c\tau}{2} \cdot R \cdot \frac{\theta_o}{\sqrt{2}} H$$



e nel caso che H sia limitato dalla larghezza trasversale del fascio si ha (v. fig.2.12b):

$$(2.18) \qquad V = \frac{c\tau}{2} \cdot R^2 \cdot \frac{\theta_o \phi_o}{2} \cdot \frac{\pi}{4}$$



Le (2.17) e (2.18) inserite tramite la (2.10) nella (2.5) danno luogo alle relazioni:

$$(2.19) \qquad P_r = \frac{P_p G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 L} \eta \cdot F^{-4} \cdot \frac{c\tau}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\theta_o}{R^3} \left\langle \begin{array}{l} H \\ R \dfrac{\phi_o}{\sqrt{2}} \dfrac{\pi}{4} \end{array} \right.$$

per cui si ha una dipendenza con la distanza secondo R^{-3} o R^{-2}. Anche in questo caso dopo la distanza critica la dipendenza da R sara' o secondo R^{-7} o R^{-6}.

2.5. Esempio di valutazione numerica del clutter

Onde rendersi conto degli ordini di grandezza converra' analizzare gli andamenti del clutter in funzione della distanza, per un radar le cui caratteristiche generali sono gia' riportate nel par.8 del cap.1 (equaz. (1.87) e seg.) e paragonarli a quelli di un segnale.

Per quanto riguarda il clutter di terra dalla tab.2.3 per radar in banda S e' possibile assumere (v. anche terreno classe C di fig.2.10):

(2.20) $\sigma^o|_{dB} = -\ 25\ dB \ \longrightarrow\ \sigma^o = 10^{-2.5} = 3.1 \cdot 10^{-3}$

Per il clutter di pioggia, riferendosi ancora alla tab. 2.3, per r=4 mm/hr, si ha:

(2.21) $\eta = 5 \cdot 10^{-9}$

Occorrera' ora valutare l'area geometrica interessata (v. (2.15)) ed il volume V (ci si riferira' al caso che tutta la dimensione verticale del fascio sia interessata dalla pioggia, v. (2.18)); allora dovra' essere definita l'apertura del fascio e valori tipici potranno essere:

(2.22)
$$\left|\begin{array}{l} \dfrac{\theta_o}{\sqrt{2}} \sim 3^o \ \longrightarrow\ .05 \text{ rad} \\ \dfrac{\phi_o}{\sqrt{2}} \sim 15^o \ \longrightarrow\ .26 \text{ "} \end{array}\right.$$

Pertanto si ha

(2.23)
$$A_c \simeq \frac{c\,\tau}{2}\,\frac{R}{\sqrt{2}}\,\theta_o = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 0.05}{2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \tau R$$

(2.24)
$$V \simeq \frac{c\,\tau}{2}\,R^2\,\frac{\theta_o\,\phi_o}{2} = \frac{3 \cdot 10^8}{4} \cdot 0.05 \cdot 0.26 \cdot \tau R^2$$

Prima della valutazione analitica della potenza in ricezione converra' fare una osservazione. Il τ inserito nella equaz. radar (v. (2.5) e (1.87)) e' quello corrispondente all'impulso in trasmissione e moltiplicato per P_p indica l'energia irradiata (v. ad es. (1.82)); d'altro canto quando si vuole una notevole risoluzione in distanza o si riduce τ o anche e' possibile modulare in fase o frequenza l'impulso di durata τ , senza variare l'energia trasmessa. Allora in ricezione l'impulso potra' essere decodificato o anche "compresso" secondo una tecnica che verra' descritta nel seguito. In altre parole in ricezione tutta l'energia sparsa in τ verra' concentrata in un impulso molto piu' corto di durata ad esempio δ ; τ / δ rappresenta il rapporto di compressione. Allora in questo caso il τ delle equaz. (2.23) e (2.24) dovra' essere sostituito da δ, in quanto il contributo del clutter corrisponde ad un esame nella cella di spazio

di dimensioni $c\,\delta/2$. Tutta l'operazione descritta corrisponde ad una interrogazione radar con maggiore risoluzione in distanza e poteva essere realizzata diminuendo τ e aumentando P_p, ma, si e' detto, i trasmettitori sono usualmente limitati in potenza di picco. Ecco quindi la ragione del largo uso che oggi si fa delle tecniche di compressione.

Rinviando queste argomentazioni ad un apposito capitolo sulla generazione delle forme d'onda, converra' riscrivere la (2.5), (2.16) e (2.19) ritenendo di operare sotto la distanza critica (v. anche (1.87)); si ha allora per il rapporto segnale utile a rumore:

$$(2.25)\quad \frac{S}{N} = (239.4)^4 \cdot \frac{P_p(\text{kw})\cdot\tau(\mu\text{sec})G^2\cdot\sigma(\text{m}^2)}{f_T^2(\text{MHz})\cdot T\cdot F\cdot R^4(\text{km})\,L}$$

per il rapporto clutter di terra a rumore:

$$(2.26)\quad \frac{C_t}{N} = (239.4)^4\, \frac{P_p(\text{kw})\cdot\tau(\mu\text{sec})G^2\cdot\sigma^o\,\dfrac{c\,\delta}{2\sqrt{2}}\,\theta_o 10^3}{f_T^2(\text{MHz})\cdot T\cdot F\cdot R^3(\text{km})\cdot L}$$

mentre per il clutter di pioggia la formula corrispondente e' la seguente:

$$(2.27)\quad \frac{C_p}{N} = (239.4)^4\, \frac{P_p(\text{kw})\,\tau(\mu\text{sec})G^2\cdot\eta\,\dfrac{c\,\delta}{2}\,\dfrac{\theta_o\,\phi_o}{2}\cdot 10^6}{f_T^2(\text{MHz})\cdot T\cdot F\cdot R^2(\text{km})\cdot L}$$

Riprendendo le singole grandezze dall'esempio di cui al cap.1 (con una conveniente aggiunta di quelle mancanti; ad esempio si e' pensato di operare con un codice di Barker, che, come verra' analizzato nel seguito, comporta un $\tau/\delta=13$) si ha

<u>Parametri radar</u>

$$
\begin{aligned}
P_p &= 5\ \text{KW} &&\rightarrow\ 7\ \text{dB}\\
\tau &= 5\ \mu\text{sec} &&\rightarrow\ 7\ \text{dB}\\
\frac{c\delta}{2} &= 57\ \text{m} &&\rightarrow\ 17.56\ \text{dB}\\
G &= 25\ \text{dB} &&\rightarrow\ 25\ \text{dB}\\
f_T^2(\text{MHz}) &= (3\cdot 10^3)^2 &&\rightarrow\ 69.5\ \text{dB}\\
TF &= 400^\circ\text{K} &&\rightarrow\ 26\ \text{dB}\\
L &= 2.2\ \text{dB} &&\rightarrow\ 2.2\ \text{dB}\\
\frac{\theta_o}{\sqrt{2}} &\simeq .05\ \text{rad} &&\rightarrow -12.8\ \text{dB}\\
\frac{\theta_o}{\sqrt{2}} &\simeq .26\ \text{rad} &&\rightarrow -5.8\ \text{dB}
\end{aligned}
$$

<u>Parametri segnali</u>

$$
\begin{aligned}
\sigma(m^2) &= 2\ m^2 &&\rightarrow\ 3\ \text{dB}\\
\sigma^\circ\big|_{dB} &= -25\ \text{dB} &&\rightarrow -25\ \text{dB}\\
\eta &= 5\cdot 10^{-9} &&\rightarrow -83\ \text{dB}
\end{aligned}
$$

Allora le relazioni (2.25), (2.26) e (2.27) divengono nel caso specifico:

$$10 \log \frac{S}{N} = 64.5 - 40\cdot\log R_{(km)} \tag{2.28}$$

(bersaglio)

$$10 \log \frac{C_t}{N} = 71.2 - 30\cdot\log R_{(km)} \tag{2.29}$$

(clutter di terra)

$$10 \log \frac{C_p}{N} = 37.4 - 20 \cdot \log R_{(km)} \quad (2.30)$$

(clutter di pioggia)

Le relazioni di cui sopra sono riportate in fig.2.13, dalle quali potra' notarsi come il limite di portata di 24 km corrisponde al valore di $S/N = s_x^2$ (definito in accordo agli andamenti di fig.1.16) di 12 dB e che la dinamica (o distanza in dB) fra clutter e segnale raggiunge un valore massimo ai limiti della portata. Dove peraltro il rapporto S/N e' molto alto la dinamica totale del segnale puo' essere ridotta con un controllo programmato in distanza che verra' descritto nel seguito.

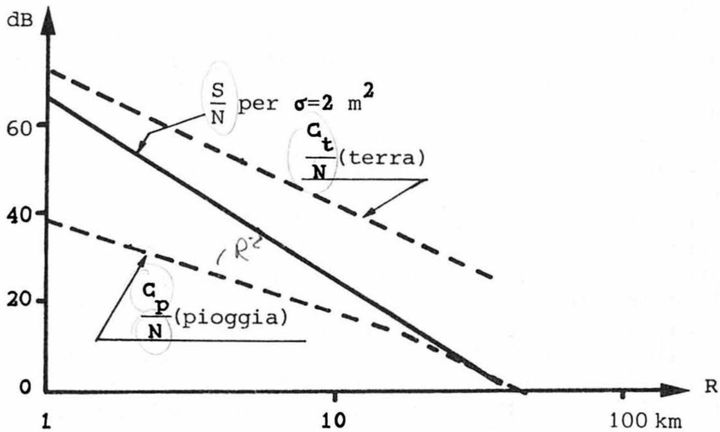


Fig.2.13 - Andamenti del clutter di terra, di pioggia e del bersaglio (da 2 m^2) in funzione della distanza.

2.6. Distribuzione di ampiezza del clutter

Per quanto riguarda la legge di densita' di probabilita' relativamente ad una cella di risoluzione radar, un modello comunemente accettato e' quello di rappresentare il clutter come somma incoerente dei segnali prodotti da una moltitudine di riflettori elementari indipendenti.

Per le considerazioni riportate nel cap.1 relativamente al rumore a banda stretta, l'insieme di tante sorgenti indipendenti dara' luogo ad un segnale la cui densita' di probabilita' (dell'inviluppo in tensione) sara' del tipo Rayleigh; la varianza dipendera' dai parametri del clutter e del radar.

Naturalmente associata ad una componente fluttuante e' spesso da considerare una componente fissa (il tronco di un albero relativamente alle foglie etc.), allora l'ampiezza del clutter di un dato elemento riflettente puo' essere definito in termini di una componente fissa ed una fluttuante.

Il rapporto fra le componenti fisse e le fluttuanti (in tensione) verra' indicato con m.

Qualora nella cella di distanza in esame sia dominante un riflettore grande e rigido allora m sara' molto grande. Nel caso del mare e per i ritorni atmosferici, m tendera' a zero.

Chiaramente l'introduzione di una componente fissa consiglia di modellare il clutter con una distribuzione Rice, invece di Rayleigh.

Lo scostamento dalla distribuzione Rayleigh avviene pertanto per certe configurazioni della zona riflettente relativamente alla dimensione della zona sotto analisi. In particolare questo scostamento assume importanza nel caso del clutter di mare, se analizzato con impulsi molto corti (tipicamente $\delta \leq 20$ nsec). In questo caso un modello particolarmente usato e' quello log-normale come riportato in tab. 2.7, dove σ_g e' legato alla forza del mare ed assume un valore che va da 0.5 (forza del mare ~ 1) a 1,1 (forza del mare ~ 8). E' da notare come la funzione densita' di probabilita' log-normale sia notevolmente piu' lenta nel decrescere relativamente alla distribuzione Rayleigh, tutto cio' verra' meglio chiarito nel seguito.

In realta' sono state proposte anche altre distribuzioni come la Weibull. La densita' di probabilita' Weibull e' determinata da due parametri (α e q) come la log-normale, ma e' intermedia fra la Rayleigh e la log-normale. In particolare aggiustando questi parametri la Weibull puo' approssimare la Rayleigh e la log-normale; la Rayleigh e' una particolare distribuzione della Weibull e si ottiene per $\alpha=2$.

Per $\alpha=1$ la Weibull si riduce ad una esponenziale.

Un altro tipo di distribuzione proposta per il clutter di mare e' la normale contaminata per cui la densita' di probabilita' sulle singole componenti indipendenti x e y e' costituita (v. (1.31)) dalla somma di due gaussiane secondo la:

$$p_{\beta,k}(x) = \frac{1-\beta}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} + \frac{\beta}{\sqrt{2\pi}\,K\sigma} e^{-\frac{x^2}{2K^2\sigma^2}} \qquad (2.31)$$

$K = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$

dove β e' la frazione di contaminazione e K e' il rapporto delle deviazioni standard delle due densita' di probabilita' gaussiane.

Una buona approssimazione della (2.31) alle distribuzioni sperimentali e' stata dimostrata in [3] con i parametri β e K specificati a seconda dello stato del mare, nell'ambito dei valori dati in tab.2.6.

Tab.2.6

Polarizzazione	β	K
verticale	0,35 - 0,46	2,7 - 3,2
orizzontale	0,025 - 0,10	4,5 - 5,6

In tab.2.7 sono riportati i piu' usati modelli proposti in letteratura e viene indicato come il valore di $\bar{\sigma}$, valutato nei paragrafi che precedono, possa essere utilizzato per definire le singole distribuzioni. Nella stessa tabella sono riportati alcuni parametri che evidenziano l'applicabilita' di una certa distribuzione al particolare tipo di clutter e la dinamica degli stessi parametri.

Tab.2.7

$p(\sigma)$ $\sigma \geq 0$	$p_c(v)$ $v \geq 0$	momenti di $p_c(v)$	definizioni di parametri
RAYLEIGH $\frac{1}{2N_c} e^{-\frac{\sigma}{2N_c}}$	$\frac{v}{N_c} e^{-\frac{v^2}{2N_c}}$	$v_m = \sqrt{N_c}\sqrt{2\ln 2}$ (*) $\bar{v} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} N_c$ $m_2 = 2 N_c$ $\mu_2 = N_c (2 - \frac{\pi}{2})$	$\bar{\sigma} = 2N_c = m_2$ $N_c = \frac{\bar{\sigma}}{2}$ $\bar{\sigma}$ è la sezione radar media
RICE $\frac{1}{2N_c} e^{-\frac{1}{2}(\frac{\sigma}{N_c}+m^2)} I_o(\frac{\sqrt{\sigma}m}{\sqrt{N_c}})$	$\frac{v}{N_c} e^{-\frac{1}{2}(\frac{v^2}{N_c}+m^2)} I_o(\frac{vm}{\sqrt{N_c}})$	$m >> 1$ $\bar{v} = m\sqrt{N_c}$ $m_2 = N_c(1+m^2)$ $\mu_2 = N_c$ $m_i = x_m^i e^{\frac{i^2\sigma_g^2}{2}}$	$m>>1$ $\bar{\sigma} = N_c(1+m^2) \rightarrow N_c = \frac{\bar{\sigma}}{1+m^2} \sim \frac{\bar{\sigma}}{m^2}$ $m^2 = 0 \div 30$ per clutter di terra $m^2 = 0$ per clutter di mare, pioggia, chaff

LOG-NORMAL $\frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_g \sigma} e^{-\frac{(\ln \frac{\sigma}{v_m^2})^2}{8\sigma_g^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g v} e^{-\frac{(\ln \frac{v}{v_m})^2}{2\sigma_g^2}}$	$v_m=v_m$ $\bar{v} = v_m e^{\sigma_g^2/2}$ $m_2=v_m^2 e^{2\sigma_g^2}$ $\mu_2=v_m^2 e^{\sigma_g^2}(e^{\sigma_g^2}-1)$ $m_i=v_m^i e^{i^2\sigma_g^2/2}$	$\bar{\sigma}=v_m^2 e^{2\sigma_g^2} \rightarrow v_m=\sqrt{\bar{\sigma}}\, e^{-\sigma_g^2}$ La d.d.p. log-normale è utilizzata per modellare il clutter di mare con $\tau \leq 80$ nsec. $\sigma_g=0.5\div1.1$ in funzione dello stato del mare σ_g 1÷2
WEIBULL $\frac{\alpha}{2}\frac{\sigma^{(\frac{\alpha}{2}-1)}}{q^\alpha} e^{-\frac{\sigma^{\alpha/2}}{q^\alpha}}$	$(\frac{v}{q})^{\alpha-1}\frac{\alpha}{q} e^{-(\frac{v}{q})^\alpha}$ q detto potenza	$v_m=q\sqrt[\alpha]{\ln 2}$ $\bar{v}=q\Gamma(1+\frac{1}{\alpha})$ $m_2=q^2\Gamma(1+\frac{2}{\alpha})$ $\mu_2=m_2-\bar{v}^2$ $m_i=q^i\Gamma(1+\frac{i}{\alpha})$	$\bar{\sigma}=q^2\Gamma(1+\frac{2}{\alpha}) \rightarrow q=\frac{\sqrt{\bar{\sigma}}}{\sqrt{\Gamma(1+\frac{2}{\alpha})}}$ Per α=2 la Weibull diviene Rayleigh Per clutter di terra $\alpha = 0.5\div2$ Per clutter di mare $\alpha = 1.4\div2$ $\alpha \rightarrow 1$ si allarga la distribuzione

Modello lungo (margin note beside LOG-NORMAL)

Modello intermedio (margin note beside WEIBULL)

(*) Valore mediano di v.

2.7. Distribuzione spettrale del clutter

Converra' osservare che potranno ritenersi indipendenti le informazioni che derivano da celle spazialmente contigue, mentre le dimensioni stesse dell'impulso radar ed il filtro del ricevitore opereranno un legame fra i ritorni dei vari "scatter", distribuiti nella cella di distanza $c \cdot \delta/2$. Pertanto i vari contributi a distanza in prima approssimazione possono ritenersi indipendenti riferendosi a celle spaziali differenti. In realta' effetti di mascheramento per bassi valori dell'angolo di "grazing", possono condurre a particolari tipi di legami spaziali.

Pensando ad una certa omogeneita' nello spazio spesso e' possibile ritenere che le medie statistiche dei dati di una qualunque cella siano abbastanza simili a quelle delle altre; pertanto in questo caso i segnali di celle in distanza differenti possono essere interpretati come campioni indipendenti della stessa distribuzione statistica. Inoltre usualmente il tempo di decorrelazione del clutter e' maggiore della cadenza impulsiva in trasmissione, ossia le caratteristiche dei singoli ritorni di una stessa cella in distanza nelle varie interrogazioni rimangono pressocche' immutate: e' da ritenere quindi che in successive interrogazioni in una stessa cella in distanza gli echi di ritorno rimangono convenientemente correlati. Naturalmente se il fascio d'antenna incomincia a muoversi angolarmente (in azimut) allora vengono interessate zone differenti ed il segnale di ritorno inizia a decorrelarsi. L'entita' della decorrelazione dipende in particolar modo dal vento che provoca una variazione delle posizioni relative dei vari elementi riflettenti.

Barlow [1] ha dimostrato che gli spettri del clutter possono essere ricondotti a spettri del tipo gaussiano nella forma

$$S(f) = \frac{P}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_f}\, e^{-\frac{(f-f_o)^2}{2\,\sigma_f^2}} \tag{2.32}$$

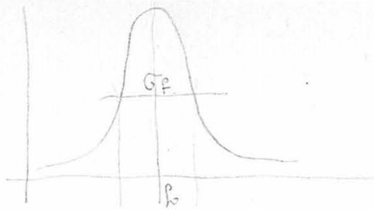
Spettro del Clutter

dove

P e' la potenza connessa al clutter

f_o e' la frequenza doppler media del clutter

σ_f individua la larghezza spettrale (deviazione standard).



Naturalmente esistera' una relazione univoca tra $f_o(\sigma_f)$ e la velocita' media del clutter v_o (la dispersione della velocita' σ_v):

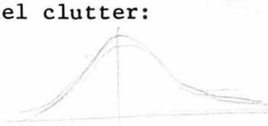
velocità del clutter (è un movimento vero e proprio)

(2.33) $$f_o = \frac{2\,v_o}{\lambda}$$

deviazione standard della velocità del clutter

(2.34) $$\sigma_f = \frac{2\,\sigma_v}{\lambda}$$

In letteratura [2] e' stato proposto anche un diverso tipo di spettro, che in alcuni casi da' una migliore rappresentazione dello spettro normalizzato del clutter:



(2.35) $$S_n(f) = \frac{1}{1+(f-f_o)^2/f_c^2}$$

dove f_c e' una frequenza caratteristica dello spettro del clutter, determinata dalla frequenza di trasmissione e dalle condizioni ambientali ($\approx\sigma_v$).

In tab.2.8 sono riportati i valori di σ_v e v_o come disponibili dalla letteratura.

Tab.2.8

Tipo di clutter	Velocita' del vento (m/sec)	σ_v (m/sec)	v_o (m/sec)
Colline boscose	5	.017	-
" "	10	.04	-
" "	13	.22	-
" "	20	.32	-
Echi del mare	4-10	1-3.5	4-10
Chaff disturbo intenzionale	0-13	1.2-4.1	0-13
Pioggia	10-20	2-4	10-20

Nel caso che il radar stia operando una scansione, il fascio di antenna realizzera' anche esso un allargamento dello spettro, ad opera della modulazione di ampiezza che

naturalmente viene immessa sul segnale eco (dovra' essere considerato il fascio d'antenna su due vie: andata e ritorno). Allo scopo di tener conto di questo effetto converra' modificare la (2.34) nella

$$\sigma_f = \frac{2\,\sigma'_v}{\lambda} = \frac{2}{\lambda}\sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_A^2} \tag{2.36}$$

dove il σ_v e' definito nella tab.2.8 mentre σ_A dipende dall'antenna. Una espressione conveniente per σ_A e' la seguente:

$$\sigma_A = 0.13\,\frac{\lambda f_r}{N} = 0.13 \cdot \lambda\,\frac{\omega_a}{\theta_o} \tag{2.37}$$

dove

λ e' la lunghezza d'onda relativa alla frequenza del trasmettitore
f_r e' la frequenza di ripetizione
N e' il numero di impulsi nel fascio (v. (1.15))
θ_o e' l'apertura azimutale del fascio d'antenna
ω_a e' la velocita' angolare relativa all'antenna.

A titolo di esempio onde fissare degli ordini di grandezza si consideri

λ = 0.1 m (banda S) 3GHz
N = 27
f_r = 1 KHz

Si ha allora

$$\sigma_A = 0.13 \cdot \frac{0.1 \cdot 10^3}{27} = 0.48 \text{ m/sec}$$

Pertanto (v. tab.2.8 ed eq. (2.36)) si ha in condizioni limiti per il clutter di terra:

$\sigma_v \simeq 0.01-.32$ m/sec, $\sigma'_v \simeq 0.48-0.52$, $\sigma_f \simeq 9.6-10$ Hz

e per il clutter di pioggia:

$\sigma_v \simeq 2-4$ m/sec, $\sigma'_v \simeq 2-4$, $\sigma_f \simeq 40-80$ Hz

Inoltre la pioggia potra´ essere affetta da una veloci- ta´ media dovuta al vento (v. tab.2.8), ad es. $v_o \simeq 10$ m/sec= 36 km/h, per cui

$$f_o = \frac{2\, v_o}{\lambda} = \frac{2\cdot 10}{0.1} = \boxed{200 \text{ Hz}}$$

In conclusione supponendo che il radar si trovi su piattaforma fissa (altrimenti lo spettro dovra´ essere traslato della frequenza doppler corrispondente alla velo- cita´ relativa) si e´, per il caso tipico analizzato, nelle condizioni riportate in fig.2.14 (si ricordi che l´eco di ritorno per un radar ad impulsi, come quello ipotizzato, e´ un segnale campionato a frequenza f_r).

Per quanto riguarda le potenze connesse ai vari clutter (v. (2.32)) si ricordi quanto riportato nel par.6 e nella fig.2.13.

Inoltre un clutter concentrato appare in fig.2.14 come un "Dirac" piazzato a f=0.

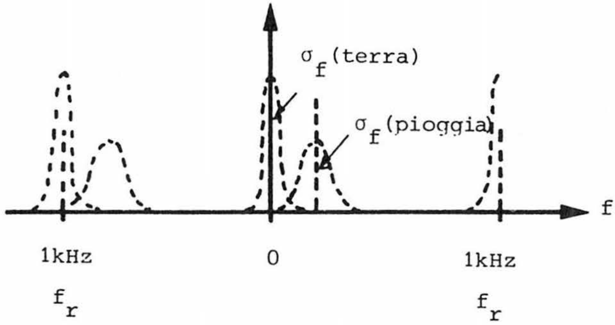


Fig.2.14 - Situazione spettrale tipica per il clutter di terra e pioggia.

Bibliografia

[1] BARLOW: "Doppler Radar", Proc. IRE Ap. 49.
[2] FISHBEIN: "Clutter attenuation analysis", T.R.ECOM, AEC Mar. ´67.
[3] TRUNK-GEORGE: "Detection of Targets in non-gaussian sea clutter", IEEE Trans. AES-6 n.5, September 70.
[4] MINGUZZI P.NERI: "Sintesi da dati sperimentali di un modello matematico del clutter", Riv. Tec. Sel. n.3-4, 1973.
[5] GRONEY-WORONCOW GLADMAN: "Further observations on the detection of small Targets in sea clutter", the Radio and El. Eng. Vol.45, n.3, Mar. ´75.
[6] BARTON: "Radar System Analysis", Artech House, Dedham, Mass., 1976.
[7] SCHFEHER: "Radar detection in log-normal clutter examined statistically", Electronic Eng., Nov. ´76.
[8] SZAJNOWSKI: "Discrimination between log-normal and Weibull clutter", IEEE, Vol.AES, n.5, Sept. ´77.
[9] SKOLNIK: "Introduction to radar systems", McGraw-Hill, 1980.

3. CENNI SULLA FUNZIONE DI AMBIGUITA' E SULLA SCELTA DELLE FORME D'ONDA

3.1. Introduzione

Il problema base di un sistema radar e', come si e' detto, il riconoscimento o rivelazione di un bersaglio e la misura o stima della sua distanza (τ_R) e della velocita' relativa (frequenza doppler f_d).

Nel calcolo della portata radar e' ben noto come la rivelazione dipenda unicamente dal contenuto energetico del segnale (v. (1.86)), relativo al livello di rumore. Per questo motivo la forma d'onda del segnale trasmesso, il fatto che l'energia sia ripartita su piu' impulsi, la frequenza di ripetizione... non hanno importanza; essi invece assumono particolare importanza nella stima di τ_R e f_d (per il momento converra' prescindere dalla stima della posizione angolare θ).

In particolare nella misura o meglio nella stima di un parametro intervengono i seguenti elementi fondamentali:

- **precisione o errore nella determinazione** del parametro **oggetto** della misura. **L'**errore in questione puo' essere composto da una parte **fissa** (errore di **polarizzazione** o **bias**) e da una parte fluttuante che **da' luogo** al concetto di accuratezza e che quindi puo' essere ridotto aumentando il numero delle misure;
- ambiguita' quando ad uno stesso dato misurato corrispondono piu' valori veri del parametro;
- risoluzione come capacita' di distinguere relativamente ad un particolare parametro due bersagli caratterizzati da valori del parametro molto vicini.

3.2. Rivelazione di segnali parzialmente conosciuti

Il problema che si vuole affrontare riguarda la individuazione di segnali che se esistono sono noti parzialmente

ossia con una certa indeterminazione. E' questo il caso del segnale radar (come tipico segnale esplorativo), noto per certo in partenza, noto con certa indeterminazione in ricezione; infatti l'informazione (distanza, frequenza doppler) viene immessa nello spazio su detto segnale e quindi e' contenuta nell'andamento in ricezione.

Scopo allora di queste pagine e' quello di analizzare i problemi sulla decisione della presenza o meno dell'eco di ritorno e poi di determinare con la minima indeterminazione possibile il valore del tempo di ritardo τ_R (o distanza radar R) e dello spostamento in frequenza f_d della portante, legato alla componente della velocita' radiale del bersaglio. Il tutto potra' riguardarsi come una successione di interrogazioni dovute al numero di impulsi nel fascio che vengono ad interessare il bersaglio in esame (v. (1.15)).

In altre parole ritorna il problema della rivelazione del segnale come posto nel cap.1, cui ora si aggiunge il problema della determinazione dei parametri.

Converra' ricordare come la **risoluzione in distanza** (v. (1.4)) per un segnale trasmesso di tipo impulsivo non modulato con frequenza portante costante e' determinata dalla durata di detto impulso:

$$R_D = \frac{c\tau}{2} \tag{3.1}$$

Ossia se due bersagli sono a distanza inferiore a ΔR allora le due eco interferiranno e i due bersagli potranno essere interpretati come un unico bersaglio.

Stringendo l'impulso (τ) migliora la risoluzione in distanza, ma diminuisce la portata o massima distanza a cui il bersaglio e' rivelabile, infatti diminuisce l'energia irradiata (v. (1.86)): questa perdita non puo' essere compensata poiche' i radar come detto sono generalmente limitati per potenza di picco.

In verita', come apparira' piu' chiaro nel seguito, i segnali radar possono essere ben piu' complicati di onde sinusoidali impulsate e la fondamentale limitazione sulla risoluzione in distanza e' la banda del segnale piuttosto che la durata dell'impulso.

Naturalmente per un segnale costituito da un impulso rettangolare che modula una portante a f_T, i concetti di durata (τ) e di banda sono legati in modo biunivoco.

Per quanto concerne la risoluzione in velocita' e quindi il filtraggio doppler converra' ricordare che la frequenza doppler e' data dalla relazione (v. (1.16)):

$$f_d = \frac{2v}{c} f_T = \frac{2v}{\lambda} \tag{3.2}$$

vr = 400
$f_T = 2 \cdot 10^9$ $f_d = \frac{2 \cdot 400 \cdot 2 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^8} = 5300$ Hz

dove
v = velocita' radiale relativa del bersaglio
c = velocita' della luce
f_T = frequenza di trasmissione.

L'equazione (3.2) si ottiene quando viene trasmessa un'onda sinusoidale continua e si ha a che fare con un bersaglio che si muove a velocita' costante. Tuttavia segnali continui o segnali di lunga durata daranno luogo ad una modesta risoluzione in distanza. In ogni caso nella App.2 viene fatto cenno alle problematiche fondamentali dei radar in onda continua CW. Per ottenere risoluzioni sia in distanza che in velocita' occorre allora lavorare con segnali impulsati come apparira' piu' chiaro nel seguito; infatti la rivelazione di tali segnali, che chiaramente puo' garantire la visibilita' di echi alle diverse distanze (v. come es. fig.3.1), corrisponde a campionare una sinusoide di frequenza f_d alla frequenza di ripetizione radar: elaborando tutti i campioni nel fascio od anche operando con una sequenza di impulsi che rispettino codificazioni particolari sara' possibile ricostruire l'andamento sinusoidale e quindi stimare la frequenza doppler (a meno di ambiguita'). Naturalmente si assume che ogni impulso alla frequenza portante f_T venga generato con la stessa fase o per lo meno si operi con un sistema che riconosca la fase dell'impulso trasmesso e quindi possa garantire la coerenza necessaria per leggere la f_d relativa ad un'eco dovuta ad un bersaglio ad una certa distanza.

Poiche' durante il tempo corrispondente al singolo impulso τ (di durata modesta per consentire la risoluzione in distanza) il bersaglio anche aereo puo' considerarsi fisso, allora e' inutile misurare la doppler nell'ambito di τ. Dopo T secondi (relativi ad una PRF, ordine di grandezza dei KHz) l'aereo alla massima velocita' si sara' mosso leggermente ed allora il corrispondente ritorno viene campionato alla stessa distanza ed e' valutabile uno sfasamento relativo al primo ritorno. L'entita' dello sfasamento sara' determinata dal moto relativo in T, rivisto in termini di lunghezza d'onda:

(3.3) $$\Delta\phi = 2\pi \frac{2vT}{\lambda}$$

Se v si mantiene costante e la PRF (T) e' costante(*), allora ad ogni T si ha un incremento di fase pari alla (3.3). L'eco di ritorno puo' essere scritta relativamente ad un bersaglio ad una data distanza

$$\sigma_R(n,t)=a(n)\cdot\sigma(t-\tau_R)e^{j[\omega_T(t-\tau_R)+n\Delta\phi]} \tag{3.4}$$

dove

$\sigma(t)e^{j\omega_T t}$ e' il segnale trasmesso in forma complessa (v. App.1)

n e' un numero corrispondente alla battuta radar.

$a(n)$ e' il segnale (modulo e fase di riferimento) corrispondente alla posizione del fascio di antenna nel momento che interessa un determinato bersaglio. Ipotizzando un'antenna a fascio rettangolare, od anche a scansione elettronica tale da potersi fermare in una certa posizione, allora potra' supporsi a(n)=1 a meno di un termine di fase inessenziale per le considerazioni che seguono.

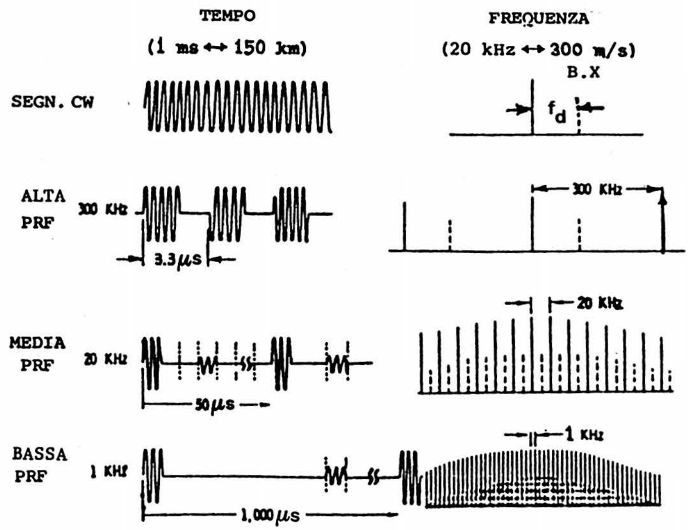


Fig.3.1 - Risoluzione in distanza e velocita'.

(*) Pensare ad un T variabile non cambia la generalita' di quanto segue.

Nel ricevitore radar il segnale "complesso" di ritorno sara' moltiplicato per il segnale $\sigma_o(t,\theta)$ proveniente dall'oscillatore locale che ha una fase θ arbitraria, ma coerente con quella della trasmissione. Allora ne viene (considerando la componente a bassa frequenza):

(eco di Ritorno) — segnale dell'oscillatore locale

$$(3.5)\quad f(t)=\sigma_R(n,t)\ \sigma_o(t,\theta) =$$

$$= a(n)\ \sigma(t-\tau_R)e^{[j(\omega_T(t-\tau_R)+n\Delta\phi)]}\cdot\sigma_o(t)e^{-j(\omega_T t+\theta)} =$$

$$= a(n)\sigma(t-\tau_R)\cdot\sigma_o(t)e^{-j(\omega_T\tau_R+\theta)}\cdot e^{jn\Delta\phi}$$

e **quindi** l'unico termine di fase variabile e' quello contenente $n\Delta\phi$ che poi in ultima analisi rappresenta la doppler, su questo termine pertanto si dovra' fare particolare attenzione **per** la valutazione dell'effetto **doppler.**

3.3. Criterio di verosimiglianza e funzione di ambiguita'

Il progetto di un segnale **radar** per quanto detto e' direttamente **legato ad una ottima misura in distanza** e velocita'.

E' stato notato che impulsi di durata molto limitata consentono una buona risoluzione **in distanza, ma scarsa in velocita'. Da tutto** questo appare chiaro che bisognera' ricercare un ottimo compromesso tra misurazioni **in distanza** ed **in velocita'.**

La situazione si manifesta come in fig.3.2 dove al segnale immesso nello spazio **x(t),** corrisponde in ricezione **y(t). In realta' lo spazio,** come canale trasmissivo, comporta una modificazione in frequenza **(doppler)**, un ritardo **(τ_R)** ed una aggiunta di **rumore n(t).**

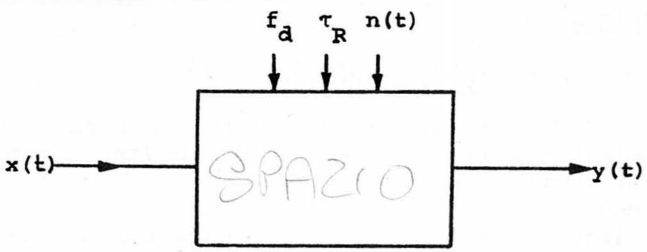


Fig.3.2 - Schematizzazione del processo in oggetto.

Ricordiamo che $P\{(\tau_R,\omega_d)/M_b\} = \frac{P\{(\tau_R,\omega_d) \text{ e } M_b\}}{P\{M_b\}}$ (*)

Inoltre $P\{M_b/(\tau_R,\omega_d)\} = \frac{P\{M_b \text{ e } (\tau_R,\omega_d)\}}{P\{(\tau_R,\omega_d)\}}$ da cui

$P\{M_b \text{ e } (\tau_R,\omega_d)\} = P\{M_b/(\tau_R,\omega_d)\} \cdot P\{(\tau_R,\omega_d)\}$ che sostituito nella (*) da la 3.9

Valgono le seguenti relazioni (per il segnale di trasmissione, per il rumore di sistema e per il segnale di ingresso al ricevitore) riportate nella rappresentazione complessa (v. App.1):

$$x(t) \longleftrightarrow \psi_b(t) = \psi_v(t)\, e^{j\omega_T t}$$

$$n(t) \longleftrightarrow \nu_b(t) = \nu_v(t)\, e^{j\omega_T t} \qquad (3.6)$$

$$y(t) \longleftrightarrow \eta_b(t) = \psi_v(t-\tau_R)\, e^{j(\omega_T+\omega_d)t} + \nu_b(t)$$

Il problema si pone allora nella stima di τ_R e f_d una volta nota la ricezione $\eta_b(t)$.

In altri termini ci si riconduce al <u>criterio di massima verosimiglianza condizionata</u> ricercando

$$p\,\{(\tau_R,\omega_d)/\eta_b\} \qquad (3.7)$$

e quindi associando ad ogni η_b (e quindi alla sua componente video η_v) la coppia (τ_R,ω_d) a massima probabilita' che verra' detta $(\tau_R,\omega_d)_o$.

Allora il problema della minimizzazione dell'errore di interpretazione, che conduce al criterio di verosimiglianza, puo' riscriversi nella relazione:

$$p\,\{(\tau_R,\omega_d)_o/\eta_v\} \geqslant p\,\{(\tau_R,\omega_d)/\eta_v\} \qquad (3.8)$$

o similmente

quindi

$$\frac{p\{\eta_v/(\tau_R,\omega_d)_o\}\,p\{(\tau_R,\omega_d)_o\}}{p(\eta_v)} \geqslant \frac{p\{\eta_v/(\tau_R,\omega_d)\}\,p\{(\tau_R,\omega_d)\}}{p(\eta_v)} \qquad (3.9)$$

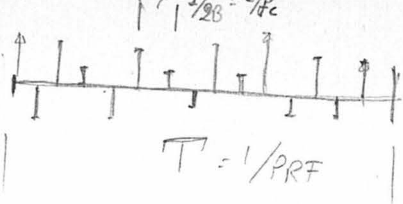
Ipotizzando una eguale probabilita' a priori per ogni punto nel piano τ_R, ω_d ne viene il <u>criterio di massima verosimiglianza</u>:

$$p\{\eta_v/(\tau_R,\omega_d)_o\} \geqslant p\{\eta_v/(\tau_R,\omega_d)\} \qquad (3.10)$$

CRITERIO DI MAX VEROSIMIGLIANZA.

che puo' essere facilmente espresso in forma analitica esplicita, una volta conosciuta la densita' di probabilita' del solo rumore, per ipotesi supposto limitato in banda B ed in tempo T.

Ipotizzando infatti il rumore limitato in banda B ed in tempo T tali saranno le due componenti x ed y (v. (1.23)), per cui per il teorema del campionamento il rumore appare



completamente definito da una frequenza di campionamento f_c=**2B** e quindi da un numero di campioni $\mathbf{f_c T=2BT}$ tra di loro statisticamente indipendenti per cui: — Numero di campioni compresi in T

$$p(\nu_v)=\prod_{k=1}^{2BT} p(\nu_{vk})=\prod_{k=1}^{2BT} p(x_k,y_k)=\prod_{k=1}^{2BT} p(x_k)\cdot p(y_k)$$

ricordando che anche x e y sono indipendenti ed in particolare gaussiane.

Ne viene quindi

$$p(\nu_v) = \prod_{k=1}^{2BT} \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x_k^2+y_k^2}{2\sigma^2}} = \prod_{k=1}^{2BT} \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{|\nu_{vk}|^2}{2\sigma^2}} =$$

$$= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{2BT}} e^{-\frac{\sum_{k=1}^{2BT}|\nu_{vk}|^2}{2\sigma^2}}$$

D'altro canto ricordando ancora il teorema del campionamento, per cui un segnale e' ricostruibile dai suoi campioni:

campioni

$$f(t) = \sum_k f(kT_c)\cdot \frac{\text{sen}2\pi B(t-kT_c)}{2\pi B(t-kT_c)}$$

si ha, per la ortogonalita' dello sviluppo in (senx)/x:

Potenza totale del segnale

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt=\sum_k f^2(kT_c) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}^2 2\pi B(t-kT_c)}{[2\pi B(t-kT_c)]^2}\, dt =$$

$$=\sum_k f^2(KT_c) \frac{1}{2\pi B} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}^2 x}{x^2}dx = \boxed{\frac{1}{2B} \sum_k f^2(KT_c)}$$

Potenza totale di un segnale campionato a frequenza $f_c=1/T_c$

essendo

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}^2 x}{x^2}\, dx = \pi$$

Nel caso di rumore si ha allora

$$\sum_{k=1}^{2BT} |\nu_{vk}|^2 = 2B \int_0^T |\nu_v|^2 \, dt$$

che rimessa nella espressione di $p(\nu_v)$ consente di ottenere la:

$$p(\nu_v) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{2BT}} \, e^{-\frac{B}{\sigma^2}\int_0^T |\nu_v|^2 dt} \tag{3.11}$$

Densità di Probabilità per il Rumore. $\nu_v(t)$

dove σ^2 e' la varianza (v. (1.27)).

La (3.10), per la (3.11) e per la terza delle (3.6), diviene:

$$p\,\{\eta_v/(\tau_R,\omega_d)\} = \tag{3.12}$$

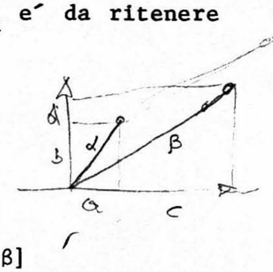
3.6

$$= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{2BT}} \, e^{-\frac{B}{\sigma^2}\int_0^T \left|\eta_v(t)-\psi_v(t-\tau_R)\, e^{j\omega_d t}\right|^2 dt}$$

L'esponenziale che compare nella (3.12) puo' essere riscritto(*):

$$\left|\eta_v(t)-\psi_v(t-\tau_R)\, e^{j\omega_d t}\right|^2 = |\eta_v(t)|^2 + |\psi_v(t-\tau_R)|^2 - 2\mathcal{R}\{\eta_v^*(t)\cdot\psi_v(t-\tau_R)\, e^{j\omega_d t}\} \tag{3.13}$$

dove il primo termine $|\eta_v(t)|^2$ non dipende da (τ_R,ω_d), il secondo e' legato all'energia del segnale in trasmissione e quindi integrato su un campo sufficientemente esteso tale da comprendere tutti i possibili valori di τ_R e' da ritenere ancora come una costante.



(*) Osservando che posto $\alpha=a+jb$ e $\beta=c+jd$

$$|\alpha+\beta|^2 = |a+jb+c+jd|^2 = [a+c]^2+[b+d]^2 =$$

$$= |\alpha|^2+|\beta|^2+2(ac+bd) = |\alpha|^2+|\beta|^2+2\,\mathcal{R}\,[\alpha^*\cdot\beta]$$

$\int_0^T |\eta_v - \psi_v(t-\tau_R) e^{j\omega_d t}|^2 dt = \int_0^T |\eta_v(t)|^2 dt + \int_0^T |\psi(t-\tau_R)|^2 dt - 2\int_0^T Re\{\eta_v^*(t)\cdot\psi_v(t-\tau_R) e^{j\omega_d t}\} dt$

In definitiva tutto si riduce all'esame del terzo integrale che compare nella (3.13) e quindi la probabilita' condizionata ricercata e' proporzionale all'esponenziale della funzione

$$(3.14) \qquad \mathcal{R}\{\int_{-\infty}^{\infty} \eta_v^*(t)\psi_v(t-\tau_R)\, e^{j\omega_d t}\, dt\}$$

dove i limiti sono stati posti a $+\infty$ e $-\infty$, essendo $\psi_v(t-\tau_R)$ nulla al di fuori dell'intervallo di integrazione (0-T).

Per le (A.20) e (A.21) dell'App.1, la (3.14) puo' essere rivista come integrale di correlazione fra il segnale in ricezione spostato della frequenza doppler (f_d) ed il segnale in trasmissione: Segnale Ricevuto e traslato di fd

Segnale Trasmesso

$$(3.15) \qquad \boxed{\mathcal{R}\{\int_{-\infty}^{\infty} \eta_v^*(t)\, e^{j\omega_d t}\, \psi_v(t-\tau_R)\, dt\}}$$

Il problema della ottimizzazione in probabilita' conduce quindi alla ricerca di quelle funzioni $\psi_v(t)$ che rendano ottima detta correlazione nel senso che verra' chiarito nel seguito.

D'altro lato la forma che puo' attendersi dall'andamento in probabilita' e' di tipo gaussiano nel piano (τ_R,ω_d), gaussiano in tutte e due le direzioni τ_R e ω_d con varianze in genere diverse.

L'incertezza del rilievo delle due coordinate ossia la accuratezza e' determinata proprio da queste varianze. Questa gaussiana bidimensionale sara' centrata attorno al punto $(\tau_R,\omega_d)_o$ oggetto della stima.

Il problema centrale si pone quindi nel rendere massima la (3.12) nel punto $(\tau_R,\omega_d)_o$ e minima altrove e detta valutazione dalla (3.12) puo' essere trasferita sulla (3.15).

D'altro canto dalla terza delle (3.6), la (3.15) puo' essere sdoppiata in due termini; per quello che riguarda il rumore non ci si discosta da un ordinario problema di comunicazioni, ma per quanto riguarda il segnale converra' fare una ulteriore indagine.

Per quanto gia' detto la (3.15) puo' essere rivista come un filtro di correlazione fra il segnale di ingresso (traslato di f_d) e quello in trasmissione, quindi si e' raggiunto per altra via che la correlazione realizza una operazione di filtraggio ottimo.

Naturalmente converra' osservare che quanto espresso in bassa frequenza poteva essere posto anche in alta frequenza,

ricordando che il modulo di $\nu_v(t)$ e $\nu_b(t)$ si identificano.

Posto assente il rumore, il segnale in ricezione diviene

$$(3.16) \qquad \eta_v(t) \longleftrightarrow \psi_v(t-\tau_{Ro})\, e^{j\omega_{do}t}$$

indicando con τ_{Ro} e ω_{do} i parametri veri oggetti della stima. Allora l'accuratezza e maggiormente la risoluzione della stima saranno legate alla selettivita' dalla

$$(3.17) \qquad \mathcal{R}\{\int_{-\infty}^{\infty} \psi_v^*(t-\tau_{Ro})\, e^{j(-\omega_{do}+\omega_d)t}\, \psi_v(t-\tau_R)\, dt\}$$

Si e' parlato per la probabilita' di superfici ad andamento gaussiano sul piano τ_R, ω_d, che si spostano attorno al punto τ_{Ro}, ω_{do}; allora sara' possibile riportarle intorno all'origine $\tau_{Ro} = \omega_{do} = 0$ senza ledere la generalita' del discorso (v. anche (3.17)). Pertanto l'integrale (3.17) diviene

Ha un max per $\omega_d, \tau = (0,0)$

$$(3.18) \qquad W(\tau_R, \omega_d) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_v^*(t)\, e^{j\omega_d t}\, \psi_v(t-\tau_R)\, dt$$

Di questa funzione usualmente viene studiato l'inviluppo e quindi la cosiddetta funzione di ambiguita' o di Woodward $|W(-\tau_R, \omega_d)|^2$, che ha molte interessanti ed importanti proprieta' che aiutano a predire le caratteristiche di un segnale in un ambiente complicato, pieno di bersagli.

Per una analisi approfondita si rimanda a testi specializzati mentre nel seguito vengono studiate alcune funzioni di ambiguita' relative a segnali di largo uso.

Converra' dapprima fare delle considerazioni sulla natura del filtro adattato come posto nella (3.18).

Per conservare la portata radar e' desiderabile avere un segnale di grande durata, ma per ottenere una elevata risoluzione in distanza l'uscita di una data cella in distanza deve essere compressa o resa compatta nel tempo. Questa apparente contraddizione potra' essere risolta progettando dei segnali di notevole durata, ma con picchi stretti nella funzione di correlazione, cosi' che quando il segnale in rice-

$|W(\tau_R, \omega_d)| \leq |W(0,0)|$

zione passa nel filtro adattato (v. (3.18)) la sua uscita sara' un picco di dimensioni minime tale da garantire la risoluzione.

D'altro lato, poiche' oggi il filtro adattato e' realizzato usualmente con tecniche campionate, converra' considerare il segnale in ricezione campionato (con frequenze di campionamento $f_c = 1/T_c$), cosi' come il filtro, e riscrivere la (3.18):

Per un segnale campionato. Si sostituisce nT_c al posto di t, l'integrale si trasforma in sommat.

$$
(3.19) \qquad W_c(\tau_R, \omega_d) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_v(nT_c - \tau_R)\psi_v^*(nT_c)\, e^{j\omega_d nT_c}
$$

Le considerazioni che seguono saranno pertanto limitate al caso campionato, ma sono facilmente estendibili al caso continuo.

L'importanza della funzione di ambiguita' e' nel suo realizzare dei vincoli di base al progetto del segnale radar, in particolare il progetto si realizza nell'ottenere un giusto compromesso nelle risoluzioni in distanza ed in velocita'.

Tutto cio' appare dal fatto che il volume (V) racchiuso dal modulo quadrato della (3.19) (e della (3.18)) nel piano τ_R, ω_d e' indipendente dalla forma d'onda del segnale.

Allora la individuazione di segnali ottimi corrisponde a scegliere quelli che consentono una funzione di ambiguita' di valore minimo in ogni dove, con un isolato "impulso di Dirac" o "spike" nel punto di stimare, per cui la stima sara' immediata.

In effetti il volume racchiuso dalla funzione di ambiguita' diviene(*)

$$
(3.20) \qquad V = \frac{2}{T_c} R_c(0) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\psi_v(nT_c)|^2
$$

dove $R_c(\cdot)$ e' la funzione di autocorrelazione del segnale.

Per le considerazioni riportate a proposito della (3.11), la (3.20) puo' essere riscritta in termini del quadrato della funzione di autocorrelazione.

Dalla (3.20) si desume allora che il volume sotto la funzione di ambiguita' e' dipendente dalla energia totale del segnale e non dalla sua forma d'onda, per modo che ad ogni diminuzione della funzione di ambiguita', ad opera di variazioni della forma d'onda, in una certa zona del piano τ_R, ω_d corrisponde un incremento in altra zona.

Una ulteriore proprieta' della funzione di ambiguita' risiede nel fatto che essa assume il valore massimo nel pun-

to $\tau_R=0$, $\omega_d=0$:

$$|W_c(\tau_R, \omega_d)| \leq |W_c(0,0)| \tag{3.21}$$

cui, per quanto piu' volte detto, corrisponde il punto di probabilita' massima.

Naturalmente le relazioni (3.20) e (3.21) possono essere immediatamente estese alla funzione di ambiguita' non campionata (3.18).

Per ωd=0 si ha che W(τ, 0) è l'autocorrelazione ovvero l'uscita del filtro Matched. Larga dell'ampi... studiamo la potenza. Andiamo a vedere come varia (o scende) la curva intorno all'ottimo. Quindi la distanza tra la curva reale e quella ideale ci dà l'entità del rumore. Si sviluppa in serie



(*) Si ha integrando prima in frequenza e ricordando la (A.20):

$$V=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-F_{c/2}}^{F_{c/2}} |W_c(\tau_R,\omega_d)|^2 d\tau_R df_d =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_v(nT_c-\tau_R)\cdot\psi_v^*(nT_c)$$

$$\cdot\psi_v^*(mT_c-\tau_R)\,\psi_v(mT_c)\,d\tau_R \int_{-Fc/2}^{Fc/2} e^{j\omega_d(n-m)T_c} df_d =$$

$$= \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_v(nT_c-\tau_R)\psi_v^*(nT_c)\cdot\psi_v^*(mT_c-\tau_R)\,\psi_v(mT_c)\,d\tau_R$$

$$\cdot \frac{\mathrm{sen}[\pi F_c T_c(n-m)]}{\pi T_c(n-m)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} 2R_c[(n-m)T_c]\,\psi_v^*(nT_c)\,\psi_v(mT_c)$$

$$\cdot \frac{\mathrm{sen}\pi(n-m)}{\pi T_c(n-m)} \quad \text{per } F_c T_c=1$$

= 0 per m ≠ n

Considerando che $\frac{\mathrm{sen}\pi(n-m)}{\pi(n-m)}$ vale 0 per $n \neq m$ e 1 per $n=m$ si ha la (3.20).

3.4. Accuratezza nella misura dei vari parametri

Converra´ analizzare l´accuratezza della misura in distanza e velocita´ o frequenza doppler separatamente, osservando l´andamento della funzione di ambiguita´ nell´intorno dell´origine e per il momento sul piano $f_d=0$.

Sviluppando allora in detto piano in serie di MacLaurin il modulo quadrato della (3.18) si ha:

$$(3.22)\quad |W(\tau_R,0)|^2 \simeq |W(0,0)|^2 + \frac{\tau_R^2}{2} \left. \frac{\partial^2 |W(\tau_R,0)|^2}{\partial \tau_R^2} \right|_{\tau_R=0}$$

fermandosi al primo termine e ricordando che $|W(\tau_R,\ 0)|^2$ e´ una funzione pari.

D´altro lato derivando la (3.18) sotto il segno di integrale si ha:

$$(3.23)\quad \left. \frac{\partial^2 W(\tau_R,0)}{\partial \tau_R^2} \right|_{\tau_R=0} = \left. \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*_v(t)\ddot{\psi}_v(t-\tau_R)dt \right|_{\tau_R=0} =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (j\omega)^2 |F(j\omega)|^2 df$$

avendo ricordato la corrispondenza fra funzione di correlazione e trasformata di Fourier, definendo $F(j\omega)$ la trasformata di Fourier di $\psi_v(t)$.

Allora la (3.22) (*) puo´ essere riscritta

(*) Infatti indicando con $f(x)$ la $W(\tau_R,0)$ (supposta per semplicita´ reale):

$$\frac{\partial^2 f^2(x)}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial f^2(x)}{\partial x} \right\} = 2\, \frac{\partial}{\partial x} \cdot f(x) \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x} =$$

$$= 2\left\{\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right\}^2 + 2f(x)\, \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}$$

e poiche´ $\frac{\partial f(x)}{\partial x} = 0$ (f(x) e´ massima in x=0) si ha

$\frac{\partial^2 f^2(x)}{\partial x^2} = 2 \cdot f(x) \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}$ per cui dalla (3.22) e (3.23) si ha la (3.24), operando opportunamente sul piano complesso.

$$(3.24) \qquad |W(\tau_R,0)|^2 \simeq |W(0,0)|^2 - \tau_R^2\, \beta^2 |W(0,0)|^2$$

avendo definito larghezza di banda equivalente

$$(3.25) \quad \beta^2 = \frac{(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |F(j\omega)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_v(t)|^2 dt} = \frac{(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |F(j\omega)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2 df}$$

Osservando la (3.24) si passa da un contenuto energetico $|W(0,0)|^2$ a $|W(\tau_R,0)|^2$ per uno spostamento corrispondente a τ_R, tramite β^2.

Pertanto $|W(0,0)|^2 - |W(\tau_R,0)|^2$ puo´ essere interpretato come il rumore necessario a produrre un errore in distanza τ_R che converra´ richiamare $\Delta\tau_R$, pertanto poiche´ $\{|W(0,0|^2 - |W(\tau_R,0)|^2\}/|W(0,0)|^2$ puo´ essere interpretato come rapporto tra rumore e segnale, che in condizioni di ottimo vale $\eta/2E$ (v. (1.73)), lo scarto quadratico medio minimo sulla misura in distanza (accuratezza) sara´:

$$(3.26) \qquad \Delta\tau_R = \frac{1}{\beta\sqrt{2\cdot E/\eta}}$$

Nella pratica realizzazione della stima della distanza alla (3.26) si aggiungeranno gli errori propri della tecnica realizzativa pratica, che poi e´ il sistema di inseguimento che verra´ descritto nel seguito.

La (3.26) e´ da ritenere pertanto l´errore minimo nella stima in distanza in senso quadratico medio, che, come e´ stato gia´ detto, dipende dalla larghezza in banda β del segnale (a pari S/N).

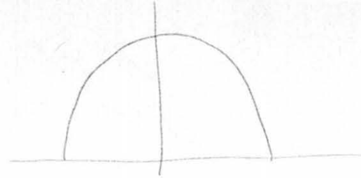
Analoghe considerazioni andranno fatte per stimare l´errore in frequenza doppler, infatti procedendo come sopra:

$$(3.27) \quad |W(0,f_d)|^2 \simeq |W(0,0)|^2 + \frac{f_d^2}{2} \left. \frac{\partial^2 |W(0,f_d)|^2}{\partial f_d^2} \right|_{f_d=0}$$

dove

$$(3.28) \quad \left. \frac{\partial^2 |W(0,f_d)|}{\partial f_d^2} \right|_{f_d=0} = \int_{-\infty}^{\infty} (j2\pi t)^2 \cdot |\psi_v(t)|^2 dt$$

$\frac{S}{N} = \frac{2E}{\eta}$



da cui definendo durata equivalente

$$(3.29) \qquad \alpha^2 = \frac{(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |\psi_v(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_v(t)|^2 dt}$$

si ha l´espressione corrispondente alla (3.24)

$$(3.30) \qquad |W(0,f_d)|^2 \simeq |W(0,0)|^2 - f_d^2\, \alpha^2 |W(0,0)|^2$$

In definitiva allora l´accuratezza nella stima della frequenza doppler e´ data dalla:

$$(3.31) \qquad \Delta f_d = \frac{1}{\alpha\sqrt{2 \cdot E/\eta}}$$

Accuratezza della Frequenza

e quindi e´ funzione della durata α del segnale trasmesso.

Per un impulso rettangolare di durata τ, β sara´ inversamente proporzionale a τ, mentre α sara´ dell´ordine di τ, ne viene allora ancora una volta che una buona precisione in frequenza implica una misura **scadente** in distanza e viceversa.

Converra´ infine osservare che una legge analoga alle (3.26) e (3.31) vale per l´accuratezza nella misura angolare

$$(3.32) \qquad \Delta\theta = \frac{K\,\theta_B}{\sqrt{2 \cdot E/\eta}}$$

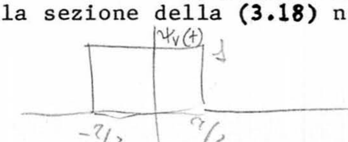
che risulta inversamente proporzionale alla radice del rapporto segnale-rumore e direttamente alla apertura del fascio (θ_B).

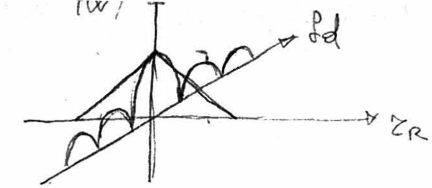
8/02/89

3.5. Segnali semplici e modulati. Il chirp

In armonia con la (3.18) o (3.19) converra´ ora discutere sulla influenza della forma d´onda del segnale, prescindendo dalla sua ampiezza con una azione di normalizzazione sulla stessa funzione di ambiguita´.

Se $\psi_v(t)$ rappresenta ad esempio un semplice impulso rettangolare fra $-\tau/2$ e $\tau/2$ la sezione della **(3.18)** norma-





lizzata lungo l'asse τ_R e', come e' immediato dimostrare, un triangolo di altezza uno e base 2τ, mentre lungo l'asse f_d ha il ben noto andamento

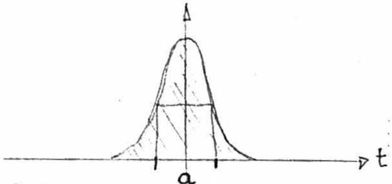
$$|W(0,f_d)| = \left| \frac{\text{sen}\ \pi f_d \tau}{\pi f_d \tau} \right| \tag{3.33}$$

simmetrico intorno ad f_d=0. La ambiguita' nella misura della frequenza presenta quindi una doppia serie di massimi, di ampiezza decrescente rispetto al valore centrale; distanti in frequenza di $1/\tau$.

In fig.3.3 sono riportate varie sezioni di dette funzioni di ambiguita', su cui e' possibile riportare le considerazioni piu' volte fatte nella accuratezza in distanza e velocita' per un impulso rettangolare.

Si supponga ora che l'impulso in trasmissione sia di tipo gaussiano:

$$\psi_v(t) = e^{-\frac{t^2}{2a}} \tag{3.34}$$



dove "a" ne rappresenta la dispersione.

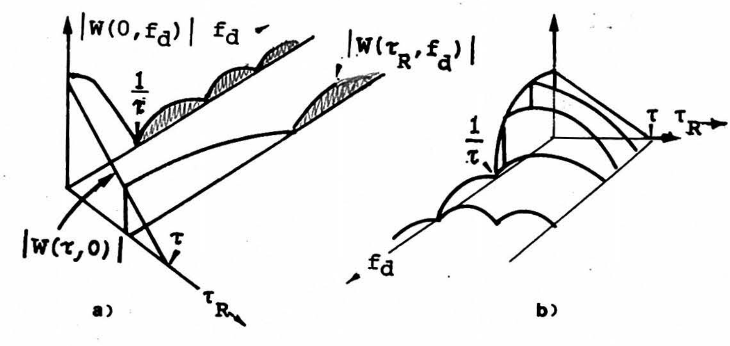


Fig.3.3 - Risposte tempo frequenza per un impulso con inviluppo rettangolare:

a) profili a τ_R costante
b) profili a f_d costante

Allora la (3.18) diviene

$$(3.35)\qquad W(\tau_R,\omega_d)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2a}}\, e^{j\omega_d t}\, e^{-\frac{(t-\tau_R)^2}{2a}}\,dt =$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega_d t}\, e^{-\frac{t^2-t\tau_R+\tau^2_{R/2}}{a}}\,dt = e^{-\frac{\tau_R^2}{4a}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega_d t}\, e^{-\frac{(t-\frac{\tau_R}{2})^2}{a}}\,dt =$$

$$= e^{-\frac{\tau_R^2}{4a}}\, e^{j\omega_d \frac{\tau_R}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(j\omega_d x-\frac{x^2}{a})}\,dx =$$

$$=\sqrt{\pi a}\; e^{j\omega_d \frac{\tau_R}{2}}\; e^{-\frac{1}{4}\left(\frac{\tau_R^2}{a}+\omega_d^2 a\right)}$$

Si ricordi infatti che

$$\int e^{-px^2+qx}\,dx = e^{\frac{q^2}{4p}}\cdot\sqrt{\frac{\pi}{p}}$$

Dalla (3.35) si ha:

$$|W(\tau_R,\omega_d)| = \sqrt{\pi a}\; e^{-\frac{1}{4}\left(\frac{\tau_R^2}{a}+\omega_d^2 a\right)}$$

Pertanto le sezioni a $|W(\tau_R,\omega_d)|$=cost che danno un´idea dell´andamento dell´ambiguita´ nelle due direzioni sono delle ellissi in cui il rapporto degli assi e´ dato da "a". In conclusione impulsi brevi, cioe´ a piccola "a", migliorano il rilevamento della distanza; impulsi lunghi quello della velocita´ come era da attendersi.

In fig.3.4a) viene riportata la proiezione di una sezione della funzione di ambiguita´ sul piano τ_R, f_d nel caso di un singolo impulso di andamento nel tempo gaussiano.

In fig.3.4b) viene riportata l´analoga proiezione nel caso di un treno di impulsi sempre gaussiani.

Qualora nella (3.34) "a" sia complessa l´andamento di fig.3.4a) rimane ancora una ellissi, ma gli assi appaiono

inclinati rispetto agli assi coordinati. In queste condizioni e´ possibile ottenere ambiguita´ paragonabili in τ_R e f_d senza obbligare la durata dell´impulso. In tal caso ("a" complesso) ne viene un segnale modulato linearmente in frequenza che usualmente viene identificato con il nome di chirp.

Una rappresentazione di un tale segnale e´ riportata in fig.3.5. Nella parte superiore di detta figura e´ schematizzato il processo in trasmissione, mentre nella parte inferiore quello in ricezione.

La correlazione del segnale ricevuto con il segnale immagazzinato nel ricevitore, caratterizzato dal segnale trasmesso, provoca il cosiddetto processo di "compressione" in tempo che assicura l´alta risoluzione richiesta.

Per motivi esemplificativi verra´ ora valutata la funzione di ambiguita´ nel caso campionato (ric. (3.19)).

Il segnale in questione potra´ essere scritto:

$$\psi_v(t) = e^{j\pi\frac{\mu}{\tau}t^2} \tag{3.36}$$

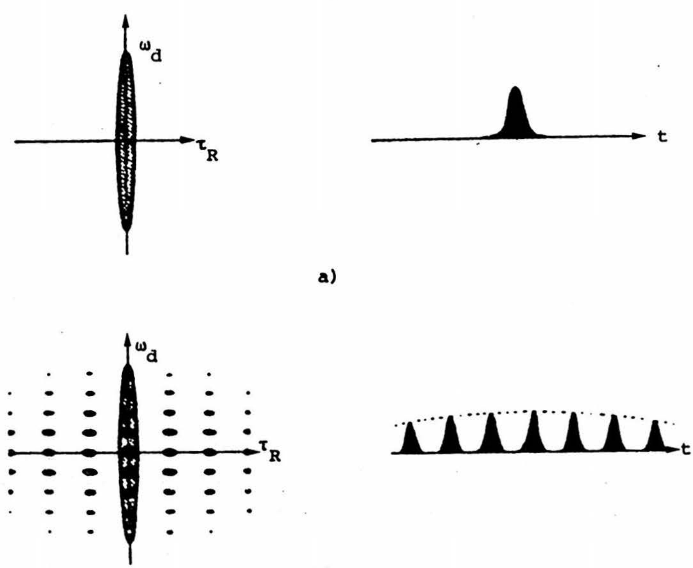


Fig.3.4 - Andamento della funzione di ambiguita´:
a) impulso singolo gaussiano
b) treno di impulsi gaussiani

dove μ e' la dinamica massima di frequenza o banda del "chirp", τ e' la durata del chirp (v. fig.3.5).

Ipotizzata una frequenza di campionamento $f_c = \frac{1}{T_c}$, supposto intero $M = \tau / T_c$ e $f_c = \mu$ allora il prodotto tempo-banda diviene:

$$\mu\tau = \mu M T_c = \mu M \frac{1}{f_c} = M$$

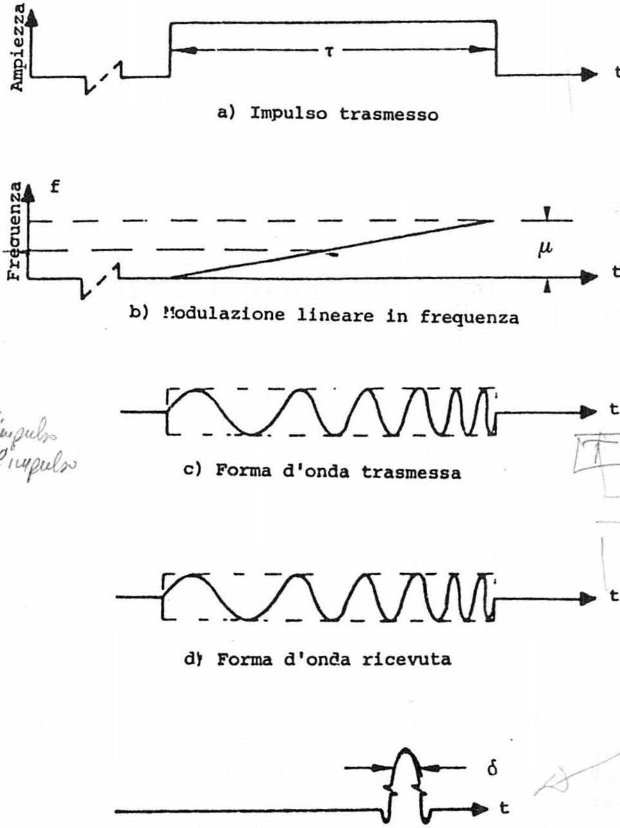


Fig.3.5 - Processo qualitativo di funzionamento di un elaboratore su un segnale "chirp".

$\frac{\text{sen}[\pi(f_d-\mu\frac{\tau_R}{\tau})\cdot\tau\cdot\tau_R]}{\pi\cdot(f_d-\mu\frac{\tau_R}{\tau})}$ quanti mi sposti rispetto al centro.

D'altro canto per $\tau_R<0$, minore di τ e supposto τ_R/T_c intero(*) la (3.19) diviene:

$$W_c(\tau_R,f_d)=\sum_{n=o}^{M+\tau_R/T_c} e^{j\pi\frac{\mu}{\tau}(nT_c-\tau_R)^2-j\pi\frac{\mu}{\tau}(nT_c)^2+j2\pi f_d nT_c}= \tag{3.37}$$

$$=\sum_{n=o}^{M+\tau_R/T_c} e^{j\pi\frac{\mu}{\tau}(\tau_R^2-2nT_c\tau_R)+j\pi f_d nT_c}=$$

$$=e^{j\mu\pi\frac{\tau_R^2}{\tau}}\sum_{n=o}^{M+\tau_R/T_c} e^{j2\pi n(f_dT_c-\mu\frac{T_c}{\tau}\tau_R)}$$

l'impulso viene in genere convoluto, pertanto gli integrali si trasformano in serie.

da cui:

$$|W_c(\tau_R,f_d)|=\left|\sum_{n=o}^{M+\tau_R/T_c} e^{j2\pi\cdot n(f_dT_c-\mu\frac{T_c}{\tau}\tau_R)}\right|=$$

$$=\left|\frac{\text{sen}\{(M+1+\frac{\tau_R}{T_c})\pi(f_dT_c-\mu\frac{T_c}{\tau}\tau_R)\}}{\text{sen}\{\pi(f_dT_c-\mu\frac{T_c}{\tau}\tau_R)\}}\right|= \tag{3.38}$$

$$=\left|\frac{\text{sen}\{(M+1+\frac{\tau_R}{T_c})\pi(f_d\tau-\mu\tau_R)\frac{T_c}{\tau}\}}{\text{sen}\{\pi(f_d\tau-\mu\tau_R)\frac{T_c}{\tau}\}}\right|$$

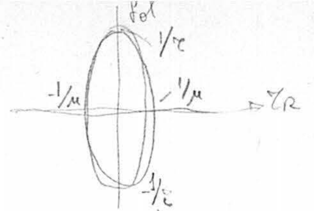
Osservando la (3.38) ed in particolare facendo delle sezioni nella funzione di ambiguita' a $f_d=0$ e $\tau_R=0$ si notera' che si hanno impulsi stretti in tutte e due le direzioni.

Forse è approx

In particolare per $f_d=0$ si ha un primo zero per $\tau_R=1/\mu$,

No? A me mi torna

(*) Altrimenti dovra' essere messo come limite della sommatoria in luogo di τ_R/T_c il numero intero arrotondato per eccesso.



analogamente per $\tau_R=0$ si ha uno zero a $f_d=1/\mu$; cio´ significa che la dimensione del picco (e quindi la risoluzione) in doppler ($\tau_R=0$) vale $2/\tau$, mentre in distanza ($f_d=0$) vale $2/\mu$. Ancora una volta quindi appare che la risoluzione in distanza dipende dalla larghezza di banda, mentre la risoluzione in frequenza dalla durata del segnale.

Si osservi inoltre che il termine $f_d\tau-\mu\tau_R$ nella (3.36) compare come un´entita´ unica in ogni argomento cosi´ che non vi e´ modo di separare l´effetto relativo ad uno spostamento in distanza dallo spostamento causato da una doppler.

Questo effetto e´ illustrato in fig.3.6, mentre in fig.3.7 e´ riportato l´andamento della variazione relativa del picco e dello spostamento in tempo causato da una doppler, che ovviamente possono essere interpretati, come dovuti al fatto che il segnale in ricezione non e´ piu´ adattato al segnale "immagazzinato" nel ricevitore che e´ caratterizzato dal segnale trasmesso.

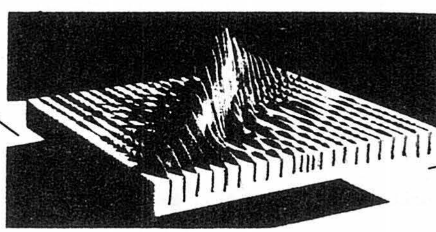


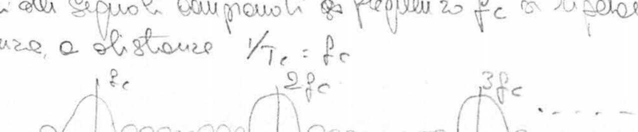
Fig.3.6 - Varie sezioni della funzione di ambiguita´ per un chirp [1].

Usualmente la variazione percentuale della frequenza doppler relativamente alle bande in uso e´ cosi´ modesta per cui l´errore in distanza che ne consegue non e´ rilevante.

Converra´ notare che il termine $M+1+\tau_R/T_c$ ha l´effetto di ridurre la frequenza dei lobi laterali (in ciascuna direzione τ_R e f_d) quando τ_R/T_c diventa sufficientemente grande.

Naturalmente gli andamenti delle figg.3.6 e 3.7 si riferiscono al caso di una elevatissima frequenza di campionamento (caso continuo), altrimenti i picchi di cui in fig.3.6 si ripetono a distanza $1/T_c$ dislocati in frequenza sull´asse f_d, basterà ricordare gli spettri di un segnale campionato.

Gli spettri dei segnali campionati a frequenza f_c si ripetono periodicamente in frequenza a distanze $1/T_c = f_c$



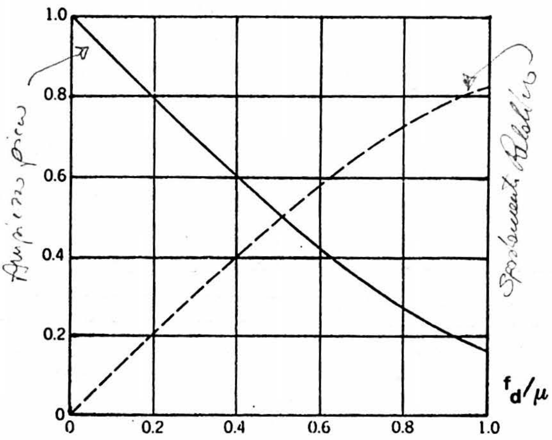


Fig.3.7 - Variazioni percentuali del picco in ampiezza (tratto continuo) e spostamento relativo ($\Delta\tau/\tau$) (andamento tratteggiato) per effetto di una "doppler".

3.6. Comportamento del "chirp": andamenti in tempo e spettrali

Converra´ ora riesaminare quanto sopra riportato, valutando direttamente la risposta in tempo ad un segnale chirp (questa volta verra´ ipotizzato non campionato) del suo filtro adattato. Naturalmente si giungera´ ancora alla funzione di ambiguita´; peraltro questo approccio diretto avra´ lo scopo di rendere piu´ immediata la comprensione di cio´ che segue.

Il chirp definito dalla (3.36) puo´ essere riscritto, avendolo riportato intorno alla portante (v.(3.6)), nel modo che segue

$$(3.39)\quad \begin{cases} x(t) = \cos[2\pi(f_T t + \frac{1}{2}\mu\frac{t^2}{\tau})] & -\frac{\tau}{2} \le t \le \frac{\tau}{2} \\ x(t) = 0 & |t| \ge \frac{\tau}{2} \end{cases}$$

La risposta impulsiva del filtro adattato a detto segnale e´ data dallo stesso segnale di ingresso invertito in

B = Banda chirp = μ
τ
R_1 = 10 Km
R_2 = 10,1 Km
I: μ = 1 MHz, τ = 1 μs
II: μ = 1 MHz, τ = 0.5 μs
III: μ = 2 MHz, 1 μs
$R_D = \frac{c}{2\mu}$
$R_{D_1} = \frac{3\cdot 10^8}{2\cdot 1\cdot 10^6} = 1.5\cdot 10^2 = 150$ m
R_{D2} = 75 m Lo Risolve

tempo (v.(1.77)):

$$(3.40) \qquad h(t) = \sqrt{\frac{4\mu}{\tau}}\cdot\cos[2\pi(f_T t - \frac{1}{2}\mu\frac{t^2}{\tau})] \qquad -\frac{\tau}{2} \le t \le \frac{\tau}{2}$$

dove e´ stato introdotto il fattore $\sqrt{\frac{4\mu}{\tau}}$ al fine di rendere unitario il guadagno del filtro come verra´ messo in evidenza nel seguito.

L´eco di ritorno da un bersaglio radar avra´ peraltro la caratteristica del segnale trasmesso (v. eq.(3.39)) ad eccezione di uno spostamento in frequenza dovuto alla "doppler" f_d; in altre parole l´eco in questione puo´ essere descritta dalla

$$(3.41) \qquad x_1(t) = \cos\{2\pi[(f_T+f_d)t + \frac{1}{2}\mu\frac{t^2}{\tau}]\}$$

Pertanto se $x_1(t)$ e $h(t)$ sono adattati $(f_d=0)$, la risposta del filtro al segnale di ritorno e´ data dalla funzione di autocorrelazione del segnale di ingresso altrimenti diviene la correlazione delle due funzioni in questione. Naturalmente la presenza della doppler f_d rende il filtro in oggetto disadattato come precisato nel paragrafo che precede.

In definitiva l´uscita dal filtro descritto dalla (3.40), quando al suo ingresso e´ posto il segnale (3.41), e´ data dalla:

$$(3.42) \qquad g(\tau_R,\omega_d) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot h(\tau_R - t)\,dt =$$

$$= \sqrt{\frac{4\mu}{\tau}}\int_a^b \cos\{2\pi[(f_T+f_d)t + \frac{1}{2}\mu\frac{t^2}{\tau}]\}$$

$$\cos\{2\pi[f_T(\tau_R - t) - \frac{1}{2}\mu\frac{(\tau_R - t)^2}{\tau}]\}\,dt =$$

$$= \sqrt{\frac{4\mu}{\tau}}\int_a^b \cos\{2\pi[(f_T+f_d)t + \frac{1}{2}\mu\frac{t^2}{\tau}]\}\cdot$$

$$\cdot\cos\{2\pi[f_T(t-\tau_R) + \frac{1}{2}\mu\frac{(t-\tau_R)^2}{\tau}]\}\,dt$$

Esercizio 2 | Σ Impulso ΔR=330m μ=0.5 MHz ~~PRF~~ 1KHz
Max doppler del segnale 100 Hz

Funzione peso di Dolph-Chebyshev con μτ=100
e i lobi laterali ~~sotto~~ i 35dB (li vogliamo così)

dove

$$\begin{cases} a = -\frac{\tau}{2} + \tau_R \\ b = \frac{\tau}{2} \end{cases} \qquad \text{per } \tau_R > 0$$

e

$$\begin{cases} a = -\frac{\tau}{2} \\ b = \frac{\tau}{2} + \tau_R \end{cases} \qquad \text{per } \tau_R < 0$$

L´ultima espressione di cui nella (3.42), ricordate le (A.20) e (A.21), determina la relazione fra filtraggio ottimo e funzione di ambiguita´, come definite nella (3.15) e seguenti.

Ricordando la relazione trigonometrica:

$$\cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\}$$

osservando che la somma degli argomenti definiti dalla (3.42) porta a termini in alta frequenza e che quindi saranno filtrati, l´uscita del filtro in questione diviene

$$(3.43) \qquad g(\tau_R,\omega_d) = \sqrt{\frac{\mu}{\tau}}\int_a^b \cos[2\pi(f_T\tau_R + f_d t - \frac{1}{2}\mu\frac{\tau_R^2}{\tau} \pm \mu\frac{\tau_R t}{\tau})]dt =$$

$$= \sqrt{\frac{\mu}{\tau}} \left. \frac{\text{sen}[2\pi(f_T\tau_R + f_d t - \frac{1}{2}\mu\frac{\tau_R^2}{\tau} + \mu\frac{\tau_R t}{\tau})]}{2\pi[f_d + \mu\frac{\tau_R}{\tau}]} \right|_a^b$$

Dopo opportuni semplici sviluppi la (3.43) puo´ essere riscritta:

$$(3.44) \; g(\tau_R,\omega_d) = \sqrt{\mu\tau}\cos[2\pi(f_T + \frac{f_d}{2})\tau_R] \, \frac{\text{sen}[\pi(f_d + \mu\frac{\tau_R}{\tau})(\tau - |\tau_R|)]}{\pi[f_d + \mu\frac{\tau_R}{\tau}]\tau} \qquad -\tau \leq \tau_R \leq \tau$$

E´ interessante notare nella (3.44) che la portante non contiene nessuna modulazione di frequenza e che (a meno di un segno implicito nella definizione di funzione di ambigui-

Dalla curva 3.12c vedo l'allargamento del lobo δ che viene 1,3, quindi la R_D vero e $R_D \cdot 1,3 = 390$, quindi non li risolvo più

ta´) l´inviluppo della (3.44) corrisponde alla (3.38) che ne rappresenta una versione campionata.

Nel caso in cui f_d=0, la (**3.44**) **di**viene la funzione di autocorrelazione e la definizione dei parametri piu´ significativi dell´impulso "compresso" e´ riportata in fig.3.8, dove δ rappresenta la larghezza dell´impulso misurato 4 dB sotto il picco, $\tau/1/\mu=\tau\cdot\mu$ assume pertanto il significato di "rapporto di compressione" e la distanza fra i primi due zeri e´ pari a $2/\mu$.

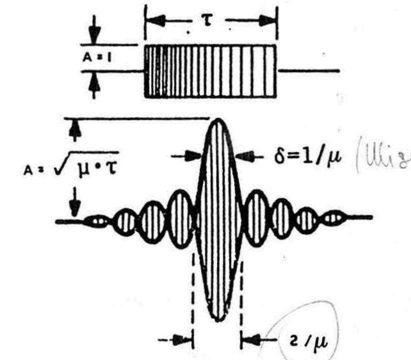


Fig.3.8 - Schematizzazione del processo di compressione.

Converra´ ora esaminare lo spettro del segnale x(t) dato dalla (**3.39**). Operando infatti la trasformata di Fourier si ha:

$$G(f) = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \cos[2\pi(f_T t + \frac{1}{2}\mu\frac{t^2}{\tau})]\, e^{-j2\pi f t}\, dt =$$

$$(3.45) \qquad = \frac{1}{2}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{j\frac{\pi\mu}{\tau}[t^2+2\frac{\tau}{\mu}t(f_T-f)]}\, dt +$$

$$+ \frac{1}{2}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{-j\frac{\pi\mu}{\tau}[t^2+2\frac{\tau}{\mu}t(f_T+f)]}\, dt$$

L´ultimo termine del terzo membro della (3.45) corrisponde a considerare frequenze negative che possono essere trascurate nel caso di interesse pratico, quando f/μ sia

3 Esercizio

sufficientemente elevato.

Introducendo un cambio di variabili

$$x = \sqrt{\frac{2\mu}{\tau}}[t + \frac{\tau}{\mu}(f_T - f)] \longrightarrow dx = \sqrt{\frac{2\mu}{\tau}}\, dt$$

la (3.45) diviene

$$(3.46) \qquad G(f) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tau}{2\mu}}\, e^{-j\pi\frac{\tau}{\mu}(f_T - f)^2} \cdot \int_{-x_1}^{x_2} e^{j\frac{\pi}{2}x^2}\, dx$$

dove

$$x_1 = \sqrt{2\mu\tau}[\frac{1}{2} - \frac{f_T - f}{\mu}]$$

$$x_2 = \sqrt{2\mu\tau}[\frac{1}{2} + \frac{f_T - f}{\mu}]$$

Introducendo gli integrali di Fresnel:

$$(3.47) \qquad C(y) = \int_o^y \cos\frac{\pi}{2}x^2\, dx \qquad S(y) = \int_o^y \operatorname{sen}\frac{\pi}{2}x^2\, dx$$

ed osservando che valgono le relazioni:

$$C(-y) = -C(y) \qquad S(-y) = -S(y)$$

lo spettro del chirp diviene

$$(3.48) \qquad G(f) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tau}{2\mu}}\, e^{-j\pi\tau\cdot\mu\left(\frac{f_T - f}{\mu}\right)^2} \cdot$$

$$\cdot\{[C(x_2) + C(x_1)] + j[S(x_2) + S(x_1)]\}$$

Dalla (3.48) e´ possibile ricavare lo spettro di ampiezza e di fasi, in particolare per l´ampiezza si ha:

$$(3.49) \qquad |G(f)| = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tau}{2\mu}\{[C(x_2)+C(x_1)]^2+[S(x_2)+S(x_1)]^2\}}$$

Converra' osservare che al crescere di $\tau\mu$, crescono anche x_1 e x_2 e gli integrali di Fresnel (3.47) tendono al valore 0.5. Pertanto e' possibile scrivere che

$$|G(f)| = \sqrt{\frac{\tau}{4\mu}} \qquad \text{per } f_T - \frac{\mu}{2} < f < f_T + \frac{\mu}{2};\ \tau\mu \rightarrow \infty \tag{3.50}$$

Ossia lo spettro in questione diviene piatto ed il guadagno dato dalla (3.50) giustifica l'introduzione del termine $\sqrt{\frac{4\mu}{\tau}}$ inserito nella (3.40). In altre parole appare chiaro che il filtro adattato definito dalla (3.40) tende ad un guadagno unitario e larghezza di banda μ. Tutto cio' significa che il guadagno sul segnale definito (in ampiezza) da $\sqrt{\tau\cdot\mu}$ in fig.3.8 e' un guadagno relativamente al rumore.

Normalizzando al valore $\sqrt{\frac{\tau}{4\mu}}$ la (3.49), si hanno gli andamenti di fig.3.9 riportati per diversi valori di $\tau\cdot\mu$. In definitiva quindi nello spettro del "chirp" (sia in ampiezza che fase) sono presenti dei "ripple": l'ampiezza ed il periodo di questi ripple sono governati principalmente dal prodotto $\tau\cdot\mu$.

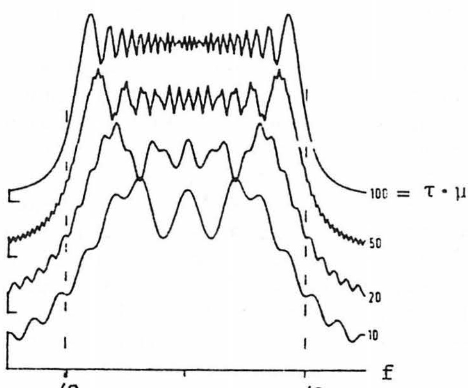


Fig.3.9 - Spettri di chirp caratterizzati da diversi prodotti $\tau\cdot\mu$.

In conclusione appare chiaro a questo punto che il segnale chirp considerato, caratterizzato da un inviluppo di

ampiezza costante nel dominio del tempo, ha nel dominio della frequenza un inviluppo rettangolare solo approssimato: questo e' il segnale generato da una modulazione in frequenza di una portante di ampiezza costante.

Sono disponibili oggi diverse tecniche per realizzare tali f.d.o. ed in particolare converra' ricordare i dispositivi ad onde acustiche superficiali (S.A.W.), che consentono anche la realizzazione dei filtri adattati in ricezione [3].

3.7. Riduzione dei lobi laterali

Come riportato nella (3.44) la risposta di un filtro adattato ad un segnale "chirp" e' approssimato da un andamento tipo (senx)/x, cui corrisponde uno spettro rettangolare.

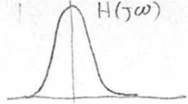
In ambiente di molti bersagli dove e' possibile peraltro anche una ampia dinamica di segnali, i lobi laterali in "distanza" rappresentano segnali interferenti e che normalmente andranno ridotti. Al fine di sopprimere questi lobi laterali, la risposta in ampiezza del filtro adattato normalmente e' "disadattata" o "pesata" cosicche' la diminuzione dei lobi laterali e' "pagata" da un allargamento dell'impulso compresso (perdita di risoluzione) e da una degradazione del rapporto segnale a rumore (perdite in sensibilita').

La "pesatura" (almeno quella in ampiezza) e quindi l'azione di disadattamento viene realizzata usualmente in ricezione in modo da non perdere in energia trasmessa.

Il principio di funzionamento della rete di pesatura si basa sul fatto che il segnale a spettro rettangolare viene fatto passare su un filtro $H(j\omega)$ che attenua lo spettro ai bordi. Se in particolare $H(j\omega)$ ha un andamento di tipo gaussiano, la sua trasformata di Fourier sara' ancora gaussiana e quindi la corrispondente risposta in tempo non presentera' piu' lobi laterali, ma sara' ancora di tipo gaussiano con un picco centrale piu' largo relativamente al corrispondente (senx)/x.

D'altro canto poiche' lo spettro di ingresso e' limitato a μ nel dominio della frequenza non sara' possibile che ottenere una porzione di una gaussiana e la risposta in tempo avra' dei lobi laterali e l'allargamento del lobo centrale sara' tanto piu' rilevante quanto maggiore sara' lo "shaping" ai bordi dello spettro.

Pertanto andra' ricercato il miglior compromesso tra



livello dei lobi secondari e larghezza del lobo centrale. Spesso il problema si sposta nella ricerca di quella funzione peso che per un prefissato livello di lobi laterali consente un minimo allargamento del lobo centrale.

Un esempio particolarmente interessante e' costituito dalla famiglia:

$$G(f,n,k) = k + (1-k) \cos^n \pi \frac{f-f_o}{\mu} \qquad (3.51)$$

dove n e k sono delle costanti. La trasformata di Fourier della (3.51) dara' la ricercata rappresentazione nel dominio del tempo:

$$g(t) = \int_{f_o-\mu/2}^{f_o+\mu/2} G(f,n,k)\, e^{j\omega t}\, df \qquad (3.52)$$

Si osservera' che la funzione peso si riduce all'unita' nel caso k=1.

Nel caso n=1 in fig.3.10 e' riportato l'andamento del livello del maggior lobo laterale (S.L.) e del fattore di allargamento (δ) dell'impulso centrale al variare di k; per k=1 la pesatura sparisce e quindi ne consegue un allargamento inesistente (δ=1), mentre il livello dei lobi laterali e' determinato dal (senx)/x e quindi assume il valore di 13.2 dB.

Nel caso che la funzione peso sia il polinomio di Chebyshev i lobi laterali sono tutti ad un livello costante ed il corrispondente allargamento del lobo centrale e' minimo [1]. Questo fatto si presenta particolarmente interessante, nelle pratiche applicazioni, quando non e' possibile fare alcuna ipotesi sulla distribuzione dei segnali che seguono e precedono l'impulso in esame.

L'inviluppo dell'impulso di uscita in questo caso e' dato dalla

Pesi di Dolph-Chebyshev

$$g_c(t) = \frac{\cos \pi \sqrt{(\mu t)^2 - A^2}}{\cosh(\pi A)} \qquad (3.53)$$

$\cosh(\pi A) = 10^{\frac{SL}{20}}$

dove A e' un coefficiente dipendente dal livello dei lobi laterali scelto e calcolabile con la formula

$$S.L.\big|_{dB} = 20 \log [\cosh(\pi A)] \qquad (3.54)$$

Side Lobe

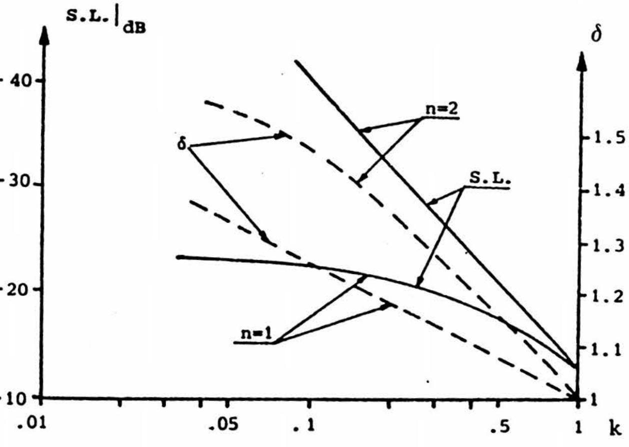


Fig.3.10 - Livello dei lobi laterali (S.L.) in dB e allargamento del lobo centrale (δ) per la legge di pesatura (3.51) nei casi n=1 e 2.

In fig.3.11 e' riportato il livello dei lobi laterali ed il conseguente allargamento del lobo centrale. Paragonando gli andamenti di fig.3.11 con quelli di fig.3.10 e' possibile valutare la bonta' di una legge di pesatura, anche se dovra' essere tenuto in debito conto come detti lobi laterali discendono man mano ci si allontani dal lobo principale per la (3.51).

Spesso viene utilizzata una approssimazione del metodo sopra descritto (Dolph-Chebyshev) e si ottiene il <u>metodo di Taylor</u>, che si basa su opportune funzioni che approssimano i polinomi di Chebyshev e presentano caratteristiche di facile realizzabilita'.

Le espressioni delle funzioni di Taylor dipendono da un parametro $\bar{n}$ che e' un intero definito dalla relazione

$$\text{(3.55)} \qquad \sigma_p = \frac{\bar{n}}{\sqrt{A^2+(\bar{n}-.5)^2}}$$

dove A e' dato dalla (3.54) e σ_p indica il rapporto tra la larghezza del lobo principale della funzione di Taylor e quella del corrispondente lobo del metodo Dolph-Chebyshev.

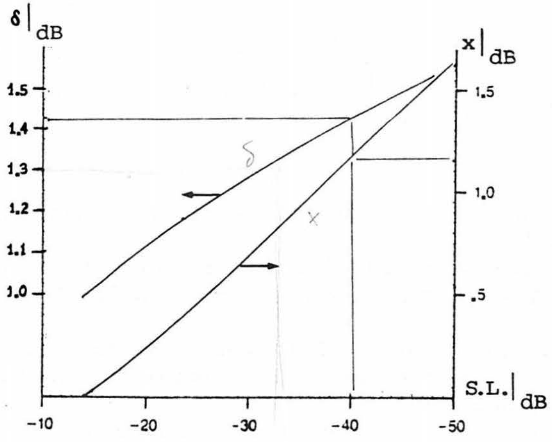


Fig.3.11 - Andamento dei lobi laterali (S.L.) ed allargamento del lobo centrale (δ) e perdite (x) con il metodo Dolph-Chebyshev.

Pertanto fissato il livello dei lobi laterali dalla (3.54) si ricava A e stabilito l'allargamento ammesso relativamente a quello riportato in fig.3.11 dalla (3.55) si ottiene $\bar{n}$ e quindi lo sviluppo corrispondente dettagliato in [1]. Conviene considerare che il prendere valori di $\bar{n}$ eccessivamente piccoli (che implichi σ_p anche minori dell'unita') in realta' conduce a valori di lobi laterali non piu' determinati dalla (3.54), ma certamente il livello di detti lobi aumenta. La differenza sostanziale dell'uso del metodo di Taylor relativamente a quello di Chebyshev puo' peraltro essere rivista (oltre che da un punto realizzativo) anche come decadimento dei lobi lontani.

Infatti oltre a considerare il livello dei lobi laterali, nel caso si abbiano bersagli distribuiti conviene considerare una nuova figura di merito ossia l'integrale dei lobi laterali. In altre parole considerando un bersaglio ad una certa distanza, al contributo proprio dettato dalla risoluzione, la tecnica di compressione associa ogni altro bersaglio dislocato in zone vicine e pesato secondo l'ampiezza dei lobi laterali, pertanto per un bersaglio distribuito in modo uniforme conviene considerare l'influenza globale dei lobi laterali dettata dal rapporto ISLR (Integrated Side Lobes Ratio):

$$(3.55) \qquad \mathrm{ISLR} = \frac{\int_{\alpha\tau_o}^{\infty} |g(t)|^2 dt}{\int_{o}^{\tau_o} |g(t)|^2 dt}$$



dove

τ_o corrisponde al primo nullo del lobo centrale ($1/\mu$ di fig.3.8)

α e' un parametro che delimita la zona di interesse e convenzionalmente si assume pari a 1 o 5.

La fig.3.12 mostra l'andamento di ISLR in dB nel caso α=5 e α=1 con diverse reti di pesatura, in funzione dell'allargamento del lobo principale.

Converra' notare che la definizione di ISLR per un α=1 porta naturalmente al fatto che al crescere di δ , si ha che l'abbassamento dei lobi laterali e' compensato dall'aumento del lobo principale come segnale disturbante nella (3.55) e quindi si giunge agli andamenti che presentano un massimo (v. fig.3.12).

Cio' ovviamente non avviene per il caso α=5, che in parole povere prende in considerazione solo lobi sufficientemente lontani, ritenendo che echi limitrofi poco abbiano a disturbare il segnale sotto esame per ragioni di correlazione.

Naturalmente nel caso Dolph-Chebyshev, lo ISLR dipende dal rapporto di compressione, cio' non avviene nel caso della (3.51) (per rapporto di compressione sufficientemente elevati) a motivo ancora del decrescere di detti lobi man mano ci si allontani dal lobo principale.

Facendo uso degli andamenti di fig.3.12, e' possibile proporzionare ottimamente la rete di pesatura, valutando l'influenza del picco dei lobi laterali e del suo integrale (pensando a bersagli concentrati e distribuiti). Naturalmente con Taylor sara' possibile ottenere tutte le condizioni intermedie tra quelle di fig.3.12b) e c).

Converra' ora osservare che ancora per effetto della legge di pesatura alla diminuzione dei lobi laterali consegue oltre l'allargamento del lobo centrale anche una degradazione del rapporto segnale a rumore.

Detta degradazione puo' essere valutata conformemente a come indicato nel par.1.8.d del cap.1 (v.(1.80)) inserendo in luogo di H(jω) il filtro adattato al segnale di ingresso (v.(1.74)) e convenientemente pesato.

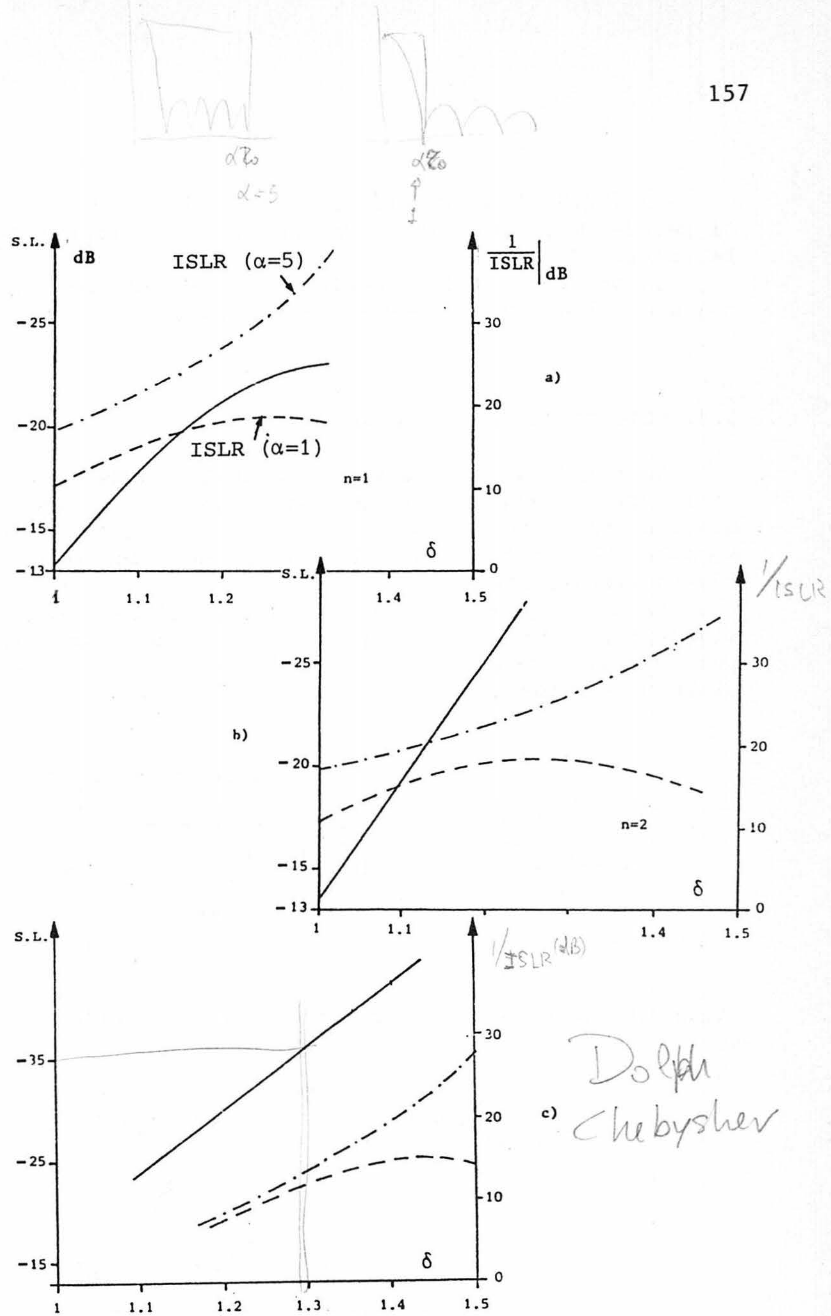


Fig.3.12 - Andamento di ISLR e S.L. per diverse reti di pesatura:

a) legge (3.51) per n=1
b) legge (3.51) per n=2
c) Dolph-Chebyshev ($\tau \cdot \mu = 400$).

La fig.3.11 mostra le perdite che si ottengono, usando il metodo Dolph-Chebyshev, in funzione del livello dei lobi laterali.

La valutazione in questione e' stata ottenuta nel caso $\tau \cdot \mu$ sia molto elevato (spettro rettangolare).

3.8. Effetti delle distorsioni

In fig.3.13 e' schematizzato un diagramma a blocchi utile alla valutazione delle distorsioni: un filtro distorcente e' posto in cascata al filtro adattato, in tal modo il segnale di uscita sara' affetto dalla caratteristica del filtro distorcente.

In altre parole tutte le distorsioni del sistema sono sintetizzate nel filtro distorcente la cui caratteristica puo' essere sviluppata in serie (v. fig.3.14) e fermandosi al primo termine si ha:

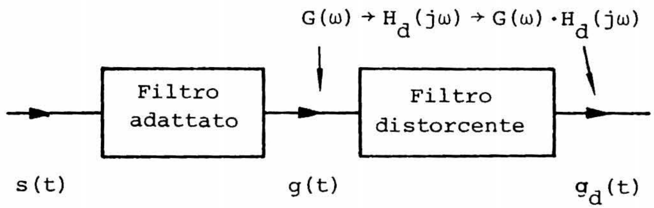


Fig.3.13 - Schematizzazione per l'analisi delle distorsioni.

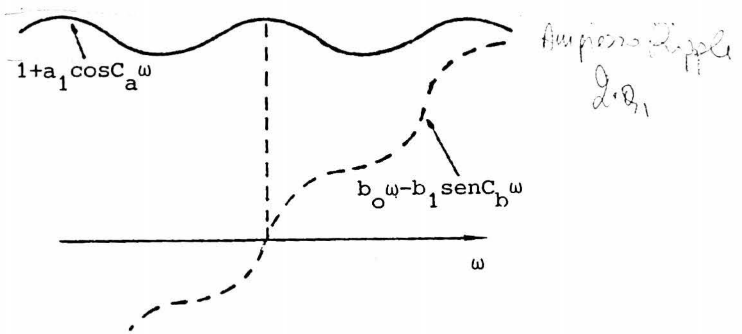


Fig.3.14 - Funzione di trasferimento di $H_d(j\omega)$.

echi appaiati, la cui ampiezza dipende dall'ampiezza del Ripple.



La distanza dipende dalla frequenza del Ripple della distorsione

$$(3.56) \qquad H_d(j\omega) = A(\omega)\, e^{-jB(\omega)} \longrightarrow \begin{cases} A(\omega) = 1 + a_1 \cos C_a \omega \\ B(\omega) = b_o \omega - b_1 \operatorname{sen} C_b \omega \end{cases}$$

dove

a_1 e' il valore di picco della componente di ampiezza della funzione di trasferimento distorta

b_1 e' il valore di picco della componente di fase

Se g(t) e' l'uscita in tempo indistorta dal filtro adattato, l'effetto della distorsione di ampiezza si traduce nella seguente uscita (bastera' ricordare le proprieta' della trasformazione di Fourier, v. fig.3.13)

$$(3.57) \qquad \boxed{g_d(t) = g(t) + \frac{a_1}{2}\, g(t+C_a) + \frac{a_1}{2}\, g(t-C_a)}$$

Dist. di Ampiezza

In altre parole nascono due "echi appaiati" dislocati in tempo a $+C_a$ e $-C_a$ la cui ampiezza dipende dal valore di picco della distorsione.

Una relazione del tutto analoga, anche se approssimata, vale nel caso di distorsione di fase

$$(3.58) \qquad \boxed{g_d(t) = g(t) + \frac{b_1}{2}\, g(t+C_b) + \frac{b_1}{2}\, g(t-C_b)}$$

Dist. di Fase

Naturalmente se si considerano diverse cause distorcenti l'effetto descritto dalle (3.57) e (3.58) si espande considerando, per ogni armonica di cui nelle (3.56), i corrispondenti nuovi termini e quindi i nuovi echi appaiati.

L'effetto delle distorsioni in altre parole determina quindi un ulteriore limite per i lobi laterali gia' discussi nel paragrafo che precede; anche il concetto di ISLR puo' essere riapplicato, considerando il contributo degli echi appaiati che determina una degradazione segnale utile-spurie, derivanti da bersagli dislocati nelle zone contigue.

3.9. Requisiti generali di un sistema di espansione e compressione ed effetti di secondo ordine

Usualmente il chirp come f.d.o. generata da una modulazione lineare in frequenza viene usata nei sistemi di compressione per assicurare una bassa potenza di picco insieme ad una elevata risoluzione in distanza.

Nel seguito converra' riassumere i parametri essenziali in termini di requisiti di sistema:

. risoluzione e larghezza di banda

La larghezza di banda (μ) del "chirp" dovra' essere valutata dal requisito di risoluzione ($1/\mu$ a -4 dB) come dettagliato in fig.3.8. Naturalmente dovra' essere tenuta in conto la

. pesatura

che comporta un allargamento del lobo principale (v. figg. 3.10 e 3.11). Si ricordera' che lo scopo principale delle pesature e' quello di ridurre i lobi laterali per consentire una dinamica sui segnali che si succedono in tempo. La pesatura comporta anche una perdita in sensibilita' (v. fig. 3.11) che generalmente non supera 1÷2 dB.

La

. durata dell'impulso in trasmissione (τ)

e' usualmente determinata dai parametri generali di progetto del radar quali portate, visibilita' vicino, PRF, sensibilita' alla doppler...

Dalle considerazioni di cui sopra nasce il

. rapporto di compressione ($\tau \cdot \mu$)

durata-larghezza di banda ed il guadagno di correlazione e' dato ovviamente (v. fig.3.8 e ric. considerazioni a proposito della (3.50)) da

$$G_c = 10 \log \tau . \mu - x \qquad (3.59)$$

dove con x si intende rappresentare il valore delle perdite in sensibilita' dovute alla pesatura (per metodo Dolph-Chebyshev vedi fig.3.11).

Nel tenere conto della

• <u>dinamica del segnale</u>

bisognera' valutare anche il contributo di rumore dovuto al processo di espansione oltre naturalmente ai <u>lobi laterali</u> che (per come detto) potranno essere controllati da opportune reti di pesatura. D'altro canto le reti di pesatura non tengono conto

• <u>del ripple di Fresnel</u>

causato dalla limitazione in tempo dell'impulso espanso (v. eq.(3.48)). Il contributo di detto ripple sul livello dei lobi laterali puo' essere valutato considerando il ripple come distorsione (v. par.3.8); con buon approssimazione e' possibile scrivere:

(3.60) $$S.L.F.\big|_{dB} = 20 \log \tau\cdot\mu + 3$$

dove con S.L.F. si e' inteso rappresentare appunto il livello massimo dei lobi, dettato dal ripple di Fresnel, che diviene significativo per bassi valori di $\tau\cdot\mu$ (<100)

In realta' e' possibile compensare il ripple in questione, nel caso di bassi rapporti di compressione, nel progetto del filtro di compressione [3].

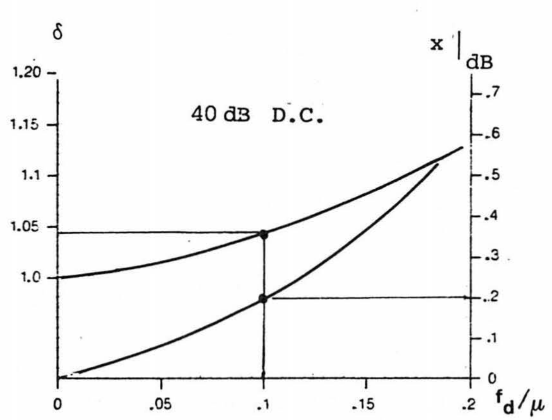


Fig.3.15 - Degradazione dovuta alla presenza dell'effetto doppler.

Dovra' essere tenuto in debito conto anche lo

- effetto della doppler (v. fig.3.7)

In fig.3.15 e' mostrato l'allargamento del lobo centrale δ_d e la degradazione in sensibilita' (x_d) in funzione della doppler percentuale (f_d/μ), disponendo di una rete di pesatura Dolph-Chebyshev di 40 dB.

In fig.3.16 e' riportato l'atteso livello di lobi laterali, tenendo conto anche del ripple di Fresnel per $\tau \cdot \mu = 10$, 100 e 1000, in presenza di doppler per una rete di pesatura del tipo Dolph-Chebyshev da 40 dB.

L'effetto doppler comporta anche uno spostamento in tempo della posizione del picco principale dell'impulso compresso pari a$(f_d/\mu) \cdot \tau$ (v. fig.3.7).

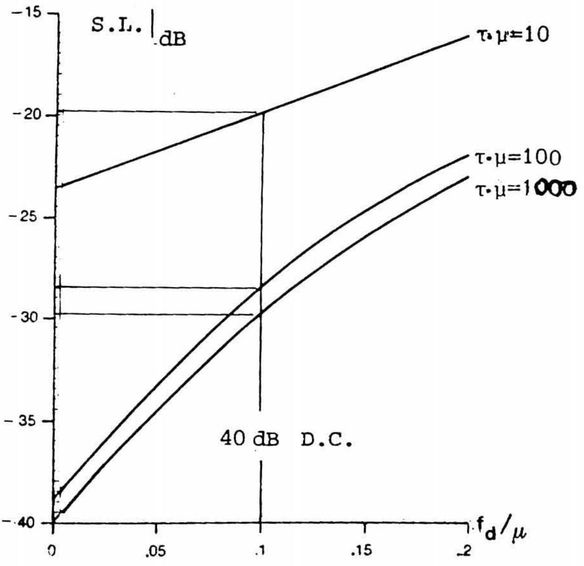


Fig.3.16 - Livello dei lobi laterali dovuti all'effetto doppler.

Converra' osservare che qualora si operi con bassissime doppler ($f_d/\mu < .01$) possono essere presi in considerazione i

chirp non lineari

ossia f.d.o. che hanno una modulazione non lineare in frequenza [1]. In questo modo e´ possibile realizzare un filtro adattato tra "espansore" (trasmettitore) e "compressore", senza ricorrere alle pesature in ampiezza, con basso livello di lobi laterali. In altre parole la legge di pesatura sara´ divisa fra trasmettitore e ricevitore, in tal modo sara´ possibile ottenere bassissimi lobi laterali con perdite teoricamente nulle. Tuttavia le prestazioni di un chirp non lineare degradano molto rapidamente in presenza di doppler.

Infine converra´ ricordare che la teoria degli echi appaiati (par.3.8) consente di predire e valutare l´effetto delle distorsioni della intera catena trasmittente e ricevente.

3.10. Codici di fase: codice di Barker e di Frank

Con l´avvento delle tecniche di elaborazione digitale, in campo radar hanno avuto particolare interesse le tecniche di compressione digitale. Tra queste converra´ ricordare che la codificazione di fase binaria (BPC). Un codice binario di fase di rapporto di compressione $\tau \cdot \mu$, dove τ e´ la lunghezza dell´impulso non compresso e μ la banda relativa, consiste in un insieme di N subimpulsi ciascuno di durata $\delta=1/\mu$ con frequenza portante costante. Ogni subimpulso e´ caratterizzato dall´essere in fase o a 180 rispetto ad uno stesso segnale in onda continua. D´altro canto ogni codice BPC puo´ essere rappresentato da una sequenza binaria + e −.

Una particolare classe dei codici BPC e´ il

- codice di Barker

che e´ stato studiato in modo che, una volta compresso, abbia tutti i lobi uguali. In fig.3.17 e´ riportato il codice di Barker a 13 elementi ($\tau \cdot \mu=13$) che, tra i codici conosciuti e´ quello di massima lunghezza.

Se una tale sequenza e´ trasmessa e ricevuta essa puo´ essere riportata nelle due componenti video x e y e quindi potra´ essere "compressa" in un filtro adattato.



3 Esercizio Codice Barker a 13 elementi con $\tau = 1.3 \mu s$

$R_2 = R_1 + 40\,m$ Domanda, si riescono a risolvere i due Bersagli?

$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 20\,dB$

$R_D = \frac{c \cdot \tau}{2 \cdot 13} = 15\,m$

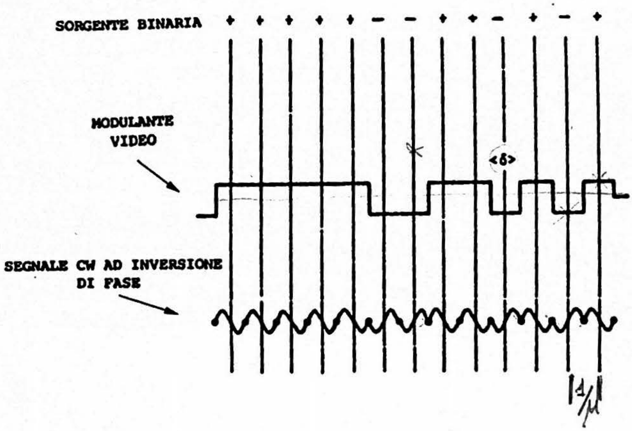


Fig.3.17 - Codice di Barker a 13 elementi.

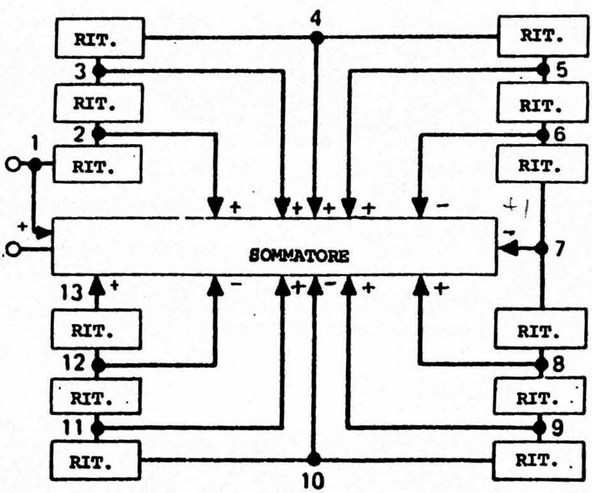


Fig.3.18 - Decodificatore per un codice di Barker a 13 elementi.

Un tale filtro decodificatore e' mostrato in fig.3.18 dove i singoli ritardi sono eguali a $1/\mu$ (durata del subim-

pulso)(*). Le uscite disponibili dai singoli elementi di ritardo (13 in tutto) vengono addizionate o sottratte convenientemente in accordo con il codice. In realta´ la struttura di fig.3.18, se eccitata da un impulso unitario, da´ luogo in uscita alla sequenza di Barker, costituendo un filtro a risposta impulsiva finita (FIR); in altre parole la sua h(t) e´ adattata al codice.

In fig.3.19 e´ riportata la risposta adattata per il codice in questione, che poi, per quanto piu´ volte detto e´ la funzione di autocorrelazione.

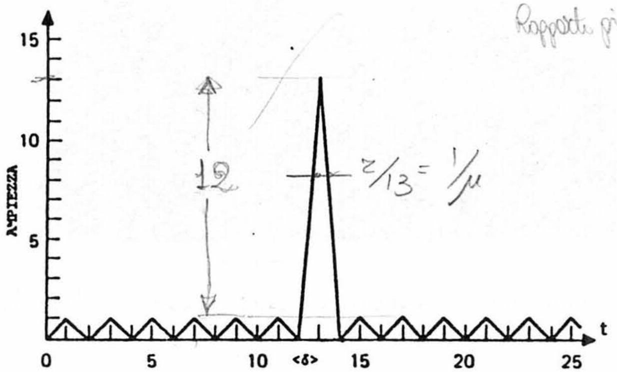


Fig.3.19 - Segnale compresso - codice di Barker.

In fig.3.20 sono riportate varie sezioni della funzione di ambiguita´ di detto codice di Barker, mostrando come aumentando la doppler si hanno dei picchi spuri simmetrici intorno ad una posizione in distanza [1].

Con tale codice pertanto non si ha l´effetto indicato a proposito dei chirp, **infatti nel caso si usi un chirp, una doppler determina** una polarizzazione nella misura della distanza.

Conviene ancora osservare che solamente il codice di Barker di lunghezza 13 (o meno di 13) possiede la proprieta´ di lobi laterali unitari (v. fig.3.19), purtuttavia esistono molti codici di lunghezza superiore fino a 150 e lobi late-

(*) Negli apparati digitali (solo in questi in realta´ si usa il codice di Barker) ogni subimpulso viene campionato piu´ di una volta per motivi di sensibilita´ che appariranno chiari nel seguito.

rali di 7 o meno.

Naturalmente sara' possibile unire insieme piu' codici di Barker al fine di raggiungere particolari requisiti.

Al fine di controllare i lobi laterali e' ancora possibile poter disporre di particolari reti di pesatura [4] e particolari realizzazioni del decodificatore sono possibili, data la struttura campionata, anche con dispositivi CCD (Charge Coupled Devices) [6].

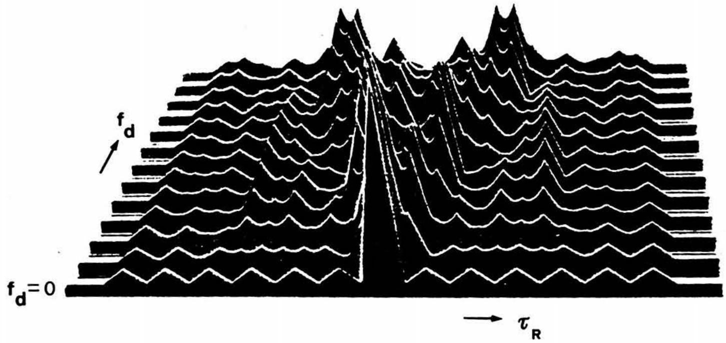


Fig.3.20 - Funzione di ambiguita' del codice di Barker a 13 elementi.

Come generalizzazione dei codici bifase e' possibile considerare i codici polifase e tra questi:

codici di Frank

Un codice di Frank e' costituito da un numero di subimpulsi pari a N^2; in realta' il codice in questione puo' essere ritenuto costituito da N sottogruppi, ciascuno di N subimpulsi, caratterizzati singolarmente da una fase $2\pi n/N$ (rispetto ad un segnale di riferimento) dove $0 \leq n \leq N-1$.

E' possibile individuare le varie fasi tramite la seguente matrice, che specializza i valori di n:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & N-1 \\ 0 & 2 & 4 & 6 & \dots & 2(N-1) \\ . & . & . & . & \dots & . \\ 0 & (N-1) & 2(N-1) & 3(N-1) & \dots & (N-1)^2 \end{matrix}$$

che nel caso particolare N=4 si riduce alla

0	0	0	0
0	1	2	3
0	2	4	6
0	3	6	9

cui corrispondono in fase(eliminando le ambiguita' di 2π):

0	0	0	0
0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$
0	π	0	π
0	$3\pi/2$	π	$\pi/2$

In fig.3.21 sono riportate le varie fasi di cui sopra (reinserendo le ambiguita' di 2π) e quindi e' possibile ritenere il codice di Frank come generato da un opportuno campionamento di un segnale chirp (si noti l'andamento parabolico approssimato delle fasi). Questo fatto comporta la presenza di un "segnale immagine" che potra' essere trattato a tutti gli effetti come un lobo laterale.

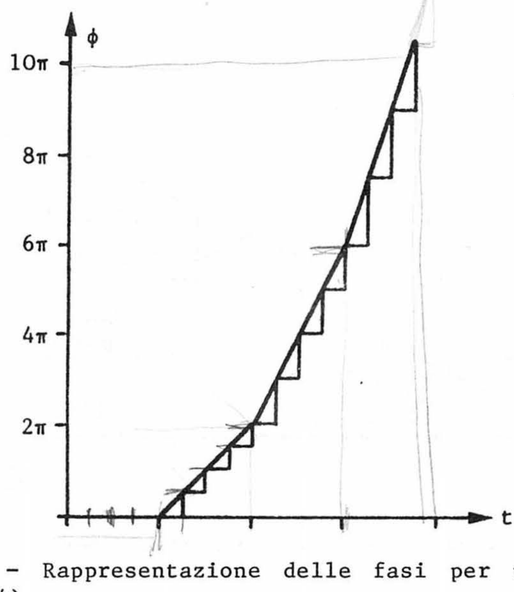


Fig.3.21 - Rappresentazione delle fasi per un codice di Frank (N=4).

Il decodificatore per un codice di Frank ha una struttura del tutto simile a quella di fig.3.18, naturalmente dovra' essere realizzato un riallineamento delle varie fasi.

Il rapporto di compressione che ne deriva e' N^2 (come

appare intuitivo), mentre il rapporto picco-lobi laterali e' determinabile dalla relazione $(10\log N)\cdot\pi$ (v. [7]).

Il felice campionamento delle fasi del chirp ha consentito quindi di realizzare dei lobi sufficientemente bassi, infatti ad es. con un rapporto di compressione di 100 (N=10) si ottiene un rapporto picco-lobi laterali di circa 30 dB.

Al fine di comparare le caratteristiche di vari codici, ci si puo' riferire alla fig.3.22 in cui e' riportato (da [7]), in funzione del rapporto di compressione, il rapporto livello quadratico medio dei lobi laterali rispetto al picco per dei validi codici binari e di Frank. Da questi andamenti e' possibile notare come un codice di Frank consente una dinamica di lavoro piu' ampia rispetto ad un buon codice binario.

Nella stessa fig.3.22 con un punto e' riportato il comportamento di un chirp ($\tau\mu$=100) non pesato: il livello piuttosto alto del valore quadratico medio dei lobi laterali e' dovuto all'alto livello dei lobi contigui alla risposta centrale.

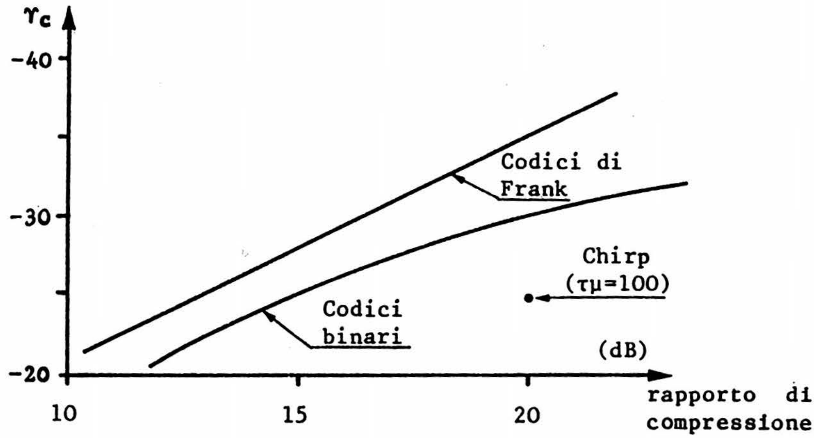


Fig.3.22 - Rapporto valore quadratico medio dei lobi laterali al picco (γ_c) in funzione del rapporto di compressione.

Per quanto concerne la sensibilita' alla doppler, si e' notata in genere una notevole dipendenza della forma del picco centrale e del livello dei lobi laterali dalla doppler normalizzata alla banda radar utilizzata, sia per i codici

binari (fig.3.20) che per i codici polifase.

In particolare considerando un codice di Frank con rapporto di compressione $100(=N^2)$ e quindi con livello dei lobi laterali di 30 dB sotto al picco, detto livello rimane piu´ o meno invariato [1] [7] per una doppler normalizzata alla banda radar utilizzata fino a 0.005, mentre raggiunge il valore di 10 dB per una doppler normalizzata di .05.

Un tale risultato va comparato con il comportamento proprio dei chirp e quindi con gli andamenti del tipo di quello di fig.3.16, che dimostrano senza dubbio una migliore resistenza dei chirp alla doppler.

Peraltro sono stati studiati [7] dei codici polifase particolari che presentano una notevole resistenza alla doppler, a scapito di un lieve peggioramento (di circa 4 dB) del livello dei lobi laterali.

3.11. Caratteristiche fondamentali delle varie forme d´onda proposte

Al fine di consentire una prima scelta della f.d.o. da utilizzare in un sistema di rilevamento, in tab.3.1 sono riassunte le principali caratteristiche dei segnali cui si e´ fatto cenno: chirp, codici binari e polifase.

Tab.3.1

CODICI	CARATTERISTICHE
. CHIRP	. REALIZZAZIONE ECONOMICA IN FORMA ANALOGICA . POCO SENSIBILE ALLA DOPPLER . ANTIECONOMICO PER SOLUZIONI DIGITALI . CONSENTE ALTISSIMI RAPPORTI DI COMPRESSIONE . CONSENTE UNA FACILE RIDUZIONE DEI LOBI LATERALI
. BINARI	. REALIZZAZIONE ECONOMICA IN DIGITALE . SENSIBILE ALLA DOPPLER . DIFFICOLTA´ PER RIDURRE I LOBI LATERALI . BASSI RAPPORTI DI COMPRESSIONE
. POLIFASI	INTERMEDIO PER . COSTO REALIZZATIVO (SOLUZIONE DIGITALE) . SENSIBILITA´ ALLA DOPPLER . RIDUZIONE DEI LOBI LATERALI

3.12. Caratterizzazione delle proprieta' fondamentali dei radar attraverso la funzione di ambiguita'

Si consideri ora una sequenza impulsiva quale quella realmente presente nei radar ad impulsi.

La proiezione di una sezione della funzione di ambiguita' sul piano τ_R, f_d per un singolo impulso gaussiano era riportata ad es. in fig.3.4a) ed in fig.3.4b) e' stato considerato gia' un treno di impulsi.

Questa rappresentazione puo' essere generalizzata come in fig.3.23. Detta funzione di ambiguita' nasce da una molteplicita' delle funzioni relative al singolo impulso dislocate in tempo (τ_R) ad intervalli pari al periodo di ripetizione T.

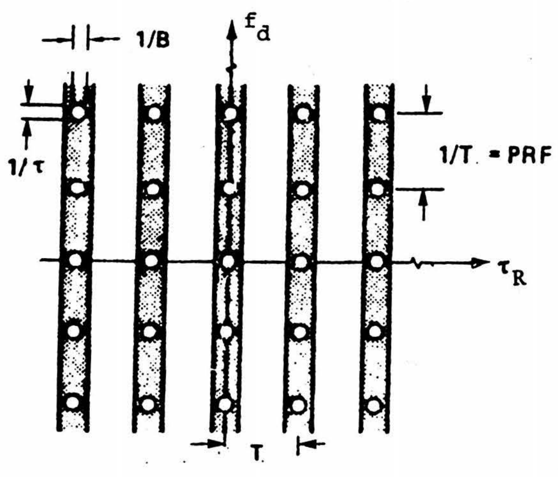


Fig.3.23 - Funzione di ambiguita' di una sequenza impulsiva.

Analogamente la funzione si ripete nella direzione f_d a cadenza dettata dalla PRF. Converra' d'altra parte ricordare che le dimensioni della funzione di ambiguita' per il singolo impulso sono definite da $1/\tau$ in f_d e 1/B (B=larghezza di banda, identificata con μ nei chirp) in direzione τ_R.

Proprieta' essenziale relativa alla dislocazione dei picchi delle funzioni parziali e' data dalle dimensioni inscritte fra quattro picchi

$$T \cdot \frac{1}{T} = 1$$

ossia l'area fra quattro picchi non puo' essere ridotta.

D'altro canto non esistera' ambiguita' in distanza se il ritardo corrispondente alla distanza soddisfa la relazione

$$\Delta t \leq \frac{1}{f_r} \tag{3.61}$$

ed analogamente non esistera' ambiguita' in doppler (o velocita') se la corrispondente dinamica di osservazione (Δf_d) soddisfa la relazione

$$\Delta f_d \leq f_r \tag{3.62}$$

Combinando le (3.61) e (3.62) si ha

$$\Delta t \cdot \Delta f_d \leq 1 \tag{3.63}$$

Solo quando la relazione (3.63) e' soddisfatta, sara' possibile non avere ambiguita'.

Ad esempio se si vuole osservare un bersaglio a 200 km con velocita' compresa tra ± 500 m/s (in avvicinamento e allontanamento) in banda X (λ=.03 m) si ha

$$\Delta t = \frac{2 \cdot R}{c} = \frac{2 \cdot 200 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = 1.33 \text{ msec}$$

$$\Delta f_d = \frac{2 \cdot v}{\lambda} = \frac{2 \cdot 1000}{0.03} = 66 \text{ kHz}$$

ne viene

$$\Delta f_d \cdot \Delta t = 66 \cdot 1.33 = 88$$

pertanto si e' costretti ad operare in ambiguita'.

Tutto quindi si presenta come riportato in fig.3.24 dove in particolare e' messo in evidenza la zona globale di interesse determinata appunto dai requisiti di Δf_d e Δt.

Al fine di evidenziare al massimo le problematiche insite nel riconoscimento di bersagli nei clutter converra' ora riferirsi ad una applicazione avionica.

Si supponga un radar trasportato su un aereo che guardi con una certa inclinazione un altro aereo che puo' essere in avvicinamento od allontanamento.

Ovviamente il radar aereo-trasportato avra' un'antenna con un certo guadagno e ricevera' clutter dai lobi laterali. Per semplicita' nel seguito il livello di detti lobi verra' supposto costante.

Il piano τ_R, f_d puo' essere riportato in termini di r,v (distanza, velocita') ed il clutter di terra si manifestera' secondo l'andamento di fig.3.25, avendo ipotizzato che la velocita' dell'aereo sia V (in particolare si osservera' che non si hanno ritorni per velocita' relative maggiori di V) e che la quota dell'aereo sia h (non si hanno ritorni per r<h).

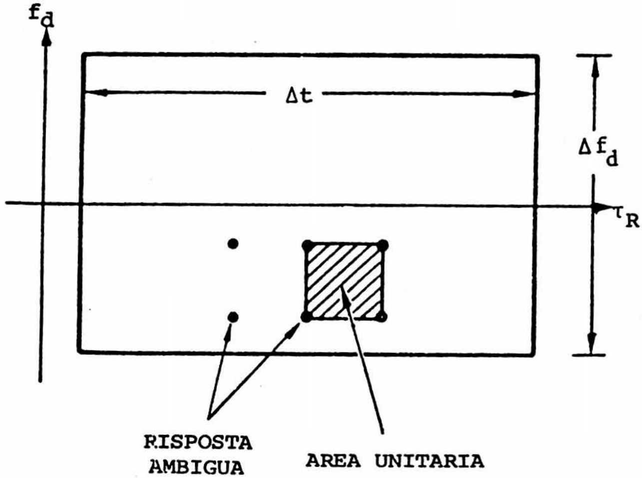


Fig.3.24 - Zone utili sul piano τ_R, f_d.

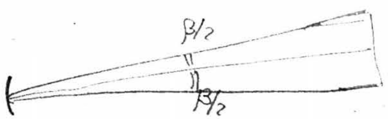
L'andamento di fig.3.25 tiene conto anche degli andamenti della riflettivita' come studiati nel cap.2.

In fig.3.25 e' messo in evidenza la zona del lobo principale ed il bersaglio posizionato ad una certa distanza R_T e velocita' V_T.

L'andamento del clutter di fig.3.25 e' proiettato nel piano τ_R, f_d in fig.3.26, dove e' messa in evidenza la zona del lobo principale nella sua posizione dettata dall'angolo di osservazione θ verso terra ed anche la sua dimensione dettata dalla apertura del fascio β (v. fig.3.27):

$$\frac{2}{\lambda}\{V\cos(\theta-\frac{\beta}{2})-V\cos(\theta+\frac{\beta}{2})\} = \frac{4}{\lambda} V\text{sen}\theta \cdot \text{sen}\,\frac{\beta}{2} \sim \frac{2V}{\lambda}\beta\,\text{sen}\,\theta$$

Una volta caratterizzato il clutter si potra' ora decidere con quale PRF operare, in particolare si potrebbe operare con



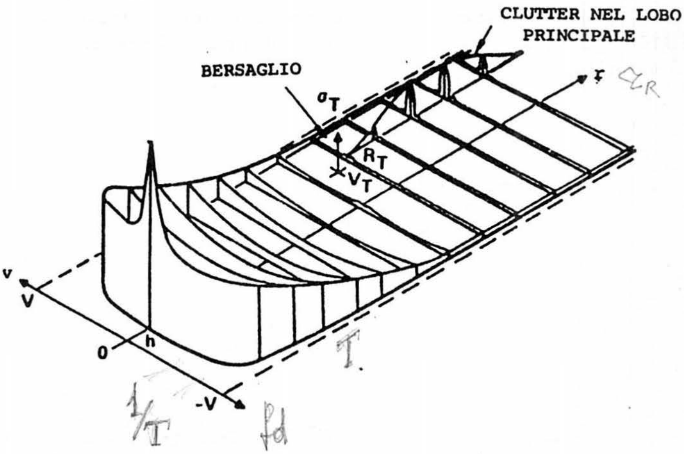


Fig.3.25 - Schematizzazione del clutter sul piano r,v.

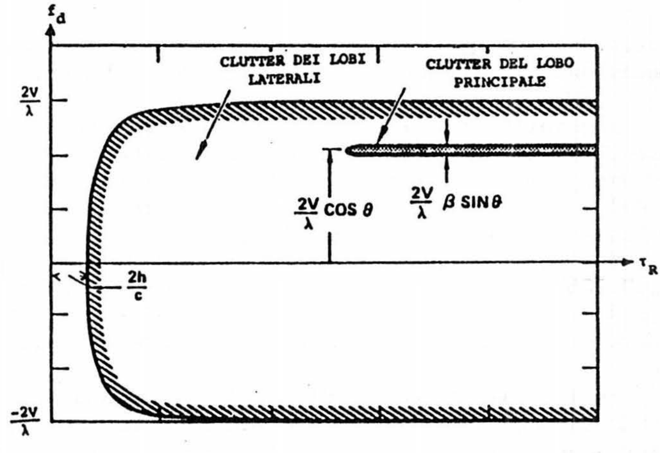


Fig.3.26 - Il clutter proiettato nello spazio f_d,τ.

- <u>Bassa PRF</u>

In questo caso la situazione di bersagli vicini e lontani e' riportata in fig.3.28a) proiettata sugli andamenti di fig.3.26; naturalmente non si avra' ambiguita' in distanza e quindi il bersaglio compete solo con il clutter presente nella stessa cella di distanza. Ovviamente la distanza

potra´ essere determinata semplicemente senza problemi di ambiguita´. Il clutter, essendo in regione di non ambiguita´, potra´ essere attenuato con un controllo in distanza (STC) secondo una tecnica che verra´ illustrata nel capitolo che segue.

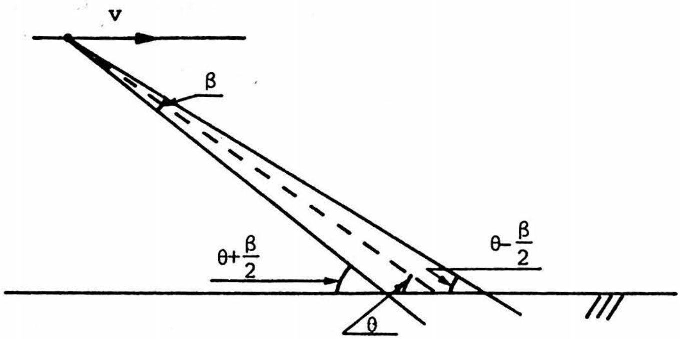


Fig.3.27 - Schematizzazione utile alla valutazione delle dimensioni in frequenza del clutter nel lobo principale.

L´effetto dei ritorni dai lobi laterali puo´ essere trascurabile, a grandi distanze si e´ liberi dal clutter, ma certamente puo´ presentarsi difficile la selezione sulla base dello spettro per distanze medie, infatti si ha una forte ambiguita´ in frequenza (doppler).

Una schematizzazione delle varie f.d.o. e´ riportata in fig.3.28b) dove in particolare e´ messa in evidenza la tecnica di elaborazione che consiste in molte celle in distanza mentre il filtraggio doppler si presenta estremamente scarso.

Tutto questo rende difficile l´impiego di tale PRF, quando si voglia, ad esempio, guardare da un aereo un altro aereo a piu´ bassa quota (condizione look-down), per cui la eco riflessa ritorna insieme al clutter di terra ed ad echi di oggetti mobili sulla superficie stessa.

Al fine di rendere concreto quanto detto e´ possibile asserire che il campo delle basse PRF non supera una decina di KHz.

Qualora invece si voglia lavorare con PRF superiori ad un centinaio di KHz la situazione si presenta in modo differente e si usa dire che si lavora con

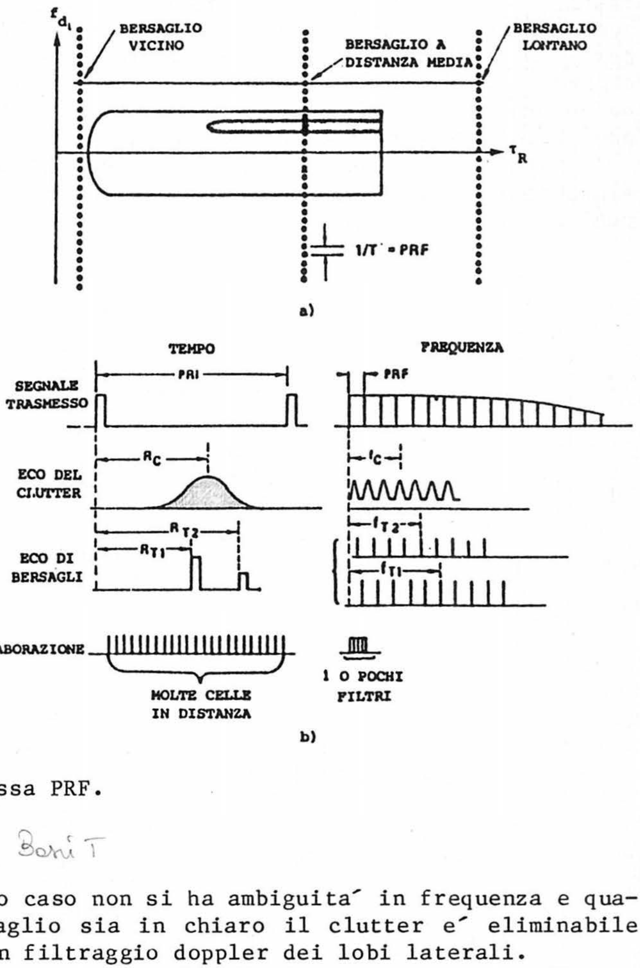


Fig.3.28 - Bassa PRF.

. <u>Alta PRF</u> Bari T

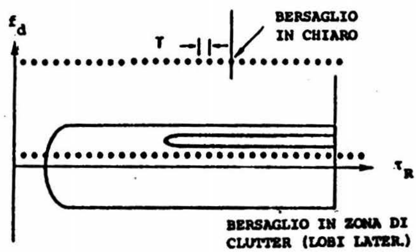
In questo caso non si ha ambiguita´ in frequenza e qualora il bersaglio sia in chiaro il clutter e´ eliminabile facilmente con filtraggio doppler dei lobi laterali.

La schematizzazione di fig.3.28a) diviene quella di fig.3.29a), mentre le f.d.o. interessate sono riportate in fig.3.29b) ed il processo elaborativo verra´ realizzato con poche celle in distanza mentre dovranno essere realizzati molti filtri per evidenziare bersagli in chiaro e su clutter.

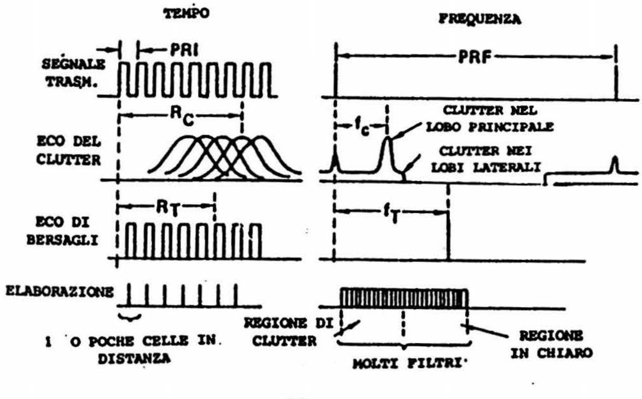
Tutto questo puo´ ovviamente essere utilizzato se la velocita´ relativa fra l´aereo che trasporta il radar ed il bersaglio e´ rilevante e questo avviene usualmente quando si

e' in avvicinamento (geometria "head-on"), ma per aerei che si osservano di coda ("tail-on") la velocita' relativa puo' risultare molto bassa ed il bersaglio puo' entrare nella zona doppler propria dei lobi laterali. Poiche' d'altra parte il sistema e' fortemente ambiguo in distanza, nella stessa cella di distanza del bersaglio sotto osservazione si hanno numerosi ripiegamenti del clutter e la rivelazione puo' risultare veramente problematica.

Naturalmente operando con Alte PRF si puo' avere un miglioramento della portata ma la lettura della distanza puo' risultare problematica.



a)



b)

Fig.3.29 - Alta PRF.

Problematiche intermedie si presentano nel caso di

. <u>Media PRF</u>

il cui comportamento e' descritto dagli andamenti di fig. 3.30a) e b) di immediata interpretazione.

Particolari problemi in ogni caso dovranno essere risolti quando si voglia risolvere le ambiguita' in distanza ed in doppler secondo metodologie che saranno descritte nel seguito.

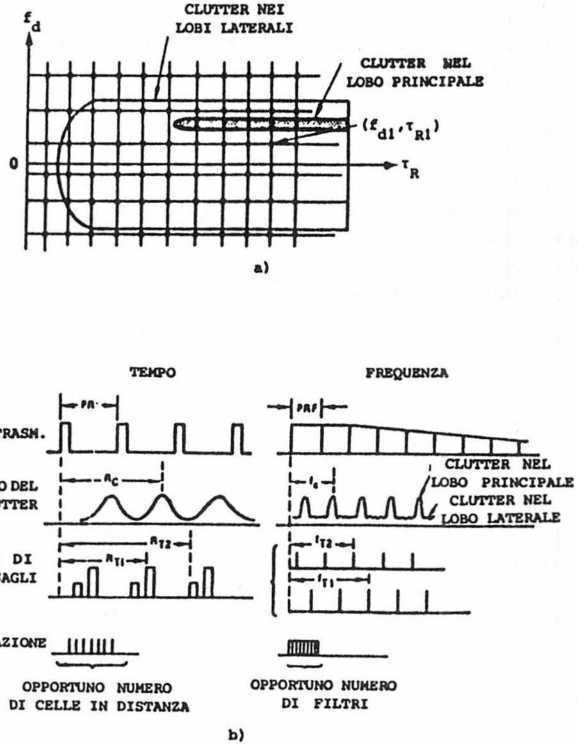


Fig.3.30 - Media PRF.

APPENDICE 1

A.1. Richiami sulla notazione complessa dei segnali

Converra´ ricordare che ogni segnale reale puo´ essere rappresentato secondo una notazione complessa, come estensione della rappresentazione di un segnale in onda continua. Ad esempio cos $\omega_o t$ puo´ essere scritto

$$\text{(A.1)} \qquad 2\cos\omega_o t = e^{j\omega_o t} + e^{-j\omega_o t}$$

e quindi puo´ essere pensato come somma di due vettori uno con frequenza positiva $f_o (= \omega_o / 2\pi)$ e l´altro con frequenza negativa $-f_o$. Allora un tale segnale puo´ essere considerato come composto di una frequenza positiva ed una negativa. La (A.1) puo´ essere riscritta:

$$\text{(A.2)} \qquad 2\cos\omega_o t = \mathcal{R}\{2\, e^{j\omega_o t}\} = \mathcal{R}\{2\, e^{-j\omega_o t}\}$$

Per un generico segnale (reale) x(t) con spettro di Fourier continuo:

$$\text{(A.3)} \qquad x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)\, e^{j\omega t}\, df$$

e´ possibile fare delle considerazioni analoghe. Infatti e´ possibile separare le frequenze positive dalle negative:

$$\text{(A.4)} \quad x(t) = \int_{o}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} df + \int_{-\infty}^{o} X(\omega) e^{j\omega t} df =$$

$$= \int_{o}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} df + \int_{o}^{\infty} X^*(\omega) e^{-j\omega t} df$$

dove si e´ fatto uso del fatto che, per ogni segnale x(t) reale, X(ω) deve essere hermitiana:

$$\text{(A.5)} \qquad X(-\omega) = X^*(\omega)$$

Come estensione della (A.2) converra' allora scrivere:

$$(A.6)\qquad x(t)=\mathcal{R}\{2\int_0^{\infty}X(\omega)e^{j\omega t}df\}=\mathcal{R}\{2\int_0^{\infty}X^*(\omega)e^{-j\omega t}df\}$$

In altre parole un segnale reale puo' essere rappresentato sia come parte reale di un segnale contenente solo frequenze positive, sia di un segnale contenente solo frequenze negative.

Diviene naturale a questo punto associare ad ogni segnale reale x(t) un segnale complesso $\psi(t)$:

$$(A.7)\qquad x(t)\longleftrightarrow\psi(t)=\int_0^{\infty}2X(\omega)\,e^{j\omega t}\,df$$

per modo che

$$(A.8)\qquad x(t)=\mathcal{R}[\psi(t)]$$

In realta' mediante la (A.7) e' stata specializzata la scelta della parte immaginaria della y(t), infatti ogni funzione complessa

$$(A.9)\qquad \psi(t)=x(t)+j\,y(t)$$

creata dalla x(t) con l'ausilio di una qualsiasi funzione reale y(t) avrebbe soddisfatto la (A.8).

La (A.7) quindi specializza la y(t) della (A.9) ed e' possibile dimostrare come la y(t) che soddisfa la (A.7) non e' nient'altro che la trasformata di Hilbert di x(t):

$$(A.10)\qquad y(t)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x(\tau)}{t-\tau}d\tau=\mathcal{H}[x(t)]=\check{x}(t)$$

Converra' ricordare che la trasformata di Hilbert di un segnale x(t), corrisponde al segnale di uscita del filtro di quadratura



$$(A.11)\qquad H(j\omega)=\begin{cases}-j & \omega>0\\ j & \omega<0\end{cases}\qquad\qquad h(t)=\frac{1}{\pi t}$$

al cui ingresso e' posto x(t).

Si puo' dimostrare facilmente inoltre che:

$$(A.12)\quad \mathcal{H}[\cos\omega t]=\operatorname{sen}\omega t;\ \mathcal{H}[\operatorname{sen}\omega t]=-\cos\omega t;\ \mathcal{H}[\check{x}(t)]=-x(t)$$

La rappresentazione complessa di un segnale reale diviene allora

(A.13) $\quad \psi(t) = x(t) + j\, \check{x}(t)$ Segnale Analitico

il cui spettro e' confinato solo alle frequenze positive e la sua importanza risiede nel fatto che consente una notevole semplificazione nella analisi delle forme d'onda. Un segnale rispondente alla espressione (A.13), viene indicato con il nome di segnale "analitico".

In particolare posto

(A.14) $\quad X(\omega) = R(\omega) - j\, I(\omega)$

avendo separato la parte reale e quella immaginaria di $X(\omega)$ e' possibile scrivere dalla (A.7) per la (A.9) e (A.10):

$$\text{(A.15)} \quad \begin{aligned} x(t) &= \int_0^\infty 2R(\omega)\cos\omega t\,df + \int_0^\infty 2I(\omega)\,\mathrm{sen}\,\omega t\,df \\ x(t) &= \int_0^\infty 2R(\omega)\,\mathrm{sen}\,\omega t\,df - \int_0^\infty 2I(\omega)\cos\, t\,df \end{aligned}$$

da cui e' possibile far discendere le relazioni:

(A.16)

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt \cdot \left\{ \int_0^\infty 2R(\omega)\cos\omega t\,df + \int_0^\infty 2I(\omega)\,\mathrm{sen}\,\omega t\,df \right\} = \\ &= \int_0^\infty 2R(\omega)df \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cos\omega t\; dt + \int_0^\infty 2I(\omega)df \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,\mathrm{sen}\,\omega t\,dt = \\ &= \int_0^\infty 2[R^2(\omega)+I^2(\omega)]df = \int_{-\infty}^{\infty} [R^2(\omega)+I^2(\omega)]df = \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 df \end{aligned}$$

Analoga espressione si ha per x(t) per modo che vale la:

$$\text{(A.17)} \quad \begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} [\check{x}(t)]^2 dt &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)X^*(\omega)df \end{aligned}$$

In generale si ha, procedendo in modo analogo allo sviluppo della (A.16):

$$\text{(A.18)} \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)\; x_2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \check{x}_1(t)\; \check{x}_2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\omega)\; X_2^*(\omega)df$$

Allora alla funzione di correlazione fra due funzioni reali

$$(A.19) \qquad R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)\; x_2(t+\tau)dt$$

puo' essere associato l'integrale complesso:

$$(A.20) \qquad R_{12c}(\tau) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^*(t)\; \psi_2(t+\tau)dt$$

la cui parte reale coincide ancora con la (A.19), infatti

$$\mathcal{R}[R_{12c}(\tau)] = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2(t+\tau)dt + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \check{x}_1(t)\; \check{x}_2(t+\tau)dt =$$

$$(A.21) \qquad = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2(t+\tau)dt = R_{12}(\tau)$$

In particolare la funzione di autocorrelazione del segnale (A.13) diviene:

$$R_{\psi c}(\tau) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} [x(t)-j\check{x}(t)][x(t+\tau)+j\check{x}(t+\tau)]dt =$$

$$(A.22) \qquad = \frac{1}{2}\{R_{xx}(\tau)+R_{\check{x}\check{x}}(\tau)-jR_{\check{x}x}(\tau)+jR_{x\check{x}}(\tau)\}$$

e valendo le relazioni [come dimostrabile dalle (A.15)]:

$$(A.23) \qquad \begin{cases} R_{x\check{x}}(\tau) = -R_{x\check{x}}(-\tau) \\ R_{x\check{x}}(\tau) = R_{\check{x}x}(\tau) = -R_{\check{x}x}(\tau) \\ R_{\check{x}\check{x}}(\tau) = R_{xx}(\tau) \\ R_{x\check{x}}(0) = 0 \end{cases}$$

si ha:

$$(A.24) \qquad R_{\psi c}(\tau) = R_{xx}(\tau) + jR_{x\check{x}}(\tau)$$

Onde valutare lo spettro di $\psi(t)$ converra' applicare il teorema di Wiener-Khintchine ad ogni membro della (A.24):

$$(A.25) \qquad S_{\psi}(\omega) = S_x(\omega) + j\,S_{x\check{x}}(\omega)$$

D'altro lato la trasformata di Hilbert equivale al passaggio attraverso il filtro (A.11) e lo spettro ingresso-uscita diviene

$$(A.26) \qquad S_{x\tilde{x}}(\omega) = H(j\omega)S_x(\omega) = \begin{cases} -j\, S_x(\omega) & \omega > 0 \\ j\, S_x(\omega) & \omega < 0 \end{cases}$$

da cui

$$(A.27) \qquad S_\psi(\omega) = \begin{cases} 2\cdot S_x(\omega) & \omega > 0 \\ 0 & \omega < 0 \end{cases}$$

La (A.27) e' servita a dimostrare che lo spettro di $\psi(t)$ e' confinato nella zona $\omega>0$, come doveva essere.

La compattezza del simbolo complesso suggerisce di applicarlo genericamente al caso di segnali a media frequenza ossia con una portante (f_o) preferenziale scrivendo

$$(A.28) \qquad \psi(t)\, e^{j\omega_o t}$$

onde rappresentare una grandezza reale x(t) avente una frequenza fondamentale f_o.

La funzione complessa $\psi(t)$ introduce una fase che, quando sia variabile nel tempo, come sara' il caso generico, introduce una variazione nella frequenza istantanea.

Al fine di considerare un esempio si abbia un rumore a banda stretta che come grandezza reale puo' essere scritto

$$(A.29) \qquad n(t) = x \cos \omega_o t - y \operatorname{sen} \omega_o t$$

come gia' specificato nel cap.1 x e y siano segnali a banda stretta relativamente a f_o.

Converra' associare a n(t) una grandezza complessa specializzata nella (A.28), appare immediato pensare alla

$$(A.30) \qquad \psi(t) = x + jy$$

per cui la rappresentazione complessa di n(t) diviene

$$(A.31) \qquad \nu(t)=(x+jy)e^{j\omega_o t} = x\cos\omega_o t - y \operatorname{sen}\omega_o t + j[x \operatorname{sen}\omega_o t + y\cos\omega_o t]$$

La parte reale della (A.31) conformemente alla (A.8) coincide con la (A.29), la parte immaginaria dovrebbe essere la trasformata di Hilbert della (A.29). Cio' appare immediato se x ed y sono delle costanti, sara' sufficiente allo scopo ricordare le (A.12).

D'altro lato date le seguenti corrispondenze secondo

Fourier

$$(A.32)\qquad \begin{array}{l} x(t) \longleftrightarrow X(\omega) \\ y(t) \longleftrightarrow Y(\omega) \end{array}$$

valgono le relazioni:

$$(A.33)\qquad \begin{array}{l} x(t)\cos\omega_o t \longleftrightarrow \{X(\omega-\omega_o)+X(\omega+\omega_o)\}/2 \\ x(t)\mathrm{sen}\,\omega_o t \longleftrightarrow \{X(\omega-\omega_o)-X(\omega+\omega_o)\}/2j \\ y(t)\cos\omega_o t \longleftrightarrow \{Y(\omega-\omega_o)+Y(\omega+\omega_o)\}/2 \\ y(t)\mathrm{sen}\,\omega_o t \longleftrightarrow \{Y(\omega-\omega_o)-Y(\omega+\omega_o)\}/2j \end{array}$$

per modo che lo spettro di $\nu(t)$ diviene trasformando membro a membro la (A.31) per la (A.33)

$$S_\nu(\omega)=\{X(\omega-\omega_o)+X(\omega+\omega_o)+j[Y(\omega-\omega_o)-Y(\omega+\omega_o)] +$$

$$+X(\omega-\omega_o)-X(\omega+\omega_o)+j[Y(\omega-\omega_o)+Y(\omega+\omega_o)]\}\cdot 1/2 =$$

$$=X(\omega-\omega_o)+jY(\omega-\omega_o)$$

ossia corrisponde allo spettro di x e y nella sola zona > 0.

A.2. Richiami sulla realizzabilita´ fisica

Prima di discutere l´ottima elaborazione dei segnali converra´ analizzare a quali proprieta´ generali deve poter rispondere la funzione di trasferimento dell´elaboratore, onde essere questo stesso realizzabile.

In particolare si porra´ attenzione sulla risposta impulsiva dell´elaboratore; che ne costituisce la completa caratterizzazione.

Una funzione h(t), perche´ possa essere considerata risposta impulsiva, deve rispettare il principio di causalita´, cioe´ la risposta deve seguire in tempo l´eccitazione; cio´ vuol dire che h(t) deve essere nulla per $t < 0$, in altri termini deve valere la relazione:

$$(A.34)\qquad h(t) = f(t)\cdot u_1(t)$$

dove f(t) e´ una funzione qualsiasi e $u_1(t)$ e´ la funzione

gradino unitario:

$$(A.35) \qquad u_1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

Naturalmente il fatto che h(t) si possa scrivere secondo la (A.34) non implica che la funzione di trasferimento sia realizzabile con elementi fisici determinati, ma comporta solo che detta rete rispetti quel principio generale di causalita´, che puo´ essere considerato una condizione necessaria per la realizzabilita´.

Un´ulteriore condizione che si vorra´ rispettare sulla h(t) e´ quella della stabilita´.

Un sistema si dira´ stabile se per ogni eccitazione o ingresso f(t) limitato si avra´ una risposta o uscita limitata.

Ponendo allora:

$$|f(t)| \leq M < \infty$$

si ha

$$(A.36) \quad |g(t)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \right| \leq \int_{-\infty}^{\infty} |f(\tau)h(t-\tau)|d\tau \leq$$

$$\leq M \int_{-\infty}^{\infty} |h(t-\tau)|d\tau$$

e quindi g(t) sara´ limitata se:

$$(A.37) \qquad \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|dt < \infty$$

In altre parole la stabilita´ implica la sommabilita´ della h(t).

In sintesi nel seguito verranno ricercate quelle funzioni che soddisfano contemporaneamente le (A.34) e la (A.37) e verranno indicate globalmente come funzioni realizzabili.

Onde esaminare le caratteristiche della funzione di trasferimento converra´ antitrasformare la (A.34), tenendo presente la (A.37), che implica che per $t \to \infty$ la h(t) tende a zero. Cio´ consiglia una modifica nella (A.34), in luogo di $u_1(t)$ (che non e´ trasformabile secondo Fourier in quanto non sommabile) converra´ porre la:

$$(A.38) \qquad q(t) = u_1(t) \cdot e^{-at} \quad \text{con } a > 0$$

secondo un procedimento classico per arrivare alla trasformata secondo Laplace.

La trasformata della (A.38) diviene:

$$(A.39) \qquad Q(j\omega,a) = \int_0^\infty e^{-at-j\omega t}\, dt$$

La (A.39) puo' essere sviluppata, distinguendo i casi $\omega=0$ e $\omega\neq 0$, e operando il limite per $Q \to 0$(*):

$$(A.40) \qquad Q(j\omega) = Q(j\omega,0) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$

In definitiva la (A.34) si potra' riscrivere:

$$(A.41) \qquad h(t) = f(t)\cdot q(t)$$

dove la $q(t)$ e' data dalla (A.38) e la sua trasformata, o meglio il suo limite per $a \to 0$, e' data dalla (A.40). In altre parole la (A.40) puo' essere intesa come trasformata della $u_1(t)$.

Ricordando che al prodotto in tempo corrisponde la convoluzione nelle trasformate:

$$f(t)\cdot g(t) \longleftrightarrow \frac{1}{2\pi}\int F(jx)G[j(\omega-x)]\, dx$$

la trasformata della (A.41) diviene:

$$(A.42) \quad H(j\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(jz)Q[j(\omega-z)]dz =$$

$$= \frac{\pi}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(jz)\,\delta(\omega-z)dz + \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(jz)\,\frac{1}{j(\omega-z)}\, dz =$$

$$= \frac{1}{2}F(j\omega) + \frac{j}{2}\int_{-\infty}^{\infty} F(jz)\,\frac{1}{z-\omega}\, dz$$

(*) Per $\omega\neq 0$ si ha infatti, integrando direttamente la (A.39), $1/(a+j\omega)$ da cui per $a=0$ si ottiene l'ultimo membro della (A.40).

Per valutare l'area A corrispondente al Dirac, che si ottiene per $\omega=0$, converra' ricordare che la (A.38) puo' essere riscritta come somma di due funzioni di cui la prima e' un valore costante pari a 1/2, la cui trasformata da' il Dirac in questione, mentre l'altra essendo una funzione dispari ($-1/2$ per $t<0$, $1/2$ per $t>0$) non da' contributo per $\omega=0$. Allora dal ricostruire detto valore costante:

$$(A/2\pi)\int \delta(\omega)\, e^{j\omega t} d\omega = 1/2$$

si ha $A = \pi$.

Date le (A.34) e (A.41), f(t) per $t < 0$ potra' essere arbitraria, converra' allora considerare f(t) come funzione pari di t,f(t)=f(-t), per modo che sia F(jω) funzione reale di ω e quindi H(jω) avra' parti reali e immaginarie date dalle relazioni (v. (A.42):

$$\text{(A.43)}\qquad \mathcal{R}\{H(j\omega)\} = \frac{1}{2}\,F(j\omega)$$
$$\mathcal{I}\{H(j\omega)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(jz)\,\frac{1}{z-\omega}\,dz$$

Combinando le due relazioni precedenti si ha allora:

$$\text{(A.44)}\quad \mathcal{I}\{(j\omega)\} = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{R}\{H(jz)\}\,\frac{1}{z-\omega}\,dz = \mathcal{H}\{\mathcal{R}[H(j\omega)]\}$$

D'altro lato e' possibile dimostrare che la trasformata della trasformata di Hilbert e' la funzione originaria cambiata di segno:

$$\text{(A.45)}\quad \mathcal{H}\{\mathcal{H}\,[X(\omega)]\} = -\,X(\omega) \qquad [\text{v.(A.12)}]$$

Se piu' in generale F(jω), per ipotesi arbitraria, ha una parte reale ed una immaginaria:

$$F(j\omega) = X(\omega)+jY(\omega)$$

la (A.42) diviene

$$H(j\omega) = \frac{1}{2}\,\{X(\omega)-\mathcal{H}[Y(\omega)]\} + \frac{j}{2}\,\{Y(\omega) + \mathcal{H}[X(\omega)]\}$$

che puo' essere rivista per la (A.45) come una funzione di trasferimento che ha per parte immaginaria la trasformata di Hilbert della parte reale e per parte reale la antitrasformata (ossia la trasformata cambiata di segno) di Hilbert della parte immaginaria.

Converra' infine osservare che, essendo h(t) reale, H(jω) dovra' essere hermitiana:

$$\text{(A.46)}\quad H^{*}(j\omega) = H(-j\omega)$$

ossia

$$\mathcal{R}[H(j\omega)]-j\,\mathcal{I}[H(j\omega)] = \mathcal{R}[H(j\omega)]+j\,\mathcal{I}[H(-j\omega)]$$

e quindi

$$\text{(A.47)}\quad \mathcal{R}[H(j\omega)] = \mathcal{R}[H(-j\omega)]$$
$$\mathcal{I}[H(j\omega)] = -\mathcal{I}[H(-j\omega)]$$

che vuol solamente indicare che la parte reale di $H(j\omega)$ e´ una funzione pari, mentre e´ dispari la parte immaginaria.

A.3. Filtraggio complesso

Si ricordi che detta $h(t)$ la risposta impulsiva di un filtro, la risposta ad un segnale reale $s(t)$ e´ data dalla relazione:

$$\text{(A.48)}\quad g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\, s(t-\tau)\, d\tau$$

La risposta del filtro alla parte immaginaria del segnale (A.13) diviene ovviamente

$$\text{(A.49)}\quad \check{g}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\, \check{s}(t-\tau)\, d\tau$$

tutto cio´ consente di considerare la parte reale e la immaginaria del segnale complesso come se fossero due segnali separati, per modo che la risposta complessa ad un segnale reale diviene

$$\text{(A.50)}\quad \eta(t)=g(t)+j\check{g}(t)= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\, \sigma(t-\tau)\, d\tau$$

dove

$$\text{(A.51)}\quad \sigma(t) = s(t) + j\,\check{s}(t)$$

Naturalmente l´espressione (A.50) e´ soggetta a modifiche, infatti il segnale e´ complesso mentre la risposta impulsiva e´ reale. Passando nel dominio della frequenza, il filtro consente di far passare frequenze sia positive che negative, mentre il segnale complesso per sua natura contiene solo frequenze positive. Potranno pertanto essere annullate le frequenze negative del filtro, considerando la risposta del filtro in forma complessa

(A.52) $$I(t) = h(t) + j\,\check{h}(t) = \int_0^{\infty} 2\,H(\omega)\,e^{j\omega t}\,df$$

dove la funzione di trasferimento $H(\omega)$ e' la trasformata di Fourier della $h(t)$.

Allora la (A.50) potra' essere riscritta:

(A.53) $$\eta_1(t) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} I(\tau)\sigma(t-\tau)d = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} I(t-\theta)\sigma(\theta)\,d\theta$$

dove il fattore $\frac{1}{2}$ e' stato introdotto perche' mediante la (A.53) il modulo della funzione di trasferimento e' stato raddoppiato rispetto alla $H(\omega)$.

Converra' ora fare una osservazione sul fatto che mentre ogni segnale analitico $\psi(t)$ ha uno spettro esteso sulle frequenze positive, lo spettro di $\psi^*(t)$ e' confinato alle frequenze negative. Allora la convoluzione di un segnale analitico e del suo complesso (bastera' pensare di operare sul dominio delle frequenze) e' sempre nulla:

(A.54) $$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_1(t)\psi_2^*(\tau-t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^*(t)\;\psi_2(\tau-t)dt = 0$$

(sara' sufficiente ricordare l'espressione della trasformata di Fourier della convoluzione).

Per lo stesso motivo la correlazione fra due segnali analitici e' sempre nulla(*):

(A.55) $$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_1(t)\;\psi_2(t-\tau)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^*(t)\;\psi_2^*(t-\tau)dt = 0$$

Allora ricordando che

(A.56) $$h(t) = \{I(t) + I^*(t)\}\,1/2 = \mathcal{R}[I(t)]$$

$$s(t) = \{\sigma(t) + \sigma^*(t)\}\,1/2 = \mathcal{R}[\sigma(t)]$$

per le (A.54), la (A.48) diviene:

(*) Lo spettro della (A.55) corrisponde al prodotto del complesso dello spettro di una funzione (es. $\psi_1(t)$) per lo spettro dell'altra (es. $\psi_2(t)$).

$$(A.57)\quad g(t) = \frac{1}{4}\{ \int_{-\infty}^{\infty} I(\tau)\sigma(t-\tau)d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} I^{*}(\tau)\sigma^{*}(t-\tau)d\tau\} = $$
$$= \mathcal{R}\{\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} I(\tau)\sigma(t-\tau)d\tau\} = \mathcal{R}\{\frac{1}{2}\, I*\sigma\}$$

ossia la risposta reale coincide con la parte reale della risposta complessa in conformita' alla (A.53).

L'unico vincolo imposto nella (A.57) e' che il segnale sia analitico, mentre nessuna ipotesi e' stata posta nella larghezza di banda del segnale.

D'altro lato converra' ricordare come ogni segnale o risposta impulsiva di un generico sistema possa essere rappresentato nella corrispondente configurazione passa-basso.

Allo scopo converra' ricordare i teoremi base che consentono una corrispondenza diretta nel caso di funzioni passa-banda e passa-basso sia complesse che reali:

	funzione passa-banda	funzione passa-basso
(A.58)	$\psi_b(t)$	$\psi_v(t) = \psi_b(t)e^{j\omega_o t}$
	$x_b(t)=A(t)\cos[\omega_o t+\alpha(t)]$	$x_v(t)=A(t)e^{j\alpha(t)}$

Naturalmente e' possibile scrivere una relazione ingresso-uscita per ogni tipo di segnale e di funzione di trasferimento in termini delle espressioni passa-banda e passa-basso:

(A.59)

segnale ingresso reale:
passa-banda $s(t)$ passa-basso $s_v(t)$
segnale ingresso complesso:
passa-banda $\sigma(t)$ passa-basso $\sigma_v(t)$
risposta impulsiva reale:
passa-banda $h(t)$ passa-basso $h_v(t)$
risposta impulsiva complessa:
passa-banda $I(t)$ passa-basso $I_v(t)$
segnale uscita reale:
passa-banda $g(t)$ passa-basso $g_v(t)$
segnale uscita complesso:
passa-banda $\eta(t)$ passa-basso $\eta_v(t)$

Le grandezze elencate precedentemente saranno legate dai prodotti di convoluzione, che nel caso complesso divengono:

$$(A.60)\qquad \left.\begin{aligned} \eta &= I * \sigma \\ \eta_v &= I_v * \sigma_v \end{aligned}\right\} \quad \eta_v = \eta \cdot e^{-j\omega_o t}$$

infatti

$$\eta = \frac{1}{2}\int I(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau = \frac{1}{2}\int I_v e^{j\omega_o(t-\tau)}\sigma_v e^{j\omega_o\tau}d\tau = \eta_v e^{j\omega_o t}$$

Nel caso posto

$$(A.61)\qquad \begin{aligned} s(t) &= A(t)\cos[\omega_o t+\alpha(t)] \\ h(t) &= B(t)\cos[\omega_o t+\beta(t)] \\ g(t) &= \frac{1}{2}\, C(t)\cos[\omega_o t+\gamma(t)] \end{aligned}$$

allora si ha

$$(A.62)\qquad \begin{aligned} g &= s * h \\ g_v &= \frac{1}{2}(s_v * h_v) \end{aligned}$$

$$C(t)e^{j\gamma(t)} = [A(t)e^{j\alpha(t)}]*[B(t)e^{j\beta(t)}] \qquad (*)$$

Una importante interpretazione della (A.62) [ric. (A.58)] e' quella di fornire un metodo per sintetizzare sistemi con parametri complessi con sistemi con parametri reali.

In particolare si assume un segnale di ingresso del tipo

$$(A.63)\qquad s(t) = A(t)\cos[\omega_o t-\alpha(t)]$$

e sul ricevitore siano disponibili le funzioni cos $\omega_o t$ e sen $\omega_o t$. Allora mandando in un mixer s(t) con il cos $\omega_o t$ e nell'altro con sen $\omega_o t$ secondo lo schema di fig.A.1 e filtrando le componenti a bassa frequenza si hanno a disposizione le due componenti:

(*) La validita' della (A.62) puo' essere dimostrata dalla (A.61) conservando i prodotti significativi e comparandoli ai corrispondenti della (A.62).

(A.64) $A \cos\alpha = s_{vr}$

$A \operatorname{sen}\alpha = s_{vi}$

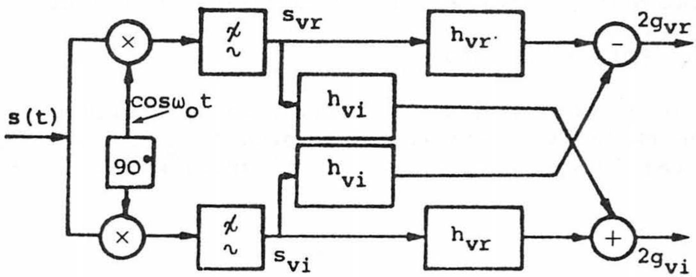


Fig.A.1 - Schematizzazione di una elaborazione in bassa frequenza.

che corrisponde alle componenti reali e complesse del segnale s(t) riportato in bassa frequenza:

(A.65) $s_v = A\ e^{j\alpha} = s_{vr} + j\ s_{vi}$

In un sistema generico di comunicazioni A(t) e $\alpha(t)$ indicano rispettivamente la modulazione in ampiezza e fase/ frequenza dove normalmente e´ contenuta l´informazione di interesse.

Se quindi l´oscillatore locale cos $\omega_o t$ (e quindi sen $\omega_o t$) e´ sincronizzato in frequenza e fase con il segnale di ingresso, s_{vr} e s_{vi} hanno i contenuti informativi.

Allora posto

(A.66) $h_v(t) = h_{vr}(t) + jh_{vi}(t)$

dalla (A.62) e´ possibile costruire lo schema di fig.A.1. Naturalmente sara´ possibile in uscita ripassare in media frequenza usando ancora due mixer.

Converra´ ora fare una osservazione sulla natura della risposta impulsiva (v.(A.61)):

(A.67) $h(t) = B(t) \cos\ [\omega_o t + \beta(t)]$

e converra´ osservare infatti che

$$h_{vr} = B(t) \cos\beta(t)$$

(A.68)

$$h_{vi} = B(t) \operatorname{sen}\beta(t)$$

da cui la parte immaginaria si annulla nel caso che $\beta(t)$ sia nullo semplificando la struttura di fig.A.1. Cio' avviene ricordando le proprieta' delle trasformate di Fourier, se:

(A.69) $$h(t) = B(t) \cos\omega_o t$$

ossia lo spettro di h(t) e' ottenibile da quello di B(t), segnale reale, per traslazione intorno a ω_o. Ne viene pertanto che lo spettro di $H(j\omega)$ sara' antisimmetrico intorno a ω_o.

APPENDICE 2

Problemi fondamentali nei radar ad onda continua

E´ stato fatto cenno che un radar in onda continua (CW) consente la valutazione della velocita´ relativa ma non quella della distanza. Un metodo molto usato per superare questo inconveniente e´ quello di modulare in frequenza (FM) il segnale trasmesso (allargando in altri termini la larghezza di banda).

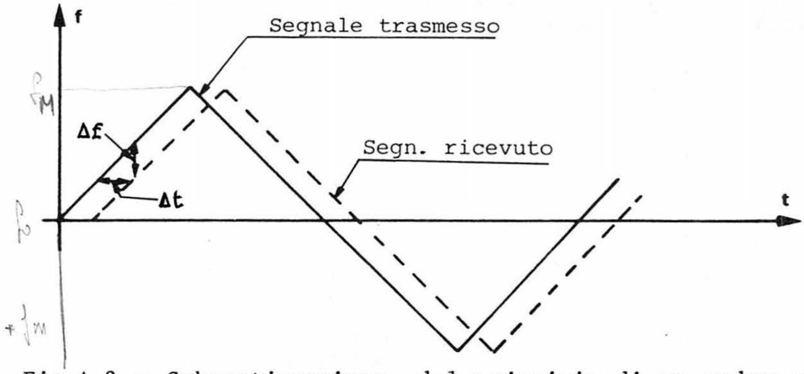


Fig.A.2 - Schematizzazione del principio di un radar operante con tecnica FM-CW.

Tale tecnica ad es. e´ schematizzata in fig. A.2 e la distanza tra due oggetti viene riletta in termini di scostamento di frequenza. D´altro canto se il bersaglio si muove e quindi si e´ in presenza di doppler relative, la f.d.o. di ricezione (tratteggiata in fig.A.2) si abbassa o si alza (in frequenza) rispetto a quella trasmessa. Analizzando la differenza degli scostamenti di frequenza fra segnali trasmessi e ricevuti, nelle fasi di aumento e diminuzione della frequenza si ha informazione della velocita´ e della direzione, mentre lo scostamento medio indica la distanza. La lettura delle frequenze puo´ essere effettuata con filtro accordabi-

le o con banchi di filtri.

Una tale tecnica si presenta estremamente economica ed e' largamente utilizzata negli altimetri degli aerei, ma in ogni caso il distinguere piu' bersagli tramite banchi di filtri si presenta piuttosto complicato specie se i singoli bersagli manovrano in qualche modo, la qual cosa puo' comportare il passaggio del segnale da un filtro ad un altro.

Per ulteriori delucidazioni su tale tecnica si rimanda alla letteratura ed in particolare a [5].

Converra' peraltro osservare che il problema principale della utilizzazione del radar CW e' insito nel fatto che il segnale trasmesso si accoppia (utilmente) con il ricevitore, in quanto fa da riferimento, per la valutazione degli scostamenti in frequenza; associato a questo segnale e' pero' sempre presente il residuo del rumore trasmesso che in qualche modo puo' limitare la sensibilita' del ricevitore.

Si consideri infatti che una sorgente RF ha insito un rumore che puo' essere schematizzato (gia' in condizioni ottimali) come riportato in fig.A.3.

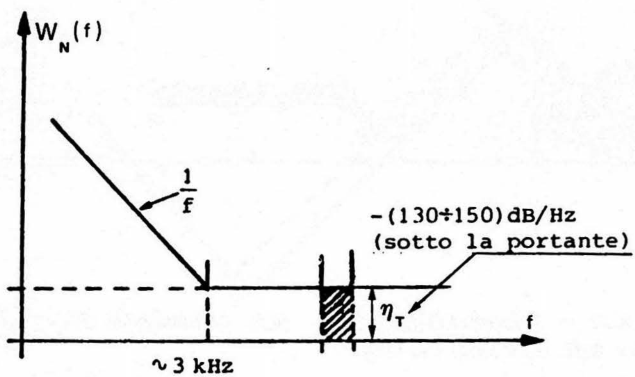


Fig.A.3 - Rumore di una sorgente RF.

Pensando ad un accoppiamento tra trasmettitore e ricevitore (utilizzando una unica antenna) dell'ordine di $\alpha=15\div20$ dB, si e' nelle condizioni di fig.A.4.

Il segnale utile tornera' peraltro nell'antenna dopo l'attenuazione introdotta dalla equazione radar:

$$P_r = \frac{P_t \, \sigma}{(4\pi R^2)^2} \, G^2 \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

e questa potenza dovra´ essere confrontata con il rumore del **TX** riportato all´ingresso del ricevitore:

$$P_{NT} = \eta_T + 10 \log B + 10 \log P_t - \alpha$$

oltre naturalmente che con il rumore proprio del ricevitore.

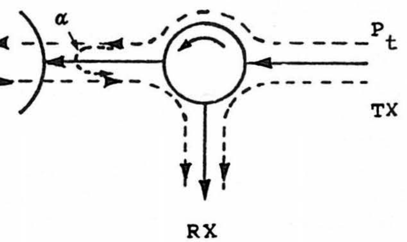


Fig.A.4 - Schematizzazione dell´accoppiamento tra trasmettitore (TX) e ricevitore (RX).

A titolo di esempio si consideri il caso schematizzato in tab.A.2, in cui viene effettuato un confronto fra diverse frequenze di trasmissione. **In effetti** ci si riferisce ad una applicazione che riguarda una missione di "**docking**" nello spazio e si puo´ osservare il vantaggio di usare alte frequenze che sono connesse ad un **alto guadagno**.

Tab.A.2

Area antenna	$A = 1\ m^2$
Efficienza dell´antenna	$\rho = .7$
Cross-section del bersaglio	$\sigma = 5\ m^2$
Distanza radar-bersaglio	R = 20 km
Tempo di acquisizione	10 ms (B=100 Hz)
Livello rumore del TX	$\eta_T = -150$ dB/Hz (sotto la portante)
Accoppiamento TX-RX	$\alpha = 20$ dB

f_T(GHz)	$G\|_{dB}$	θ_o	$P_r/P_t\|_{dB}$	$P_r/P_{NT}\|_{dB}$
10	40	2.1^o	-148	2
30	49	0.7^o	-140	10
90	59	0.25^o	-130	20

Bibliografia

[1] C.E.COOK, M.B.BERNEFELD: "Radar signals", Academic Press, New York, 1967.

[2] A.W.RIHACZEK: "Principles of high-resolution radar", Mc.Graw-Hill Comp.

[3] G.A.ARMSTRONG: "The design of S.A.W. dispersive filters using interdigital trasducers", Mesl T.P.R.TP 11.

[4] T.BUCCIARELLI, G.PICARDI: "Eliminazione dei lobi laterali in un ricevitore adattato a codici di Barker", Alta Freq., Vol.XLVII - 78.

[5] M.I.SKOLNIK: "Introduction to radar systems", Mc. Graw-Hill, 1980.

[6] T.BUCCIARELLI, M.PERELLI, G.PICARDI: "CCD - Sidelobe soppression in a matched filter for a Barker code", II-4-5 Melecon ´81.

[7] F.F.KRETSCHMER, B.L.LEWIS: "Doppler Properties of Polyphase Coded Pulse Compression Waveforms", Naval Research Laboratory, Sept. 30, 1982, NRL-Rep. 8635.

4. ELABORAZIONE DEL SEGNALE IN DISTANZA

$P_{fa} = \int_T^{\infty} p(s)\, ds$ / Rayleigh (per il rumore)

4.1. Introduzione. Condizione CFAR

E' stato **gia'** notato che la rivelazione di un bersaglio radar comporta la sua differenziazione da segnali disturbanti, costituiti dal rumore e dagli echi riflessi dall'ambiente che lo circonda; tali echi vengono correntemente indicati, come gia' detto, con il termine di "**clutter**", i cui modelli sono riportati nel cap.2.

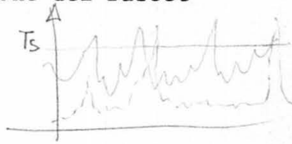
Il criterio decisionale (di cui al cap.1) d'altra parte si basa su una probabilita' di falso allarme (**P_{fa}**) costante ossia indipendente dalle modificazioni sul **disturbo** introdotto **dall'ambiente** stesso e dalla variabilita' del sistema di ricezione (come banda e guadagno dell'amplificatore a media frequenza).

Il fatto che la P_{fa} debba essere costante (condizione CFAR (Constant False Alarm Rate)) e' piu' importante in molti casi di una diminuzione della P_D ossia di una perdita nella rivelazione.

In realta' la variabilita' della P_{fa} puo' comportare una diminuzione di sensibilita' o una saturazione del sistema che segue la soglia decisionale. Infatti, se la P_{fa} decresce, ovviamente non e' possibile piu' osservare gli echi (Q) che, pur essendo superiori alla soglia che avrebbe determinato la P_{fa} corretta, sono in realta' inferiori alla soglia effettiva che determina la decisione. Cio' avviene anche se il segnale viene presentato direttamente sul PPI (Plan Position Indicator)(*). In questo caso la soglia viene fissata

(*) Il sistema indicatore planimetrico PPI e' un tipo di presentazione delle informazioni relative alla distanza e all'azimut in coordinate polari. Il fascetto elettronico parte dal centro dello schermo e si muove verso la periferia (lo schermo e' circolare) e poi ritorna al centro per proseguire nello "sweep" successivo leggermente spostato angolarmente, in sincronia con il moto dell'antenna. L'eco del bersaglio appare sullo schermo come una macchia piu' luminosa e persistente corrispondente alla intensificazione del fascetto elettronico.

(Q) Cioè vuol dire che se fissiamo una soglia per una certa P_{fa} e poi la P_{fa} decresce (mentre la soglia rimane lo stesso), perché decresce il rumore ad esempio, allora gli echi dei bersagli non si vedono più



dall´operatore, che usualmente la dispone in modo da ottenere un conveniente numero di falsi allarmi, possibilmente costante, su tutto lo schermo. In altre parole il disturbo appare sullo schermo come "erba" ("grass") ed il segnale, anche se debole, riesce ben visibile per effetto dell´integrazione realizzata ad opera del tubo; infatti la intensificazione di un bersaglio si ripete praticamente sullo stesso punto (date le dimensioni dello "spot" del fascetto elettronico) per tutto il tempo di persistenza sul bersaglio (corrispondente alle N interrogazioni di cui nelle (1.15). Se il disturbo (rumore e/o clutter) cala, ad es. in una data zona, l´"erba", ossia i falsi allarmi spariscono nella stessa zona e l´operatore non sara´ piu´ in grado di osservare eventuali deboli segnali, nella zona a bassa P_{fa}. Perché soglia Ts rimane costante

Se d´altro canto il disturbo cresce, il PPI puo´ addirittura "saturare" e quindi non sara´ ancora possibile una decisione di presenza del bersaglio perche´ lo schermo apparira´ tutto intensificato, ossia bianco.

Analoga cosa avverra´ se l´utilizzatore delle decisioni (realizzate ad opera di una soglia) e´ un calcolatore, in particolare in questo caso se la P_{fa} cresce il "rate" dei dati puo´ essere anche talmente alto, che il calcolatore potrebbe non piu´ "gestirli" e quindi non potra´ prendere decisioni ulteriori, neanche osservando le scansioni successive.

Tutto cio´ per dire che un problema particolarmente sentito e´ quello del CFAR.

Naturalmente detta condizione sara´ soddisfatta se e´ possibile realizzare una soglia adattiva al livello di clutter o se si e´ riusciti ad eliminare il clutter, ossia a portarlo sotto al rumore con un filtraggio, e sul rumore, supposto costante, si e´ stabilita una soglia fissa. Peraltro questa tecnica di soppressione del clutter non sara´ sempre possibile, sia per instabilita´ del clutter, ossia del suo spettro, sia per una eventuale frequenza media per modo che potrebbe essere difficile separare spettralmente il clutter da bersagli utili (specie se con modesta velocita´).

Pertanto, mentre in questo capitolo verranno indicate le tecniche per ottenere il CFAR disponendo delle soglie piu´ o meno adattive, nel seguito verranno analizzate le tecniche di "filtraggio in angolo" o "azimutale" e quindi eventuali modalita´ di separazione spettrale fra bersagli mobili e clutter; in realta´ il filtraggio in angolo potra´ alleggerire il problema del CFAR in quanto il disturbo puo´ ricondursi al solo rumore di statistica Rayleigh e quindi la soglia stessa finale potra´ essere fissata piu´ facilmente.

Verranno considerati quindi in questo capitolo i vari

tipi di clutter, secondo i modelli riportati nel cap.2; il problema sara' di creare una soglia che possa adattarsi ai vari modelli ed alla loro variabilita' in modo da ottenere una probabilita' di falso allarme costante (CFAR), tenendo presente che lungo lo stesso sweep il clutter puo' cambiare sia in entita' sia nella sua natura e quindi nel modello.

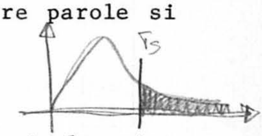
Prima di iniziare la descrizione di macchine utili ad ottenere il CFAR e le varie problematiche converra' richiamare i criteri di rivelazione statistica applicati ai radar, cui peraltro gia' si e' fatto cenno.

4.2. Richiami sui criteri di rivelazione

La rivelazione di deboli segnali in presenza di rumore consiste nella determinazione se in uscita dal ricevitore si e' in presenza del solo rumore o del segnale piu' rumore.

Nelle pagine che precedono si e' fatto cenno all'operatore che "cerca" di individuare il segnale nel "grass", che quindi gia' realizza una decisione; d'altro canto quando nel cap.1 si e' parlato del criterio di Neyman Pearson, si era deciso di porre una soglia opportuna. In altre parole si tratta di applicare il criterio di:

a) <u>verifica di ipotesi</u>: Neyman Pearson



in quanto la soglia divide l'uscita in due regioni: la prima di non rivelazione e la seconda di rivelazione, ossia presenza di segnale e quindi detta soglia opera gia' la scelta.

In realta' e' possibile formulare due ipotesi

H_o segnale assente (ipotesi nulla)
H_1 segnale presente (ipotesi alternativa)

Nel dare una risposta alla domanda: "il segnale e' assente?" ossia: "e' vera l'ipotesi H_o?" e' possibile commettere errori di due diversi tipi:

il <u>primo</u> consiste nel rispondere negativamente quando H_o e' vera (errore di primo tipo che avverra' con probabilita' α); il <u>secondo</u> errore consiste nel rispondere affermativamente quando invece H_o e' falso ed e' vera la H_1 (errore di secondo tipo che avverra' con probabilita' β).

La situazione e' riassunta in tab.4.1, nel caso in questione la probabilita' α viene indicata con il nome di <u>proba-</u>

bilita' di falso allarme (P_{fa}), mentre β rappresenta la probabilita' di non rivelare un segnale che in realta' e' presente. Il posizionamento della soglia consiste proprio nello scegliere un giusto compromesso fa questi due tipi di errore. Il criterio di Neyman Pearson rivisto in termini statistici consiste nel fissare la P_{fa}, ossia la probabilita' dell'errore di tipo I e minimizzare l'errore di tipo II. Tale minimizzazione puo' aver luogo filtrando (ad es. con filtro ottimo) il segnale di ingresso al ricevitore, prima di disporre la soglia decisionale.

Tab.4.1

Decisione / Ipotesi corretta	H_o	H_1
H_o (segnale assente)	si	errore I tipo (prob. α)
H_1 (segnale presente)	errore II tipo (prob. β)	si

Un altro criterio di rivelazione consiste nel valutare il rapporto di verosimiglianza come rapporto fra la funzione densita' di probabilita' del segnale piu' rumore e quella del rumore

$$L(y) = \frac{p[y|(S+N)]}{p[y|N]} \tag{4.1}$$

(dove y e' il segnale di ingresso al ricevitore) e quindi nel disporre una soglia all'uscita del ricevitore che valuti L(y). Ne nasce quindi un ricevitore che opera secondo il

b) criterio della massima verosimiglianza

infatti, se L(y) e' sufficientemente elevato, e' lecito concludere che il segnale e' presente. In realta' detto criterio puo' essere applicato osservando e rendendo massimo solo il numeratore della (4.1) e si arriva quindi allo "stimatore di massima verosimiglianza" (Maximum Likelihood Estimator -

M.L.E.) che gode di particolari proprieta', quali:

la consistenza: come proprieta' asintotica che garantisce che, al crescere del numero delle prove statistiche, ossia per n tendente all'infinito, lo stimatore tende al valore vero;

la efficienza : come stimatore che per un prefissato numero di prove garantisce un minimo errore in senso quadratico sul parametro oggetto della stima.

Lo stimatore in questione talvolta puo' essere polarizzato.

In ogni caso e' difficile da realizzare ricevitori che valutino direttamente il rapporto di verosimiglianza come rapporto tra la densita' di probabilita'; peraltro l'applicazione del criterio in oggetto conduce ad un ricevitore che realizza la cross correlazione (v. (3.14)) ed il filtraggio adattato (v.(1.78)) nel senso di rendere massimo il rapporto segnale rumore.

Anche il criterio di Neyman-Pearson e' equivalente ad esaminare se il rapporto di verosimiglianza superi o meno un certo valore K reale, che e' funzione della P_{fa} prestabilita.

Un diverso criterio di rivelazione consiste invece nel valutare la probabilita' a posteriori p[(S+N)/y] e nel disporre su di essa una soglia: se l'uscita del ricevitore supera detta soglia allora il bersaglio e' giudicato presente secondo il

c) criterio della massima verosimiglianza condizionata (o a probabilita' inversa)

Naturalmente e' possibile legare la p[(S+N)/y] alla L(y), infatti poiche' valgono le relazioni:

$$(4.2) \qquad \begin{cases} p[(S+N)|y]\cdot p(y) = p[y|(S+N)]\cdot p(S+N) \\ p(y) = p[y|(S+N)]\cdot p(S+N) + p(y|N)\cdot p(N) \\ p(S+N) + p(N) = 1 \end{cases}$$

allora si ha

$$(4.3) \qquad p[(S+N)|y] = \frac{\dfrac{p[y|(S+N)]}{p[y|N]}\cdot p(S+N)}{\dfrac{p[y|(S+N)]}{p[y|N]}\cdot p(S+N)+p(N)} =$$

$$= \frac{L(y)\cdot p(S+N)}{L(y)\cdot p(S+N)+1-p(S+N)}$$

Si noti che la probabilita' a posteriori $p[(S+N)/y]$ e' funzione monotona di $L(y)$, allora il ricevitore di verosimiglianza puo' essere dato direttamente in termini della probabilita' di (S+N) condizionata al segnale di ingresso del ricevitore.

Pertanto i ricevitori a massima verosimiglianza ed a probabilita' inversa si identificano a patto sia nota la probabilita' a priori $p(S+N)$, che peraltro puo' essere ipotizzata costante in ogni punto.

Converra' osservare che quest'ultimo criterio introdotto corrisponde da un punto di vista fisico ad una migliore valutazione del segnale, infatti corrisponde, una volta resosi disponibile il segnale in ricezione, ad associare ad esso il valore di S+N piu' probabile all'ingresso del ricevitore e quindi ad una minimizzazione dell'errore di selezione del segnale.

Un'applicazione di tali tecniche e' stata gia' posta nel capitolo che precede dove si e' stimata in modo ottimo la distanza e la doppler di un bersaglio.

Converra' ricordare peraltro che il criterio decisionale adottato nei sistemi di comunicazione ordinaria (tipo trasmissione dati) e' quello indicato come:

d) criterio dell'osservatore ideale o ad errore globale minimo

secondo il quale si tende a minimizzare l'errore globale sia di falso allarme sia di perdita di rivelazione.

In altre parole detta

$P(N)$ la probabilita' della assenza di segnale (solo rumore)

$P(S+N)$ la probabilita' della presenza del segnale (piu' rumore)

allora si vuole scegliere una decisione sulla base di rendere minimo l'errore

$$P[E] = P(N)\cdot P_{fa} + P(S+N)\cdot(1-P_D) \tag{4.4}$$

Dalla minimizzazione della (4.4) si notera' come la P_{fa} viene a dipendere dal segnale (e analogamente la P_D) e cio' da un punto di vista pratico puo' dar luogo a funzionamenti non graditi all'operatore radar. Infatti nell'estrazione dei dati radar appare congeniale ritenere costante la P_{fa} e rendere massima la P_D, cosi' che la tecnica Neyman-Pearson appare piu' efficiente. Converra' ancora osservare che la minimizzazione della $P[E]$ come descritta nella (4.4) conduce a dare egual peso ai falsi allarmi ed alla perdita di rivelazione e questo e' il caso delle applicazioni per comunica-

zioni ordinarie, mentre nel caso radar spesso conviene dare pesi diversi ed al limite operare la minimizzazione del solo ultimo termine contenuto nella (4.4).

Tutti i criteri sopra adottati si applicano alla rivelazione statistica di un segnale immerso nel rumore, osservando un certo numero di volte il segnale radar come delimitato in tempo dalla (1.15), ossia dal tempo di osservazione. In realta' spesso e' possibile operare una rivelazione secondo un

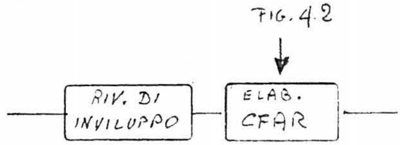
e) criterio sequenziale

ossia e' possibile, sulla base delle osservazioni fatte, decidere della presenza o meno del segnale o anche e' possibile giungere ad una decisione non finale nel senso di richiedere ulteriori osservazioni. In altri termini l'illuminazione sul bersaglio viene a dipendere dalle decisioni assunte, consentendo una migliore efficienza del sistema radar. Naturalmente tutto questo puo' richiedere una scansione dell'antenna a tratti (tipo "phased array") e su comando, che normalmente verra' effettuata con tecniche elettroniche.

In conclusione usualmente le varie tecniche, sopra riportate, portano a stime finali dopo un esame del segnale all'ingresso del ricevitore nei vari sweep successivi. Converra' osservare che il segnale di ingresso al ricevitore, per sua natura campionato (si tratta di radar ad impulsi), ad una certa distanza puo' apparire modulato dal fascio d'antenna (si pensi a radar di avvistamento); pertanto i vari criteri di cui sopra (come verra' dettagliato nel seguito) condurranno ai filtraggi ottimi azimutali-campionati secondo modalita' analoghe a quelle indicate nel cap.1, che verranno riprese nel cap.5. Nel paragrafo che segue allora si supporra' di aver operato detto filtraggio (ammesso che esista) e verranno analizzate le tecniche per ottenere il CFAR (secondo il criterio di Neyman-Pearson), disponendo opportune soglie decisionali.

4.3. Generalita' sulle tecniche CFAR di tipo video "Autogate"

Il problema che si vuol porre ora e' dunque quello del disporre una soglia che si adatti alla situazione statistica, onde ottenere una probabilita' di superamento costante. In particolare secondo quanto indicato nel cap.1 e ripreso nel paragrafo che precede, converra' riferirsi al caso che



il segnale di ingresso all´elaboratore CFAR sia un segnale rivelato di inviluppo.

Gli elaboratori CFAR si basano sulla generazione di una soglia (v. fig.4.1a)) che viene creata osservando la situazione spaziale, ipotizzabile stazionaria, intorno ad un punto di riferimento. Dal confronto del livello del segnale nel punto di riferimento rispetto alla soglia di cui sopra e´ possibile prendere una decisione in merito alla presenza o assenza di segnale; decisione che potra´ essere finale o parziale, in quanto potra´ essere convalidata dalla risposta delle celle contigue in azimut alla stessa distanza, o anche da quella relativa a scansioni successive, secondo criteri che verranno ripresi nel seguito.

Naturalmente in tali dispositivi e´ possibile riconoscere una proprieta´ ECCM, infatti e´ possibile realizzare la visibilita´ di bersagli su "banchi" di disturbo.

I problemi principali connessi con la generazione di detta soglia adattiva all´ambiente sono relativi

- all´ottenimento di una caratteristica CFAR, indipendentemente dalle situazioni spaziali, riferentesi a diversi modelli o con diversi livelli energetici;
- alle valutazioni dei transitori interessando zone non stazionarie;
- alle perdite connesse con il fatto che il numero dei campioni su cui si opera e´ limitato e quindi la soglia e´ fluttuante, ossia tutto avviene come se alla soglia si aggiungesse un rumore; cio´ equivale, d´altro canto ad un rumore aggiunto al segnale d´ingresso (v. fig.4.1b)) e quindi ad una perdita facilmente valutabile (per ottenere un particolare valore di P_D e´ necessario un piu´ elevato livello di segnale).

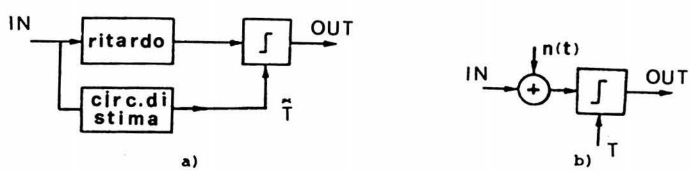


Fig.4.1 - Schematizzazione di un elaboratore CFAR utile per la valutazione delle perdite.

Onde esemplificare il problema si consideri la schematizzazione di fig.4.2, ossia la stima venga effettuata da una valutazione di celle contigue in distanza attorno alla

cella da esaminare, si consideri in particolare la ricerca della condizione CFAR. Il dispositivo di cui in fig.4.2 assume il nome di "autogate". Una stima del livello di rumore (o clutter) e quindi della soglia e' ottenuta dall'insieme dei campioni di rumore (o clutter), disponibili all'uscita della linea di ritardo a prese multiple ("tapped"), che sono spaziate con dei ritardi approssimativamente pari alla dimensione dell'impulso radar (eventualmente compresso).

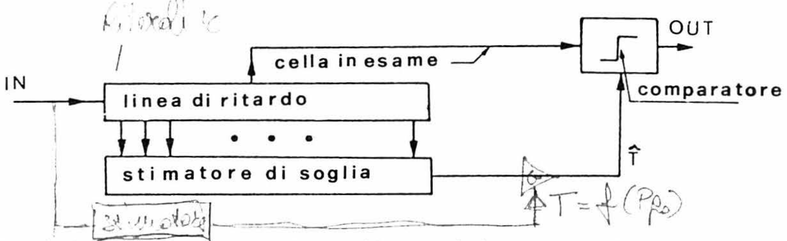


Fig.4.2 - Schematizzazione di un elaboratore CFAR: autogate.

Piccoli ritardi addizionali sono usualmente inseriti intorno alla presa centrale (che fornisce l'uscita per la successiva elaborazione), cosi' da assicurare che il bersaglio non contribuisca alla stima del livello di rumore e quindi della soglia stessa.

Allora il problema si riduce al tipo di stimatore da realizzare.

Dati i modelli proposti per il clutter, riportati in tab.2.7, ci si riconduce ad un problema di stima di punto, che puo' essere condotto con il metodo dei momenti, che si presenta particolarmente facile da realizzare dal punto di vista pratico.

In tab.4.2 sono riportate per le varie distribuzioni le espressioni della P_{fa} secondo la (1.60) (per i vari parametri di tab.4.2 si ricordi quanto riportato in tab.2.7. Converra' anche notare che la funzione Erf introdotta in tab. 4.2 e' differente alla erf di cui nella (1.57), ma ad essa immediatamente riconducibile).

Note le P_{fa} desiderate sara' quindi possibile ricavare il valore della soglia T da utilizzare, che sara' ovviamente condizionato dalla conoscenza delle varie grandezze N_c,m,V_m, σ_g,q, α (v. tab.2.7). Dette grandezze non saranno note a priori e quindi dovranno essere stimate. In realta' a priori non e' noto neanche il tipo di distribuzione.

Pertanto la definizione della soglia T potra' essere condotta per gradi stimando dapprima il tipo di distribuzione che in modo migliore approssima i dati sperimentali e poi

cella da esaminare, si consideri in particolare la ricerca della condizione CFAR. Il dispositivo di cui in fig.4.2 assume il nome di "autogate". Una stima del livello di rumore (o clutter) e quindi della soglia e´ ottenuta dall´insieme dei campioni di rumore (o clutter), disponibili all´uscita della linea di ritardo a prese multiple ("tapped"), che sono spaziate con dei ritardi approssimativamente pari alla dimensione dell´impulso radar (eventualmente compresso).

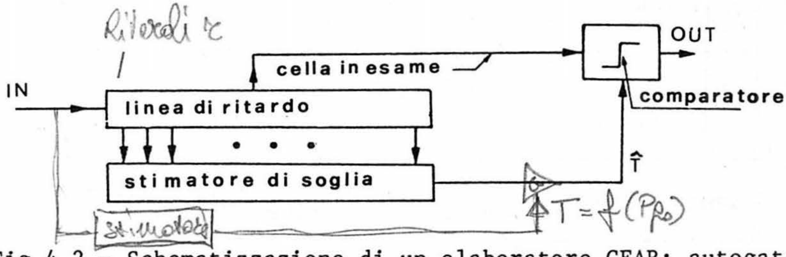


Fig.4.2 - Schematizzazione di un elaboratore CFAR: autogate.

Piccoli ritardi addizionali sono usualmente inseriti intorno alla presa centrale (che fornisce l´uscita per la successiva elaborazione), cosi´ da assicurare che il bersaglio non contribuisca alla stima del livello di rumore e quindi della soglia stessa.

Allora il problema si riduce al tipo di stimatore da realizzare.

Dati i modelli proposti per il clutter, riportati in tab.2.7, ci si riconduce ad un problema di stima di punto, che puo´ essere condotto con il metodo dei momenti, che si presenta particolarmente facile da realizzare dal punto di vista pratico.

In tab.4.2 sono riportate per le varie distribuzioni le espressioni della P_{fa} secondo la (1.60) (per i vari parametri di tab.4.2 si ricordi quanto riportato in tab.2.7. Converra´ anche notare che la funzione Erf introdotta in tab. 4.2 e´ differente alla erf di cui nella (1.57), ma ad essa immediatamente riconducibile).

Note le P_{fa} desiderate sara´ quindi possibile ricavare il valore della soglia T da utilizzare, che sara´ ovviamente condizionato dalla conoscenza delle varie grandezze N_c,m,V_m, σ_g,q, α (v. tab.2.7). Dette grandezze non saranno note a priori e quindi dovranno essere stimate. In realta´ a priori non e´ noto neanche il tipo di distribuzione.

Pertanto la definizione della soglia T potra´ essere condotta per gradi stimando dapprima il tipo di distribuzione che in modo migliore approssima i dati sperimentali e poi

i momenti caratteristici che tramite le formule di tab.4.2 conducono direttamente al valore di T.

Tab.4.2

Distribuz.	Probabilita´ di falso allarme
Rayleigh	$P_{fa}=\exp(-T^2/2N_c)$
Rice (m>>1)	$P_{fa}=\frac{1}{2}\ \mathrm{Erfc}\left[\frac{T-m\sqrt{N_c}}{\sqrt{2N_c}}\right]$
Log-normale	$P_{fa}=\frac{1}{2}\ \mathrm{Erfc}\ \{\frac{\ln(T/V_m)}{\sqrt{2}\,\sigma_g}\}$ per $T\geqslant V_m$
Weibull	$P_{fa}=\exp\{-(T/q)^{\alpha}\}$
$\mathrm{Erfc}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{\infty} e^{-t^2}dt=1-\mathrm{Erf}(x)=1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{x} e^{-t^2}dt$	

D´altra parte e´ possibile pensare ad una valutazione di T indipendente dal tipo di distribuzione, analisi non parametrica, in altre parole la soglia puo´ essere valutata direttamente ad es. dalla stima del valore mediano, del medio, del valore quadratico medio o della varianza. In verita´ sara´ possibile realizzare una soglia proporzionale ad uno dei momenti di cui sopra ed in particolare per quanto concerne la varianza potra´ convenire togliere il valor medio del segnale e quindi applicare una soglia proporzionale alla deviazione standard (o equivalentemente aggiungere, alla soglia stimata dalla deviazione standard, il valor medio).

Pertanto saranno possibili le seguenti soglie

$$T = K_o \cdot V_m$$
$$T = K_1 \cdot m_1$$
$$T = K_2 \cdot \sqrt{m_2} \qquad (4.5)$$
$$T = K_3 \cdot \sqrt{\mu_2}$$
$$T = K_4 \cdot \sqrt{\mu_2} + m_1$$

i momenti caratteristici che tramite le formule di tab.4.2 conducono direttamente al valore di T.

Tab.4.2

Distribuz.	Probabilita´ di falso allarme
Rayleigh	$P_{fa}=\exp(-T^2/2N_c)$
Rice (m>>1)	$P_{fa}=\frac{1}{2}\ \mathrm{Erfc}\left[\frac{T-m\sqrt{N_c}}{\sqrt{2N_c}}\right]$
Log-normale	$P_{fa}=\frac{1}{2}\ \mathrm{Erfc}\ \{\frac{\ln(T/V_m)}{\sqrt{2}\,\sigma_g}\}$ per $T \geqslant V_m$
Weibull	$P_{fa}=\exp\{-(T/q)^{\alpha}\}$
$\mathrm{Erfc}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{\infty} e^{-t^2}dt=1-\mathrm{Erf}(x)=1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_o^x e^{-t^2}dt$	

D´altra parte e´ possibile pensare ad una valutazione di T indipendente dal tipo di distribuzione, analisi non parametrica, in altre parole la soglia puo´ essere valutata direttamente ad es. dalla stima del valore mediano, del medio, del valore quadratico medio o della varianza. In verita´ sara´ possibile realizzare una soglia proporzionale ad uno dei momenti di cui sopra ed in particolare per quanto concerne la varianza potra´ convenire togliere il valor medio del segnale e quindi applicare una soglia proporzionale alla deviazione standard (o equivalentemente aggiungere, alla soglia stimata dalla deviazione standard, il valor medio).

Pertanto saranno possibili le seguenti soglie

$$T = K_o \cdot V_m$$
$$T = K_1 \cdot m_1$$
$$T = K_2 \cdot \sqrt{m_2} \qquad (4.5)$$
$$T = K_3 \cdot \sqrt{\mu_2}$$
$$T = K_4 \cdot \sqrt{\mu_2} + m_1$$

$T^2 = -2N_c \, Cu \, P_{fa} =$

$T = \sqrt{-2N_c \, Cu \, P_{fa}} = \sqrt{2N_c \, Cu \frac{1}{P_{fa}}}$

dove i singoli coefficienti $K_o, K_1 ... K_4$ saranno caratteristici delle varie distribuzioni e saranno funzioni della P_{fa} richiesta.

Combinando la (4.5) con le relazioni di tab.4.2 sara' possibile costruire la tab.4.3.

Osservando le varie espressioni di tab.4.3 si notera' come i singoli coefficienti di proporzionalita' dipendono per la distribuzione Rayleigh solo dalla P_{fa}, che peraltro non viene a dipendere piu' dalla potenza del segnale di ingresso. Cio' avviene anche per la distribuzione Rice se si usa il coefficiente K_4 e per la log-normale e la Weibull si ha una dipendenza residua solo dai fattori di forma (di "shaping") della distribuzione ossia da σ_g ed α.

In fig.4.3 sono riportati i vari coefficienti moltiplicativi definiti dalle relazioni (4.5); in altri termini per ogni modello (e per ogni valore di m, σ_g e α) il valore mediano, medio... stimato deve essere moltiplicato per il coefficiente $K_o, K_1 ...$ riportato nelle ordinate di fig.4.3, una volta stabilito il valore della P_{fa} voluto, onde ottenere la soglia di cui disporre nell'elaboratore di fig.4.2.

Dai vari andamenti riportati nelle figg.4.3 sara' possibile osservare come si e' ben lontani dalla condizione CFAR qualora non si proceda ad una stima a priori del tipo di distribuzione; peraltro specie dagli andamenti di fig. 4.3e) sara' possibile desumere come le distribuzioni Weibull e log-normali tendano a ricopiarsi; allora potra' convenire indagare sulla possibilita' di stima dei due parametri ad es. della Weibull (α e q) ed applicare detta stima per ogni tipo di distribuzione [19], [20]. In altre parole, potra' essere ipotizzata una distribuzione Weibull, che ricopre abbastanza bene le distribuzioni dalla Rayleigh alla log-normale, operare su questa in modo da stimare completamente α e q e quindi costruire una soglia che consenta il CFAR per la Weibull che rendera' la P_{fa} abbastanza costante per ogni altro tipo di distribuzione. Le tecniche per ottenere un tale stimatore sono molte (sara' sufficiente osservare i vari momenti delle Weibull (v. tab.2.7)) e potranno essere selezionate sulla base di validi compromessi realizzativi.

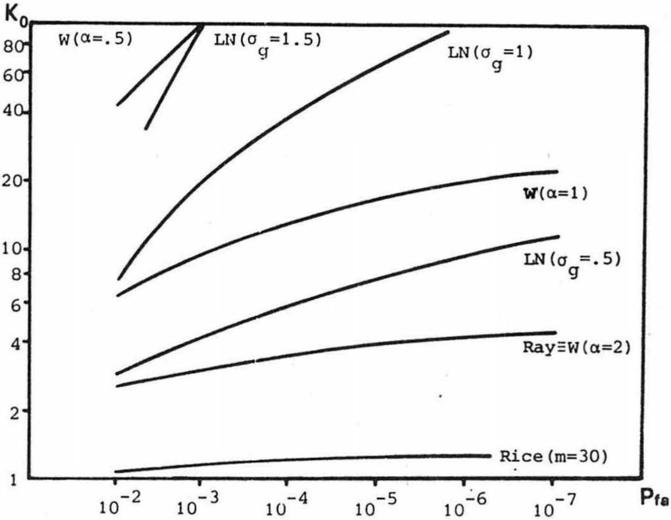
Nelle pagine che seguono verranno descritti alcuni dispositivi per la generazione delle citate soglie adattive, che si riferiscono alla schematizzazione di fig.4.3, con maggiori dettagli tecnici, valutando in particolare alcuni aspetti relativi alle perdite ed ai transitori.

Tab.4.3

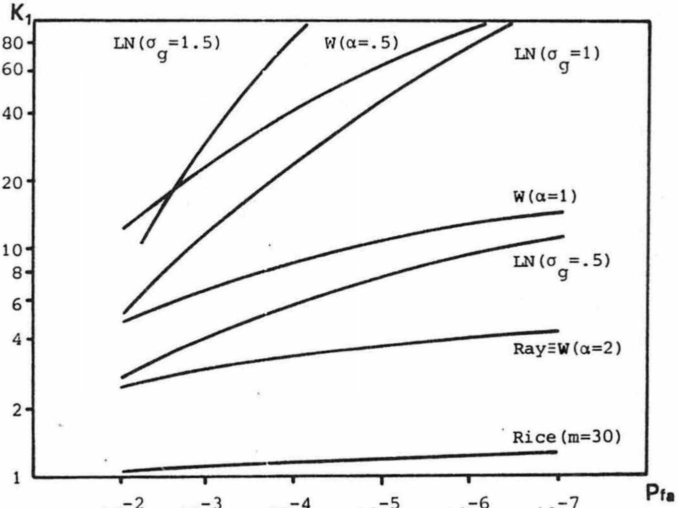
Distribuzione	K_o	K_1	K_2	K_3	K_4
Rayleigh	$\sqrt{\frac{\ln\frac{1}{P_{fa}}}{\ln 2}}$	$\sqrt{\frac{\ln\frac{1}{P_{fa}}}{\frac{\pi}{4}}}$	$\sqrt{\ln\frac{1}{P_{fa}}}$	$\sqrt{\frac{\ln\frac{1}{P_{fa}}}{1-\frac{\pi}{4}}}$	$\frac{\sqrt{\ln\frac{1}{P_{fa}}}-\frac{\sqrt{\pi}}{2}}{\sqrt{1-\frac{\pi}{4}}}$
Rice (m>>1) (1)	$\frac{x\sqrt{2}}{m}+1$	$\frac{x\sqrt{2}}{m}+1$	$\frac{x\sqrt{2}+m}{\sqrt{1+m^2}}$	$x\sqrt{2}+m$	$x\sqrt{2}$
Log-normale (1)	$e^{\sqrt{2}\sigma_g x}$	$e^{\sqrt{2}\sigma_g(x-\frac{\sigma_g}{2\sqrt{2}})}$	$e^{\sqrt{2}\sigma_g(x-\frac{\sigma_g}{\sqrt{2}})}$	$K_2\cdot e^{-\frac{\ln(e^{\sigma_g^2}-1)}{2}}$	$\frac{K_1-1}{\sqrt{e^{\sigma_g^2}-1}}$
Weibull (2)	$\sqrt[\alpha]{\frac{\ln\frac{1}{P_{fa}}}{\ln 2}}$	$\frac{\sqrt[\alpha]{\ln\frac{1}{P_{fa}}}}{\Gamma_1}$	$\frac{\sqrt[\alpha]{\ln\frac{1}{P_{fa}}}}{\sqrt{\Gamma_2}}$	$\frac{\sqrt[\alpha]{\ln\frac{1}{P_{fa}}}}{\sqrt{\Gamma_2-\Gamma_1^2}}$	$\frac{\sqrt[\alpha]{\ln\frac{1}{P_{fa}}}-\Gamma_1}{\sqrt{\Gamma_2-\Gamma_1^2}}$

(1) $P_{fa} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Erfc}(x)$

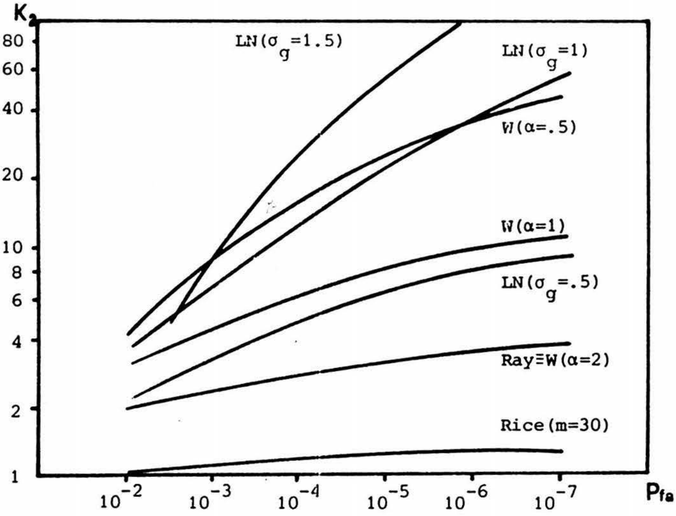
(2) $\Gamma_1 = \Gamma(1+\frac{1}{\alpha})$; $\Gamma_2 = \Gamma(1+\frac{2}{\alpha})$


K0
80
60
40
20
10
8
6
4
2
1
W(α=.5)
LN(σg=1.5)
LN(σg=1)
W(α=1)
LN(σg=.5)
Ray≡W(α=2)
Rice(m=30)
10−2
10−3
10−4
10−5
10−6
10−7
Pfa

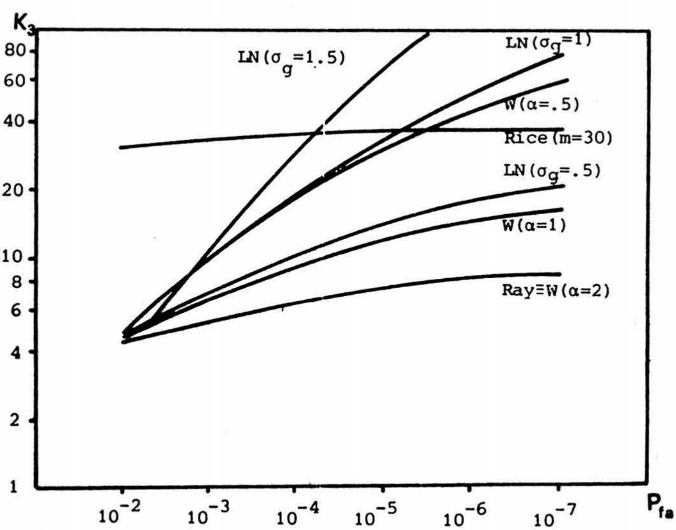
a)


K1
80
60
40
20
10
8
6
4
2
1
LN(σg=1.5)
W(α=.5)
LN(σg=1)
W(α=1)
LN(σg=.5)
Ray≡W(α=2)
Rice(m=30)
10−2
10−3
10−4
10−5
10−6
10−7
Pfa

b)


K2
80
60
40
20
10
8
6
4
2
1
LN(σg=1.5)
LN(σg=1)
W(α=.5)
W(α=1)
LN(σg=.5)
Ray≡W(α=2)
Rice(m=30)
10^-2
10^-3
10^-4
10^-5
10^-6
10^-7
Pfa

c)


K3
80
60
40
20
10
8
6
4
2
1
LN(σg=1.5)
LN(σg=1)
W(α=.5)
Rice(m=30)
LN(σg=.5)
W(α=1)
Ray≡W(α=2)
10^-2
10^-3
10^-4
10^-5
10^-6
10^-7
Pfa

d)

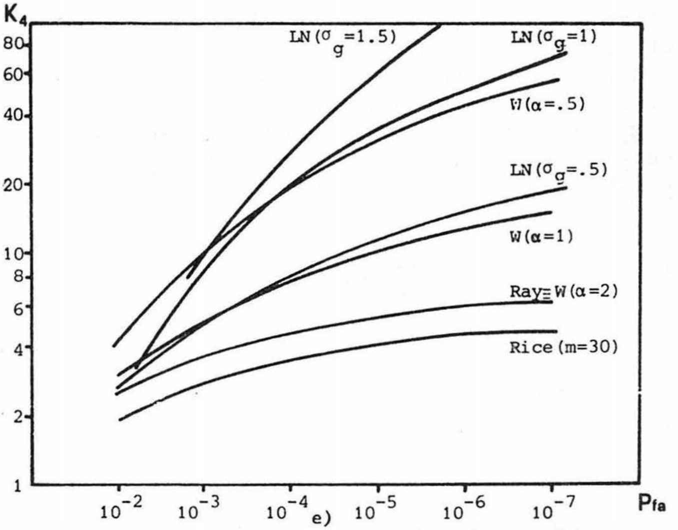


Fig.4.3 - Coefficienti di proporzionalita'
a) stima del valore mediano
b) stima del valor medio
c) stima di $\sqrt{m_2}$
d) stima della deviazione standard
e) stima della deviazione standard su distribuzione a valor medio nullo

4.4. Stimatore K_4

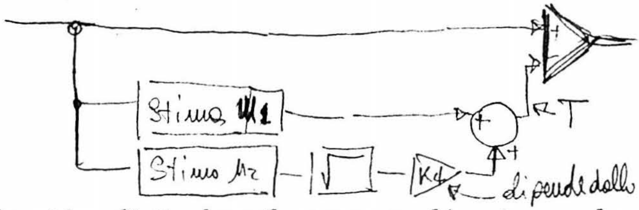
Da quanto detto nel paragrafo che precede appare immediato ritenere che una stima dei due primi momenti di una distribuzione potrebbe essere sufficiente a realizzare la condizione CFAR, considerando distribuzioni Weibull e Lognormali. Le cose si complicano per la Rice, inoltre problemi di non linearita' dei rivelatori, di quantizzazioni e di polarizzazione della circuitistica interessata consigliano in genere l'utilizzazione dell'ultima relazione delle (4.5):

$$T = K_4 \cdot \sqrt{\mu_2} + m_1 \qquad (4.6)$$

$T - m_1 = K\sqrt{\mu_2}$

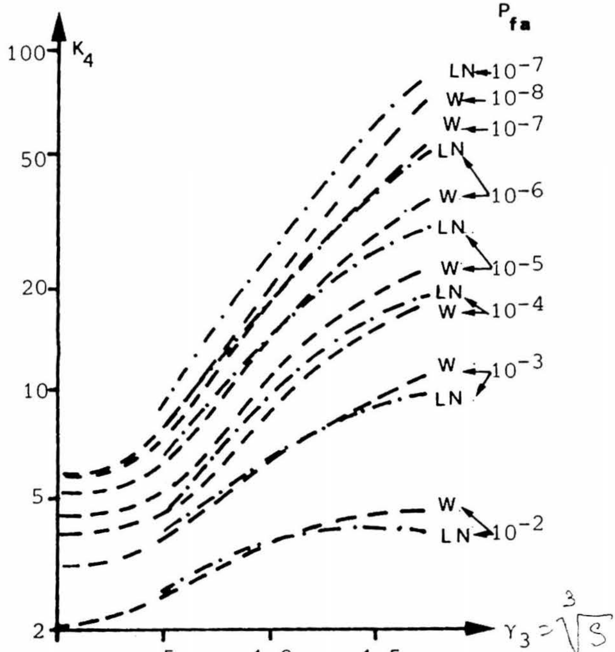
non facendo affidamento sulle relazioni teoriche che legano $\sqrt{\mu_2}$ a m_1.

Naturalmente il fattore di guadagno K_4 dovra' variare in accordo con la desiderata distribuzione una volta fissato il valore di P_{fa} (v. fig.4.3e)).



Pertanto la stima di K_4 dovra' essere realizzata su ulteriori informazioni inerenti la distribuzione stessa che in qualche modo ne indichino l'andamento delle "code". Queste ulteriori informazioni potrebbero essere ottenute valutando un terzo momento (centrato o meno) o piuttosto il coefficiente di "skewness" [25] che in qualche modo e' un indice della asimmetria della distribuzione:

(4.7) $$S = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$$ Coefficiente di skewness

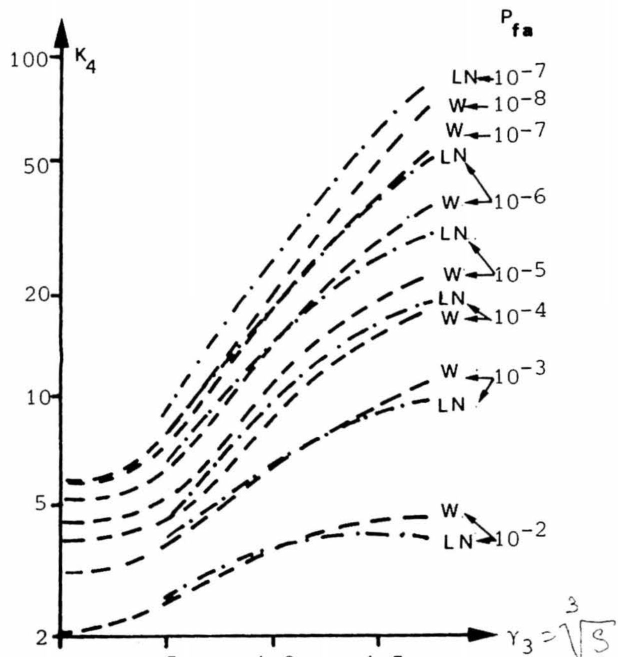


a)



Pertanto la stima di K_4 dovra' essere realizzata su ulteriori informazioni inerenti la distribuzione stessa che in qualche modo ne indichino l'andamento delle "code". Queste ulteriori informazioni potrebbero essere ottenute valutando un terzo momento (centrato o meno) o piuttosto il coefficiente di "skewness" [25] che in qualche modo e' un indice della asimmetria della distribuzione:

$$S = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \tag{4.7}$$



a)

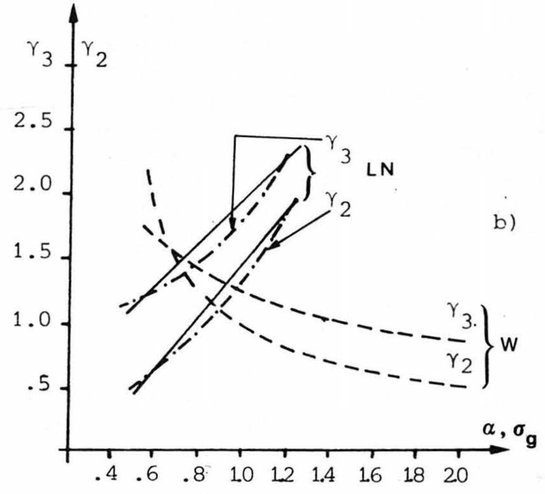


Fig.4.4 - Valutazione di K_4
a) andamento di K_4 in funzione di γ_3 per diversi valori di P_{fa}
b) andamento di γ_3 e γ_2 in funzione di $\alpha(W)$ e $\sigma_g(LN)$

Considerando le distribuzioni Weibull (W) e Log-normale (LN), la fig.4.4a) (da [26]) mostra appunto l'andamento di K_4 in funzione della radice cubica di S:

(4.8) $$\gamma_3 = \sqrt[3]{S}$$

Naturalmente la distribuzione di Rice per m>>0, ossia la gaussiana, e' stimabile ancora dagli andamenti di fig.4.4 considerando il caso $\gamma_3=0$.

Dalla fig.4.4a) si desume ancora una volta il fatto che, stimato il γ_3, si ottiene la condizione CFAR facilmente, per qualsiasi tipo di distribuzione, almeno per P_{fa} sufficientemente alta ($10^{-2}\div10^{-3}$): infatti converra' precisare che usualmente si intende soddisfatta la condizione CFAR se la P_{fa} si mantiene entro una decade.

In fig.4.4b) e' d'altro canto riportato il legame esistente fra γ_3 ed i fattori di forma delle distribuzioni Weibull e Log-normali (α e σ_g rispettivamente: v. tab.2.7), nella stessa figura e' riportato anche l'andamento della deviazione standard normalizzata ($\gamma_2 = \sqrt{\mu_2}/m_1$) delle due

distribuzioni. Osservando gli andamenti di fig.4.4b) in [26] viene suggerita una tecnica di identificazione delle varie distribuzioni e quindi di correzione al fine di ottenere una migliore condizione CFAR al variare del tipo di distribuzione. Infatti ipotizzando di lavorare sugli andamenti Log-normali di fig.4.4a), da γ_3 si ha la valutazione immediata di K_4: peraltro il valore di γ_3 da utilizzare per l'ascissa di fig.4.4 (al fine di riportare gli andamenti della Weibull su quelli LN, almeno per bassi valori di P_{fa}) conviene sia il seguente:

$$(4.9) \qquad \gamma_3'' = \gamma_3 + c[\gamma_3 - .816 \cdot \gamma_2 + .771]$$

dove c e' funzione della sola P_{fa} desiderata.

In figura 4.5 vengono riportati gli andamenti di γ_3' in funzione di γ_3 per diversi valori di P_{fa} per la Weibull; nel caso Log-normale si avra' ovviamente $\gamma_3' \simeq \gamma_3$.

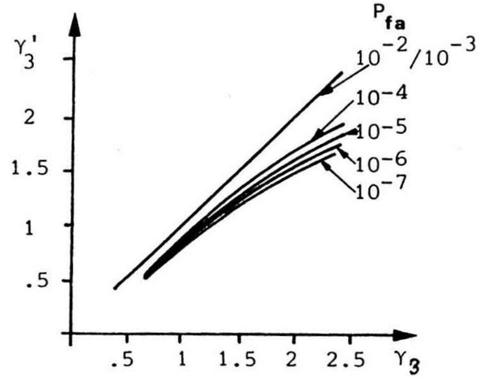


Fig.4.5 - Andamento di γ_3' in funzione di γ_3.

In fig.4.6 e' riportato l'andamento di K_4 in funzione di γ_3', da cui e' possibile osservare che la condizione CFAR e' soddisfacentemente rispettata per qualsiasi valore di P_{fa}.

Il problema a questo punto si sposta nella stima di T attraverso i vari parametri interessati: m_1, μ_2 e γ_3. Stabilito in altre parole che per motivi di stazionarieta' si abbia a disposizione N campioni il problema diviene quello di valutare:

$$(4.10) \qquad \hat{T} = \hat{K}_4 \cdot \sqrt{\hat{\mu}_2} + \hat{m}_1$$

Stimatori classici per m_1 e $\sqrt{\mu_2}$ sono i seguenti:

$$(4.11)\qquad \hat{m}_1 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} V_i \qquad \widehat{\sqrt{\mu_2}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(V_i-\hat{m}_1)^2}$$

dove V_i sono i vari campioni su cui operare la stima.

Si supponga inizialmente che sia nota la distribuzione ossia K_4 sia prefissabile dagli andamenti di fig.4.4a).

E´ ben noto (v. App.1) d´altro canto che gli stimatori (4.11) sono non polarizzati (il valore medio relativo ad una molteplicita´ di stime coincide con il valore dei momenti in questione) e le varianze connesse alle due stime sono (v. anche [25] pp.345-353):

$$(4.12)\qquad \sigma^2_{\hat{m}} = \frac{\mu_2}{N} \qquad \sigma^2_{\widehat{\sqrt{\mu_2}}} = \frac{\mu_4-\mu_2^2}{N.4\mu_2}$$

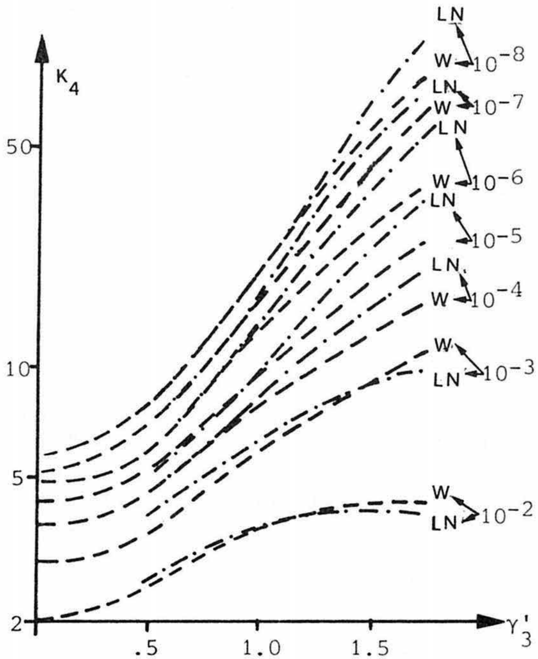


Fig.4.6 - Andamenti di K_4 in funzione di γ_3.

In realta' la stima di $\sqrt{\mu_2}$ e' legata alla stima di μ_2, la cui varianza e' data dalla (A.11) di App.1. Infatti e' semplice scrivere:

$$\hat{\mu}_2 = \mu_2 + \delta_2 \tag{4.13}$$

attribuendo l'entita' delle fluttuazioni, dovute al limitato numero di campioni N, al termine δ_2 e ricordando che si tratta di uno stimatore non polarizzato (v. (A.7) di App.1); si ha anche

$$\widehat{\sqrt{\mu_2}} = \sqrt{\hat{\mu}_2} \sim \sqrt{\mu_2} + \frac{\delta_2}{2\sqrt{\mu_2}} \tag{4.14}$$

pag.285

dalla quale, ricordando la (A.11), si ha immediatamente la seconda delle (4.12).

Applicando un noto teorema di statistica (v. [25] p. 354) e' possibile ora ricavare la varianza di $\hat{T}$; d'altro canto volendo procedere ad una valutazione immediata della var($\hat{T}$), ricordando la (4.14) (e operando analogamente alla (4.13) per $\hat{m}_1$ separando la parte fluttuante) e' possibile scrivere dalla (4.10) (per le (A.6), (A.11) e (A.12)):

$$\text{var}\{\hat{T}\} \equiv \sigma^2_{\hat{T}} = \frac{K_4^2}{4\mu_2}\text{var}\{\mu_2\} + \text{var}\{m_1\} + \frac{K_4}{\sqrt{\mu_2}}\text{cov}\{\mu_2, \mu_1\} = \tag{4.15}$$

$$= \frac{1}{N}\left\{\frac{K_4^2}{4\mu_2}(\mu_4 - \mu_2^2) + \mu_2 + \frac{K_4\mu_3}{\sqrt{\mu_2}}\right\}$$

Si noti che l'ultimo termine della (4.15) tiene conto del fatto che la popolazione su cui viene effettuata la stima e' la stessa sia per m_1 che per $\sqrt{\mu_2}$.

La fig.4.7 riporta per la Rayleigh l'andamento della deviazione standard di $\hat{T}$, normalizzata al valore di σ della gaussiana corrispondente (v.(1.34)) e moltiplicata per $\sqrt{N}$, al variare della P_{fa}; nella stessa figura sono anche riportati i primi due termini che compaiono nella (4.15), per modo che e' possibile analizzare il contributo dei singoli stimatori.

Naturalmente le cose si complicano se bisogna stimare anche il valore di K_4, come e' il caso normale (la distribuzione a priori non e' nota).

Tramite simulazioni (che in alcuni punti sono stati suffragati da indagini analitiche (v. App.2)) e' stato possi-

bile ottenere gli andamenti di fig. 4.8a) per la Rayleigh e quelli di fig.4.8b) e c) nel caso Weibull α=1 e .5 rispettivamente.

Osservando gli andamenti in questione e' possibile selezionare in modo ottimo le zone spaziali su cui operare le varie stime di m_1, $\sqrt{\mu_2}$ e K_4 (una volta stabilita la stazionarieta') raggiungendo compromessi efficienti in termini complessita' computazionali-prestazioni.

Una volta ottenuta l'entita' della fluttuazione di $\hat{T}$ (v. figg.4.1 e 4.2) tramite gli andamenti del tipo di quelli di fig.4.8, il problema si sposta nella valutazione della P_{fa} media. Infatti ad ogni valore di $\hat{T}$ corrispondera' un valore di P_{fa} e, ipotizzando la d.d.p. di $\hat{T}$ gaussiana, si ha:

$$p(\hat{T}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{\hat{T}}}\, e^{-\frac{(\hat{T}-T_o)^2}{2\,\sigma_{\hat{T}}^2}} \qquad (4.16)$$

ne viene un valore di P_{fa} media

$$\bar{P}_{fa} = \int P_{fa}(\hat{T})\; p(\hat{T})\; d\hat{T} \qquad (4.17)$$

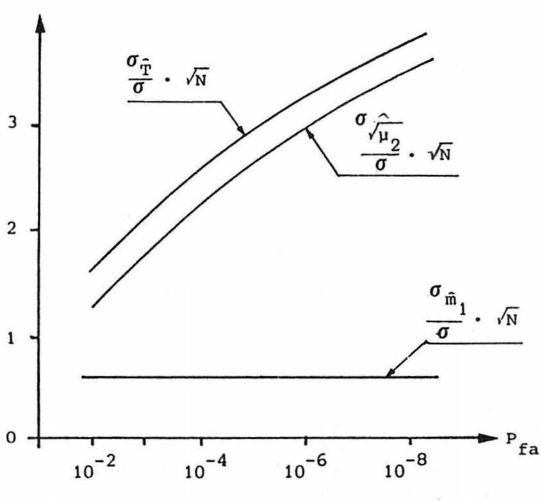


Fig.4.7 - Andamento della deviazione standard della soglia (per d.d.p. Rayleigh: K_4=cost).

Nell'ipotesi che la distribuzione in questione sia una Rayleigh, per le (1.62) e (4.16), la (4.17) diviene:

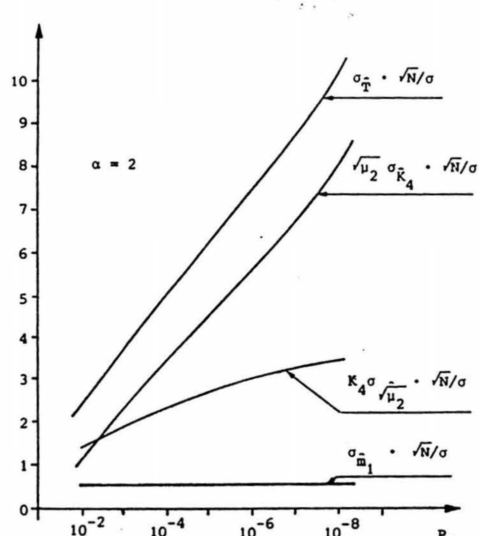
$P_{fa} = \text{Rayleigh} = e^{-\frac{T_S^2}{2\sigma^2}}$ (1.62)

$$\bar{P}_{fa} = \frac{\sigma}{\sigma_{\hat{T}} + \sigma}\, e^{-\frac{T_o^2}{2(\sigma_{\hat{T}}^2 + \sigma^2)}} \tag{4.18}$$

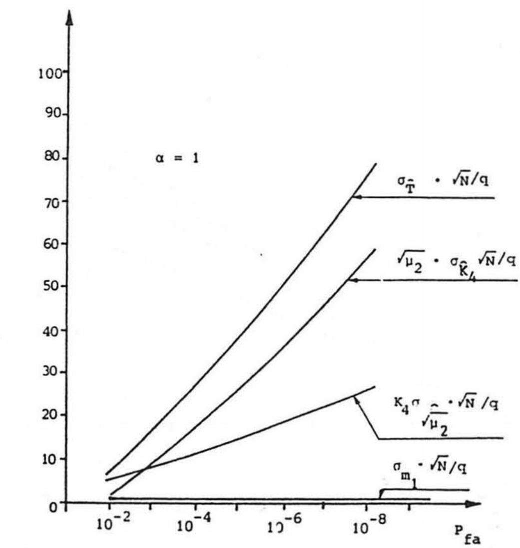
Per ottenere un prefissato valore di P_{fa}, la (4.18) induce a cambiare la soglia rispetto a quella T_S, direttamente proporzionabile tramite la (1.62), in altre parole data la asimmetria della distribuzione Rayleigh attorno a T_o, per un certo valore di $\sigma_{\hat{T}}$ occorrera' variare la soglia stessa secondo un fattore che e' valutabile dalla (4.18) e (1.62), ponendo $\bar{P}_{fa}=P_{fa}$

$$\beta = \frac{T_o}{T_s} = \sqrt{\left\{\frac{\sigma_{\hat{T}}}{\sigma}\right\}^2 + 1} \cdot \sqrt{\frac{\ln\left\{\frac{1}{P_{fa}} \cdot \frac{1}{\left[\frac{\sigma_{\hat{T}}}{\sigma} + 1\right]}\right\}}{\ln \frac{1}{P_{fa}}}} \tag{4.19}$$

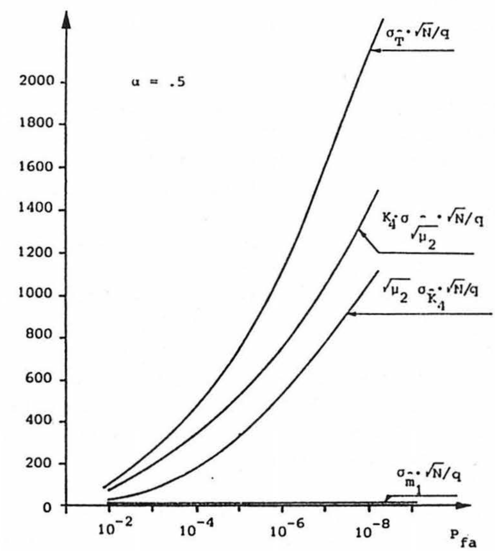
Il fattore β e' riportato in fig.4.9, mentre la fig.4.10 da' l'andamento della deviazione standard effettiva ($\sigma_{\hat{T}}$) dopo la depolarizzazione conseguente alla applicazione della (4.19).



a)



b)



c)

Fig.4.8 - Andamenti della deviazione standard della soglia connessa alla tecnica di stima (4.7) nel caso di d.d.p. Weibull.

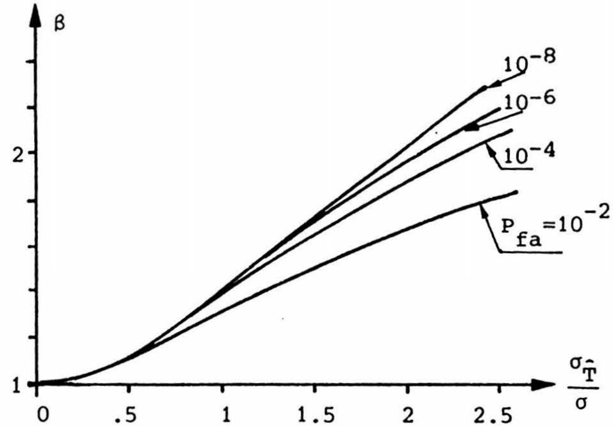


Fig.4.9 - Fattore β di correzione (distribuzione Rayleigh) (4.19).

In conclusione la procedura per ottenere la condizione CFAR ipotizzando una distribuzione Weibull si riassume nei seguenti punti:

- fissato un certo valore di N, dalla stima di γ_3 (v. App.2) (eventualmente corretta tramite la stima di γ_2: v.(4.9)) si desume attraverso gli andamenti di fig.4.4a) il valore di K_4 ($\hat{K}_4$) per la P_{fa} desiderata ed il valore di α corrispondente (fig. 4.4b)
- dagli stimatori (4.11) si ricava la stima di $\sqrt{\mu_2}$ e m_1 e quindi la stima di T (v.(4.15))
- per la P_{fa} desiderata considerando andamenti del tipo di quelli di fig.4.8 si ottiene una valutazione di $\sigma_{\hat{T}}$
- dall'andamento di fig.4.9 (per la Rayleigh) si ottiene il fattore di correzione che permette di ottenere in media la condizione CFAR. La condizione CFAR e' possibile nei limiti definiti dagli andamenti di fig.4.6, al variare del tipo di distribuzione (W_1, LN).

Rimane ora da valutare la perdita connessa alla fluttuazione di $\hat{T}$; normalizzando questo valore alla σ della distribuzione di partenza le perdite relative nel caso Rayleigh (ottenute per simulazione in [27]) sono riportate in fig.4.11 per $P_{fa}=10^{-6}$ e P_D=50 e 90%.

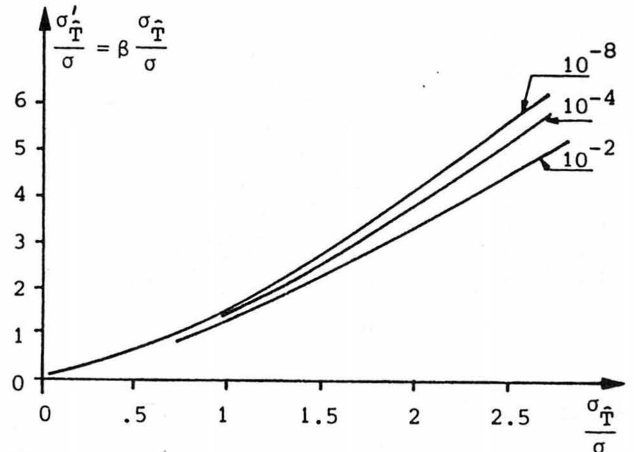


Fig.4.10 - Deviazione standard connessa alla soglia fluttuante: effetto del termine di correzione β .

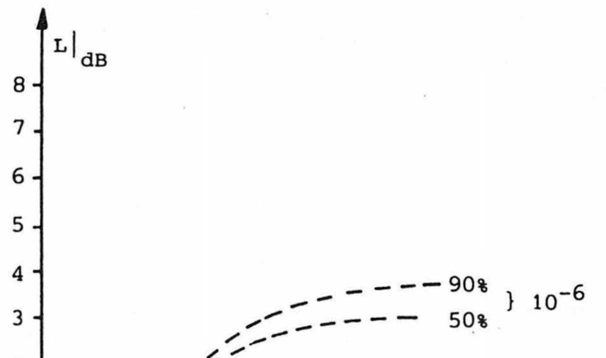


Fig.4.11 - Perdite in funzione della deviazione standard relative allo stimatore di T (d.d.p. Rayleigh).

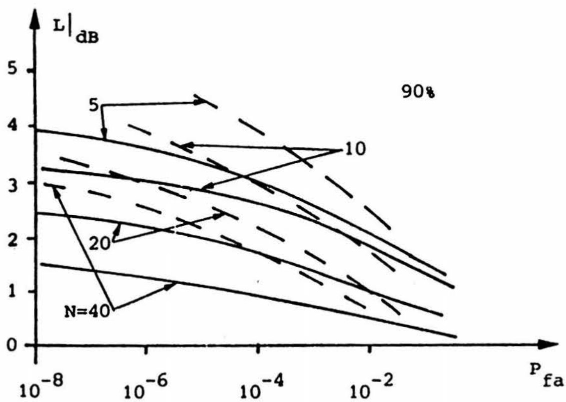


Fig.4.12 - Perdite al variare di P_{fa} per diversi valori di N (d.d.p. Rayleigh):

- - - K_4 stimato (K_4)

——— K_4 = costante

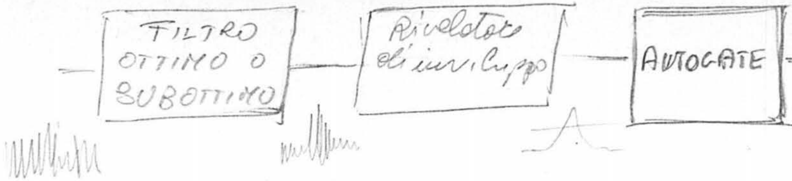
Tenendo conto degli andamenti di fig.4.7, dati al variare della P_{fa}, per ogni valore di N, e´ possibile valutare $\sigma_{\hat{T}}$ ed il fattore β (v.fig.4.9) ed infine le perdite conseguenti da $\sigma_{\hat{T}}$ (v. fig.4.10 e 4.11). I risultati ottenuti ancora per simulazione sono riportati in fig.4.12 per valori di N di pratico interesse.

4.5. Transitori negli autogate tipo OR (GOT) e AND (CAT)

Lo schema a blocchi piu´ generale di un circuito "autogate" e´ riportato in fig.4.13 (v. fig.4.2).

Il segnale radar (dopo essere stato filtrato in modo ottimo (o subottimo)) all´uscita del rivelatore di inviluppo o video, viene fatto passare attraverso una linea di ritardo a prese tra loro distanziate di τ pari alla dimensione della cella di risoluzione in distanza (durata dell´impulso trasmesso eventualmente compresso) o ad una frazione di questa. In tal modo il segnale video di ingresso in ogni istante viene comparato con il segnale che si trova nello stesso "sweep" in una zona che in parte precede ed in parte segue l´istante in esame.

Si assume qui di seguito che i bersagli utili abbia-



no dimensioni tali da dare luogo ad una singola eco di durata τ; si assume invece che il clutter o eventuali disturbi di tipo elettromagnetico diano luogo a ritorni multipli o estesi di notevole durata rispetto a τ.

Le uscite della linea di ritardo presentano ad ogni istante, nel loro complesso, tutti gli echi relativi ad un intervallo di tempo $n\tau$, dove n e´ il numero delle linee di ritardo.

Tenendo conto della relazione diretta tra tempo e distanza, ne consegue che l´uscita del dispositivo, per un´eco corrispondente alla distanza R, viene a dipendere dalla presenza o meno di altri echi entro l´intervallo compreso tra

$$R - \frac{n\cdot\tau\cdot c}{4} \qquad e \qquad R + \frac{n\cdot\tau\cdot c}{4}$$

(c e´ la velocita´ della luce). In tal modo i bersagli utili vengono trattati differentemente dagli echi multipli o estesi.

I segnali di uscita dalle varie prese vengono inviate ad un elaboratore.

Nel paragrafo che precede si e´ fatto cenno a delle possibili soluzioni di tale elaboratore; nel seguito verranno esaminati in particolare alcuni tra i piu´ semplici di questi (dal punto di vista realizzativo). Converra´ riferirsi a quello che effettua la media (o la somma) dei segnali presenti nelle varie prese che verra´ indicato con il nome di AND o CAT (Cell Averaged Threshold). In realta´ spesso, per motivi che saranno chiari nel seguito, si dispone un circuito che preleva il segnale di livello maggiore presente nelle varie prese e verra´ detto OR o GOT (Greatest of Threshold).

L´uscita dell´elaboratore, opportunamente amplificata di G per ottenere il richiesto valore di P_{fa}, genera un livello di soglia T, che dipende dalla potenza del rumore d´ingresso e segue le variazioni della potenza stessa in modo da mantenere costante la probabilita´ di falso allarme del dispositivo (proprieta´ CFAR). E´ importante notare che, poiche´ il ritardo di ogni elemento della linea di ritardo e´ all´incirca eguale all´inverso della banda del sistema, contribuiscono alla soglia stessa campioni di rumore che possono considerarsi scorrelati (App.3).

L´operazione di definizione di echi superiori o meno a T di fig.4.1 e 4.2 e´ esplicitata in fig.4.13 tramite un amplificatore differenziale ed un "clipper" (nella versione analogica). Naturalmente qualora si voglia identificare veramente il superamento di una soglia occorrera´ considerare ogni uscita superiore al livello di "clipping" (posto a zero)

come significativa da questo punto di vista.

Facendo riferimento al caso dell'OR converra' ora riportare alcuni esempi qualitativi circa il modo di funzionare del dispositivo in oggetto.

Una prima indagine del comportamento del circuito viene effettuata riportando le forme d'onda nei punti B,C,D,E di fig. 4.13 corrispondenti ad alcune semplici configurazioni del segnale di ingresso in A (configurazioni che assumono significato preciso nel caso di disturbi ECM). Si assume il guadagno G dell'amplificatore, posto all'uscita del circuito OR, sia eguale ad uno ed n pari a quattro.

Qualora l'ingresso sia costituito da un impulso di lunghezza maggiore di $n\tau$ (disturbo di tipo continuo), si vede dalla fig.4.14 che l'impulso d'ingresso viene eliminato. In D sono presenti due "contro-impulsi" all'inizio e alla fine, che nei normali utilizzatori costituiscono zona di "accecamento" o "desensibilizzazione".

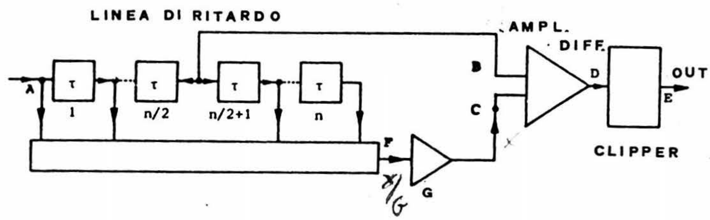


Fig.4.13 - Schema a blocchi del circuito anti-interferenza autogate.

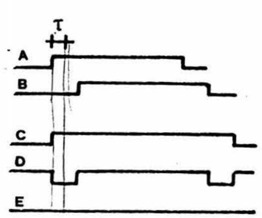


Fig.4.14 - Effetto del circuito anti-interferenza in presenza di disturbo esteso.

Una successione di due o piu' impulsi brevi (durata τ) e di uguale ampiezza, a distanza inferiore di $(n\tau)/2$, non da' luogo ad alcuna uscita positiva (fig.4.15); questa situazione puo' corrispondere ad un disturbo di tipo discontinuo.

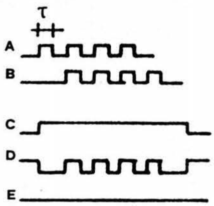


Fig.4.15 - Effetto del circuito anti-interferenza in presenza di disturbi multipli.

Si supponga ora di avere in ingresso un impulso singolo di durata eguale a τ (bersaglio utile); dall'esame della fig. 4.16 si deduce che esso viene esattamente riprodotto in uscita.

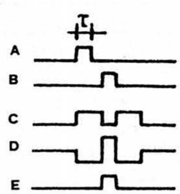


Fig.4.16 - Effetto del circuito anti-interferenza in presenza di un solo bersaglio.

L'ingresso contemporaneo di un impulso lungo ed uno breve (bersaglio utile piu' disturbo) ha per uscita un solo impulso breve (fig.4.17), in questo caso il dispositivo di fig.4.13 consente una facile estrazione del segnale utile, che non sarebbe generalmente possibile per la usuale limitata dinamica dei dispositivi di utilizzazione (eventuale indicatore PPI).

Si deve osservare, peraltro, che non e' possibile limitare le configurazioni del segnale di ingresso a pochi casi particolari; infatti i disturbi in ingresso possono avere fluttuazione di tipo qualunque, la cui aleatorieta' comporta la necessita' di uno studio su basi statistiche che dovrebbe essere eseguito caso per caso.

Un'analisi statistica e' anche necessaria dal punto di vista della rivelazione. E' stato detto che il rumore in uscita da un rivelatore di inviluppo ha una densita' di probabilita' Rayleigh; questa costituisce quindi l'ingresso

piu´ usuale (corrispondente anche ad una modellizzazione molto usata del clutter) e verra´ assunta come tipica per l´analisi del dispositivo di fig.4.13.

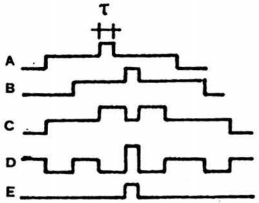


Fig.4.17 - Effetto del circuito anti-interferenza in presenza di disturbo esteso e bersaglio.

Converra´ ora dare un cenno al comportamento di un AND il quale consente di diminuire la zona di accecamento o desensibilizzazione di fig.4.14; infatti, l´andamento C diviene quello tratteggiato in fig.4.18. Appare quindi immediata la presenza di transitori sui fronti di attacco dei disturbi (v. E di fig.4.18). Naturalmente, spesso i disturbi crescono e decrescono in modo avviato, sara´ sufficiente pensare al caso di una precipitazione temporalesca, e quindi i transitori di cui sopra in pratica potranno non essere osservati.

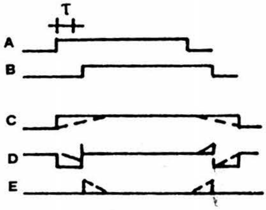


Fig.4.18 - Effetto di un elaboratore AND sugli andamenti di fig.4.14.

D´altro lato la soluzione AND consente anche di visualizzare piu´ echi successivi che invece l´OR (v. fig.4.15) interpreta come clutter e quindi cancella, infatti una azione di media e´ diversa da quella di picco se il guadagno G (v. fig.4.13) e´ aggiustato per avere una certa P_{fa} con una certa distribuzione di ingresso.

In fig.4.19, onde meglio visualizzare le caratteristiche di cui sopra, sono riportati degli andamenti fotografici relativi ad un OR ed un AND (realizzati con tecniche digita-

li). In particolare i disturbi sono stati simulati (v. fig. 4.19a)) con l'aumento di rumore Rayleigh in ingresso (uscita da una IF lineare con incremento del guadagno in T_1)(a sinistra nella fig.4.19) e con un impulso lungo in T_2.

In fig.4.19b) (con scala delle ascisse diversa rispetto a quella di fig.4.19a)) (AND: uscita E di fig.4.13) e' ben visibile la zona dei transitori sul clutter continuo come gia' indicato in fig.4.18, mentre in c) (OR: uscita E di fig. 4.13) e' ancora visibile la zona di desensibilizzazione ai margini del clutter, per la diminuzione del rumore.

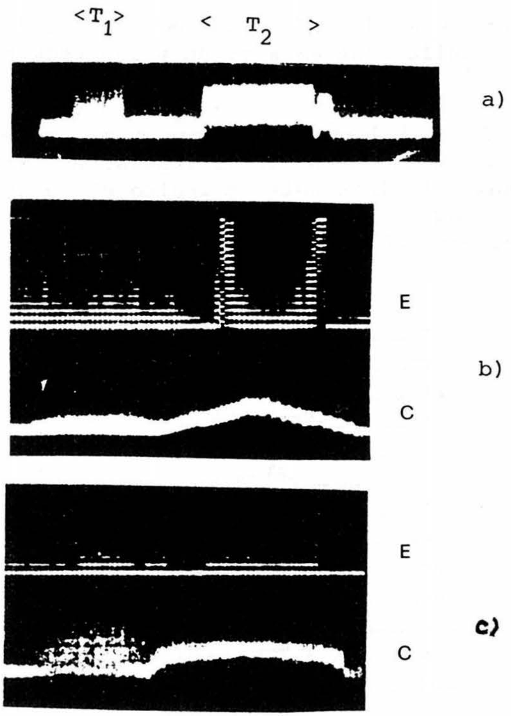


Fig.4.19 - Andamenti sperimentali per autogate
a) segnale di ingresso; b) AND; c) OR.

Onde sopperire agli svantaggi di cui sopra e' possibile proporre diversi elaboratori, in particolare in [12], onde ridurre la zona di desensibilizzazione per elaboratori OR, e' stato proposto lo schema di fig.4.20 dove il circuito NOR seleziona l'uscita inferiore relativamente ai due circuiti OR.

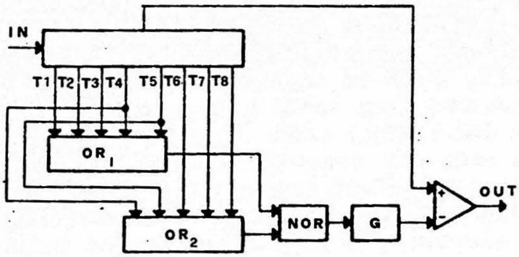


Fig.4.20 - Schema a blocchi di un autogate modificato per avere una coda della lunghezza di un passo (NOR = selettore di minimo).

In fig.4.21 e´ illustrato il comportamento del circuito di cui in fig.4.20 nel caso di un impulso addizionato a un disturbo espanso, inoltre detto circuito e´ in grado di rilevare la presenza di due impulsi brevi separati da almeno un passo di ritardo (fig.4.22).

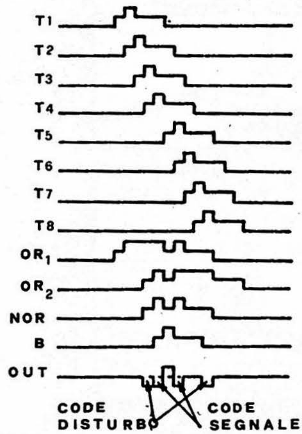


Fig.4.21: Comportamento dell´autogate modificato in presenza di un disturbo esteso cui sia sovrapposto un segnale.

In fig.4.23 sono riportati per il NOR gli andamenti corrispondenti a quelli di fig.4.19.

Nella fig.4.24 sono riportati in alto l´uscita dell´autogate con elaborazione OR, ed in basso quella con elabora-

zione NOR, per modo che sia possibile osservare il fatto che l'elaboratore NOR consente l'estrazione del segnale, presente sulla coda del disturbo espanso, segnale che invece cade nella zona di desensibilizzazione dell'autogate OR. E' possibile rilevare il notevole miglioramento introdotto dall'elaborazione NOR sulle zone di scarsa sensibilita' (code).

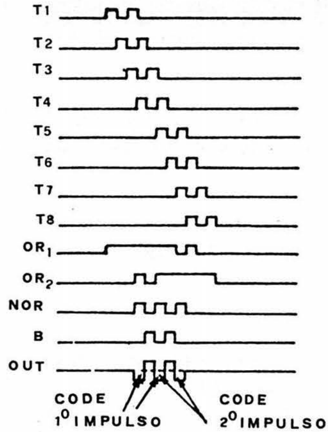


Fig.4.22 - Comportamento dell'autogate modificato in presenza di due impulsi distanziati di un passo.

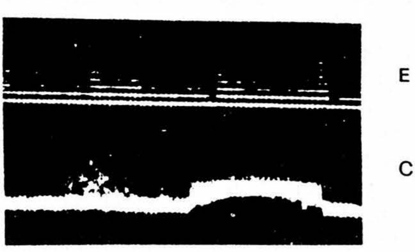


Fig.4.23 - Segnale di uscita estratto e soglia di un autogate con elaborazione NOR.

E' bene notare che i diversi livelli di rumore all'uscita E di fig.4.19 e fig.4.23 dipendono dal fatto che nei vari elaboratori non si e' introdotta la variazione di G necessaria a compensare l'abbassamento della soglia.

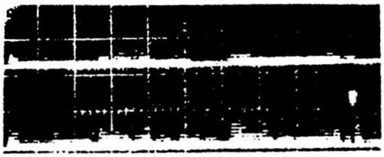


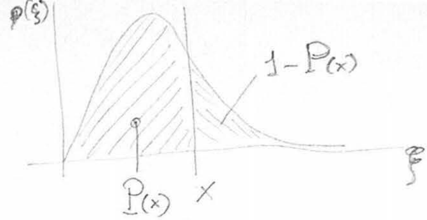
Fig.4.24 - Confronto del segnale di uscita di un autogate OR e NOR in presenza dello stesso sègnale di ingresso.

4.6. Probabilita' di falso allarme

a) Autogate OR

Nell'adottare il criterio di Neyman-Pearson le due grandezze di particolare rilievo, come piu' volte detto, sono la probabilita' di falso allarme (P_{fa}) e la probabilita' di rivelazione (P_D); la prima e' definita come la probabilita' che il rumore superi una certa soglia, la seconda come la probabilita' che il segnale, cui e' aggiunto il rumore, superi la medesima soglia. I dati che si possono ottenere dipendono dalla statistica del rumore e dalle caratteristiche del rivelatore; si puo' affermare ad ogni modo che, qualora il livello di soglia venga mantenuto costante, al crescere della potenza del rumore o disturbo cresce la probabilita' di falso allarme.

Un circuito come quello di fig.4.13, invece genera un livello di soglia (all'ingresso C del comparatore) che si adegua alla potenza del rumore in ingresso in modo da mantenere costante la probabilita' di falso allarme (condizione CFAR). Infatti l'elaboratore OR esamina ad ogni istante t il rumore relativo agli istanti $t\pm\tau, t\pm2\tau..., t\pm n\tau/2$ e sceglie il livello maggiore come soglia per la rivelazione; questa viene quindi ricavata direttamente dal rumore stesso. E' importante notare che il tempo di ritardo, eguale all'incirca alla durata dell'impulso trasmesso, risulta anche circa uguale all'inverso della banda del sistema, cio' comporta che in corrispondenza di un bersaglio si esaminano diversi campioni di rumore al di fuori del bersaglio stesso e che detti campioni possono essere considerati tra di loro scorrelati, secondo quanto gia' detto. Traducendo il tempo in



distanza, si puo' anche dire che per ogni bersaglio ad una distanza R viene scelta una soglia che dipende dagli echi corrispondenti alle distanze $R\pm c\tau/2$, $R\pm c\tau$..., $R\pm(n/2)(c\tau/2)$. Ovviamente per una decisione finale si potra' tenere conto anche dell'eventuale fenomeno di integrazione (a frequenza di ripetizione radar).

Al variare del tipo di distribuzione del disturbo in ingresso c'e' da aspettarsi che si mantenga la citata caratteristica CFAR per ogni tipo di distribuzione (indipendenza del livello dal disturbo), ma i valori di P_{fa} e P_D non rimarranno gli stessi, secondo quanto gia' indicato nel par. 4.3.

Converra' ora analizzare il circuito di fig. 4.13 supponendo che l'ampiezza (x) del rumore (o disturbo in genere) in ingresso abbia una distribuzione del tipo Rayleigh, cioe' una funzione di densita' di probabilita':

$$p(x) = \frac{x}{N_d} e^{-x^2/2N_d} \qquad (4.20)$$

dove N_d (generalizzando la (1.34)) e' la potenza del disturbo o rumore all'ingresso del rivelatore (v. anche tab.2.7) e che l'elaboratore sia di tipo OR.

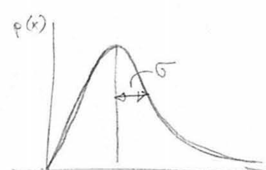
La funzione di distribuzione cumulativa della Rayleigh, o probabilita' che la variabile sia $\leq x$, e' data da:

$$P(x) = 1-e^{-x^2/2N_d} \qquad (4.21)$$

mentre il valor medio e la varianza sono date dalle relazioni (v. (1.34) e tab.2.7):

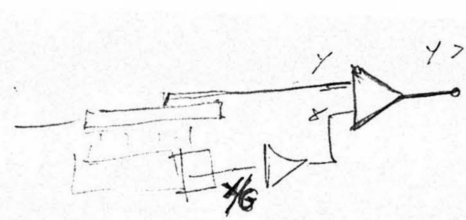
$$m_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2} N_d}$$

$$\sigma^2 = m_2 - m_1^2 = N_d\left(2-\frac{\pi}{2}\right)$$



In presenza di segnale si ha (v. (1.54)):

$$p(x,s) = \frac{x}{N_d} e^{-(x^2/2N_d+s^2)} \cdot I_o\left(xs\sqrt{\frac{2}{N_d}}\right) \qquad (4.22)$$



ove

$$s^2 = \frac{A^2}{2N_d}$$

e' il rapporto segnale-rumore.

Si osservi adesso che l'uscita dell'OR si trova tra il livello x e x+dx quando un ingresso, qualunque esso sia tra gli n possibili, si trova tra x e x+dx e tutti gli altri sono compresi tra o e x. Ne segue che la densita' di probabilita' del segnale in uscita dell'elaboratore OR e':

$$p_{OR}(x) = n\left(1-e^{-x^2/2N_d}\right)^{n-1} \cdot \frac{x}{N_d}\, e^{-x^2/2N_d} \tag{4.23}$$

Nella fig.4.25 si riportano a titolo esemplificativo la (4.23) e la (4.20) per n=4.

Inoltre, affinche' l'uscita del circuito OR sia compresa tra o e x e' necessario che tutti gli ingressi siano compresi tra o e x; si ha quindi:

$$P_{OR}(x) = P^n(x) = \left(1-e^{-x^2/2N_d}\right)^n$$

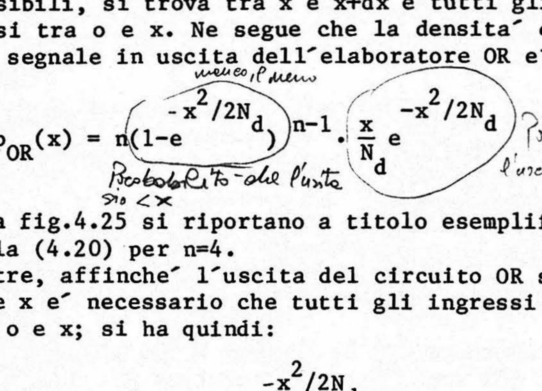


Fig.4.25 - Distribuzione della densita' di probabilita' ($\sqrt{N_d}\cdot p(x)$)

a) per un ingresso con distribuzione di tipo Rayleigh
b) all'uscita di un circuito OR (n=4)

Sviluppando in serie la (4.23), si ha per il valore medio:

$$(4.24)\qquad m_{1OR}=\int_0^{\infty} x\cdot p_{OR}(x)dx=$$

$$=\sum_{o}^{n-1}{}_k\binom{n-1}{k}(-1)^{n-1-k}\cdot n\int_o^{\infty}\frac{x^2}{N_d}\,e^{-\frac{x^2(n-k)}{2N_d}}dx=$$

$$=\sqrt{\frac{\pi N_d}{2}}\;n\sum_{o}^{n-1}{}_k\binom{n-1}{k}\frac{(-1)^{n-1-k}}{(n-k)^{3/2}}$$

La varianza e´ data dalla:

$$(4.25)\qquad \sigma^2_{OR}=m_{2OR}-m^2_{1OR}$$

dove:

$$(4.26)\qquad m_{2OR}=\int_o^{\infty}x^2 p_{OR}(x)dx=\sum_{o}^{n-1}{}_k\binom{n-1}{k}(-1)^{n-1-k}$$

$$\cdot\, n\int_o^{\infty}\frac{x^3}{N_d}\,e^{-\frac{x^2(n-k)}{2N_d}}dx=2nN_d\sum_{o}^{n-1}{}_k\binom{n-1}{k}(-1)^{n-1-k}\frac{1}{(n-k)^2}$$

Relativamente al circuito di fig.4.13, la probabilita´ di falso allarme e la probabilita´ di rivelazione si identificano con la probabilita´ che l´uscita dell´amplificatore differenziale diventi maggiore di zero per effetto rispettivamente del solo rumore e del segnale piu´ rumore. Notando che l´uscita dell´amplificatore differenziale risulta maggiore o eguale a zero se in B e´ presente un livello x, qualunque esso sia, ed in F un livello $\leq x/G$, si ottengono le seguenti relazioni:

$$(4.27)\qquad P_{fa}=\int_o^{\infty}p(x)dx\int_o^{x/G}p_{OR}(y)dy$$

$$(4.28)\qquad P_D=\int_o^{\infty}p(x,s)dx\int_o^{x/G}p_{OR}(y)dy$$

Sostituendo la (4.20) e la (4.23) nella (4.27) si ottiene:

$$(4.29) \qquad P_{fa} = \int_0^\infty \frac{x}{N_d} e^{-x^2/2N_d} (1-e^{-x^2/2N_dG^2})^n dx =$$

$$= \sum_0^n {}_k \binom{n}{k} (-1)^{n-k} \int_0^\infty \frac{x}{N_d} e^{-\frac{x^2}{2N_d}(1+\frac{n-k}{G^2})} dx$$

da cui integrando:

$$(4.30) \qquad P_{fa} = \sum_0^n {}_k \binom{n}{k} (-1)^{n-k} \frac{1}{1+\frac{n-k}{G^2}}$$

Pfa per Autoporta OR con Rumore di Rayleigh in ingresso.

Si noti che la probabilita' di falso allarme (4.30), non dipende dalla potenza del disturbo in ingresso N_d; con questo e' dimostrato che il sistema gode della caratteristica di probabilita' di falso allarme costante indipendente dal livello del disturbo (CFAR).

Questa caratteristica puo' essere estesa a tutta la classe di funzioni densita' di probabilita' che soddisfano la condizione:

$$(4.31) \qquad p(x, \sigma_x) = \frac{K}{\sigma_x} f(\frac{x}{\sigma_x}) \qquad \text{per} \quad x \geq 0$$

dove

$$K = \frac{1}{\int_0^\infty f(y) dy}$$

e σ_x e' chiaramente legato al livello del segnale connesso alla variabile in oggetto.

Infatti si ha:

$$(4.32) \qquad P_{fa} = \int_0^\infty p(x)\, P^n(\frac{x}{G})\, dx$$

dove

$$P(y) = \int_0^y \frac{K}{\sigma_x} f(\frac{x}{\sigma_x})\, dx = K \int_0^{y/\sigma_x} f(z)\, dz = K\, F(\frac{y}{\sigma_x})$$

allora la (4.27) diventa:

$$P_{fa} = \int_0^\infty \frac{K}{\sigma_x} f\left(\frac{x}{\sigma_x}\right) K^n F^n\left(\frac{x}{G\sigma_x}\right) dx$$

e con la sostituzione $x/\sigma_x = y$:

$$P_{fa} = \int_0^\infty K^{n+1} f(y) F^n\left(\frac{y}{G}\right) dy \tag{4.33}$$

Questa espressione e' chiaramente indipendente da σ_x. Lo stesso ragionamento puo' ripetersi se:

$$p(x, \sigma_x) = \frac{K}{\sigma_x} f\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma_x}\right)$$

Inoltre si puo' affermare che se G =1 la P_{fa} e' indipendente dal tipo di distribuzione ed e' uguale a 1/(n+1). Dalla (4.33) si ricava infatti:

$$P_{fa} = \int_0^\infty p(x) P^n(x) dx = \frac{1}{n+1} P^{n+1}(x) \Big|_0^\infty = \frac{1}{n+1} \tag{4.34}$$

Considerando in luogo della d.d.p. Rayleigh, la Weibull, procedendo in modo del tutto analogo a quanto fatto per ottenere la (4.30), si ha [28] la

$$P_{fa} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^{n-k} \frac{1}{1 + \frac{n-k}{G^\alpha}} \tag{4.35}$$

Autopote OR con in ingresso o densità di probabilità di Weibull.

che ovviamente per $\alpha=2$ si riconduce alla (4.30).

Il problema si presenta piu' complesso per le distribuzioni Log-normali, ma in ogni caso in fig. 4.26 sono riportati [28] gli andamenti della P_{fa} nei casi Weibull e Log-normale, in funzione di G.

Osservando gli andamenti di fig.4.26 e' possibile notare che per G=1 si ha l'indipendenza dal tipo di distribuzione, valendo la (4.34), ed inoltre e' possibile mettere approssimativamente in relazione i fattori di forma σ_g ed α come riportato in fig.4.27.

Estendere le considerazioni di cui sopra ad un

b) autogate AND

non e´ cosa semplice. Converra´, a titolo esemplificativo, dapprima valutare la P_{fa} per un elaboratore di tipo AND quando l´ingresso sia di tipo esponenziale, infatti, in tale ipotesi e´ possibile ottenere una espressione chiusa.

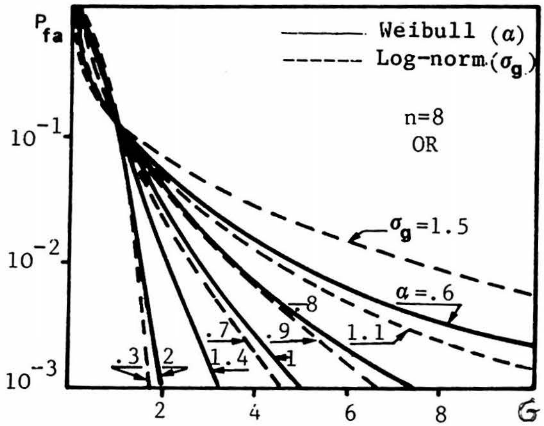


Fig.4.26 - Curve di falso allarme per un autogate tipo OR.

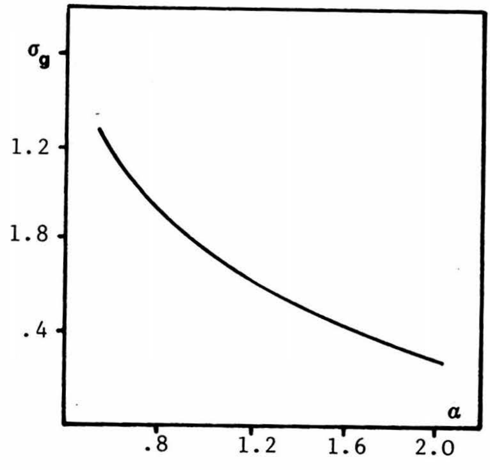
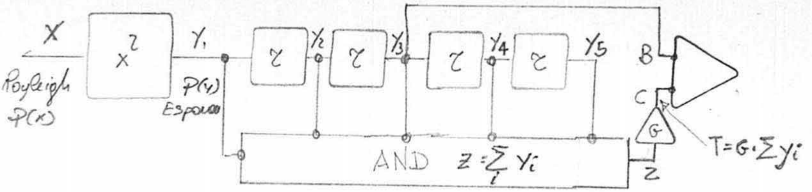


Fig.4.27 - Relazione fra i fattori di forma di d.d.p. W (α) e L.N. (σ_g) sulla base di eguale comportamento in P_{fa} per autogate OR [28].



D'altro canto e' bene osservare che, essendo un rivelatore di inviluppo usualmente realizzato con un diodo secondo uno schema classico (v. fig.4.28a)), spesso il diodo stesso operera' in zona quadratica per modo che la distribuzione Rayleigh si modifica in una esponenziale; infatti tutto avviene come se detta distribuzione passasse attraverso un quadratore (v. fig.4.28b)).

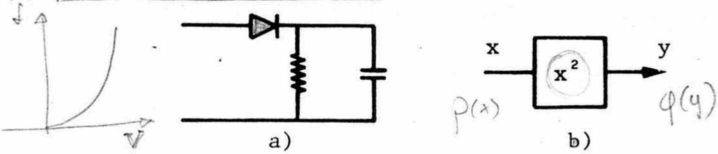
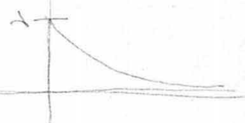


Fig.4.28 - Schematizzazione di un rivelatore di inviluppo.

Infatti per

(4.36) $$y = x^2$$



esponenziale

dalla (4.20) si ha

(4.37) $$q(y)=p(x)\frac{dx}{dy}\bigg|_y = \frac{1}{2N_d}\, e^{-\frac{y}{2N_d}} = \lambda\, e^{-\lambda y}$$

$\lambda = \frac{1}{2N_d}$

con ovvia posizione.

Peraltro la variabile in uscita all'elaboratore AND e' data dalla:

(4.38) $$z = \Sigma_i\, y_i$$

AND fa somma di tutte le uscite delle varie linee di ritardo

dove le singole y_i sono tra loro indipendenti e caratterizzate dalla d.d.p. (4.37).

Onde valutare p(z), sara' sufficiente calcolare la funzione caratteristica(*) di y_i, fare il prodotto fra le varie

Trasformata di Fourier della distribuzione p(y)

(*) Si ricordera' infatti che date due variabili indipendenti x e y con densita' di probabilita' p(x) e q(y), alla variabile somma z=x+y corrisponde la densita' di probabilita'

$$p(z) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)q(z-x)dx$$

che puo' essere risolta secondo la tecnica delle trasformate di Fourier che nel caso attuale conduce alla tecnica della funzione caratteristica.

funzioni caratteristiche e quindi antitrasformare. D'altro lato la funzione caratteristica della variabile y e':

$$(4.39)\quad C(u)=\int_o^{\infty} e^{juy}q(y)dy=\lambda\int_o^{\infty} e^{juy}e^{-\lambda y}dy=\boxed{\frac{\lambda}{\lambda-ju}}\ \text{per}\ \lambda>0$$

Derivando n-1 volte rispetto a λ la (4.39) si ha:

Perché derivo?

$$(4.40)\quad \lambda\int_o^{\infty} y^{(n-1)}e^{juy}e^{-\lambda y}dy=\frac{\lambda(n-1)!}{(\lambda-ju)^n}$$

che puo' essere interpretata con il fatto che alla funzione $\lambda.y^{(n-1)}.\ e^{-\lambda y}$ corrisponde la funzione caratteristica $\dfrac{\lambda(n-1)!}{(\lambda-ju)^n}$.

Pertanto alla funzione caratteristica:

$$(4.41)\quad C_n(u) = C^n(u) = \frac{\lambda^n}{(\lambda-ju)^n}$$

corrisponde la densita' di probabilita'

$$(4.42)\quad p(z) = \frac{\lambda(\lambda z)^{n-1}\ e^{-\lambda z}}{(n-1)!}$$

Densità di probabilità dell'uscita z

Si supponga ora che l'uscita y_B in B di fig. 4.13 sia comparata con la soglia

$$(4.43)\quad T = G\sum_{i=o}^{n} y_i$$

NB avendo ipotizzato che la stessa presa centrale (uscita B di fig.4.13) contribuisca alla soglia T (cio' comporta che dovra' essere n>>1).

Allora si ha falso allarme se

$$y_B > T$$

ossia

$$(4.44) \qquad y_B(1-G) > G \sum_{\substack{i=o \\ i\neq \frac{n}{2}}}^{n} y_i \simeq G\cdot z$$

dove z ha per densita´ di probabilita´ la (4.42); ne discende allora (riscrivendo in modo opportuno la (4.27)):

$$(4.45) \qquad P_{fa} = \int_o^{\infty} p(z)dz \int_{zG(1-G)^{-1}}^{\infty} q(y_B)dy_B$$

avendo y_B la **d.d.p.** (4.37).

La (4.45) per le (4.37) e (4.42) diviene:

$$(4.46) \qquad P_{fa} = \int_o^{\infty} \frac{\lambda(\lambda z)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda z} dz \cdot \int_{zG(1-G)^{-1}}^{\infty} \lambda e^{-y_B} dy_B =$$

$$= \int_o^{\infty} \frac{\lambda(\lambda z)^{n-1} e^{-\lambda z}}{(n-1)!} e^{-\lambda z[G(1-G)^{-1}]} dz$$

Ponendo

$$\lambda' = \lambda \frac{1}{1-G}$$

la (4.46) diviene:

$$(4.47) \qquad P_{fa} = \int_o^{\infty} \frac{\lambda'(\lambda' z)^{n-1} e^{-\lambda' z}}{(n-1)!} dz (1-G)^n = (1-G)^n$$

infatti l´integrale che compare nella (4.46) e´ pari all´unita´ trattandosi di integrazione di una funzione densita´ di probabilita´. La (4.47) e´ indipendente da λ e quindi da N_d e pertanto e´ dimostrato il soddisfacimento della condizione CFAR, come indipendenza dal livello del disturbo.

Peraltro la P_{fa} e´ dipendente dal tipo di distribuzione e procedendo sempre con la tecnica della funzione caratteristica la fig.4.29 mostra gli andamenti che sono da porre in relazione a quelli di fig.4.26, considerando un AND che realizzi la media (e non la somma come nella (4.44)).

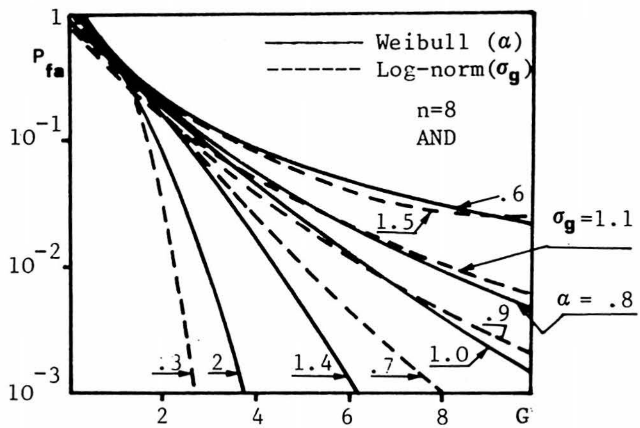


Fig.4.29 - Curve di falso allarme per un autogate tipo AND [28].

Confrontando appunto gli andamenti di figg.4.26 e 4.29 e' facile verificare che l'autogate AND necessita di un G piu' elevato per ottenere una stessa P_{fa}.

Al fine di valutare la bonta' dell'elaboratore in ambiente con distribuzione non nota, e' stato introdotto il parametro:

$$\gamma_W(\alpha) = \frac{P_{fa}(\alpha,G)}{P_{fa}(2,G)} \tag{4.48}$$

per la Weibull come rapporto tra la P_{fa} ottenibile con una d.d.p. Weibull, con α non nota e quella propria di un ambiente Rayleigh su cui e' definito G per ogni valore di n (numero delle prese). Analogamente nel caso Log-normale e' possibile definire:

$$\gamma_{LN}(\sigma_g) = \frac{P_{fa}(\sigma_g,G)}{P_{fa}(2,G)} \tag{4.49}$$

con ovvio significato dei simboli.

In fig.4.30 sono riportati i vari andamenti di γ per diversi valori del fattore di forma (α o σ_g), per determinati valori di $P_{fa}(2,G)$.

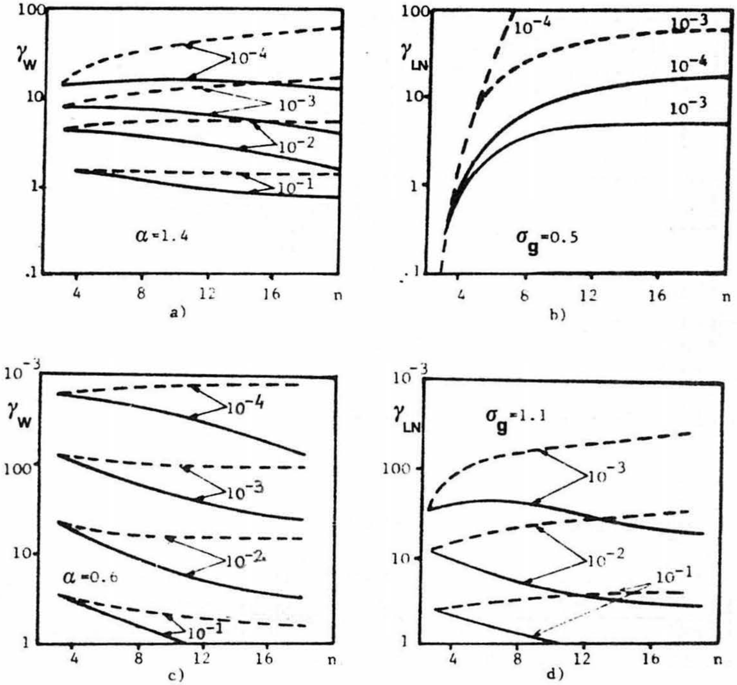


Fig.4.30 - Andamenti di γ per d.d.p. Weibull e Log-normali ed elaboratori AND ed OR.

Da un esame comparativo delle varie curve e´ possibile desumere il fatto che l´elaboratore OR si comporta sempre meglio dell´AND e la differenza e´ tanto piu´ significativa quanto minore sia il valore di P_{fa} e quanto piu´ lunga sia la linea di ritardo ossia la regione su cui operare la stima.

Gli andamenti di fig.4.30 mostrano in altre parole il comportamento degli autogate in ambiente non definito in termini di d.d.p.. Il miglior comportamento dell´OR rispetto all´AND puo´ consigliarne l´uso e puo´ d´altro canto essere migliorato cambiando il guadagno G in funzione di una stima a priori delle d.d.p. o meglio del fattore di forma che puo´ ad es. essere fatta leggendo il rapporto fra il piu´ alto ed il piu´ piccolo valore del campione sotto esame [28].

Lo schema a blocchi che ne deriva e´ riportato in fig. 4.31.

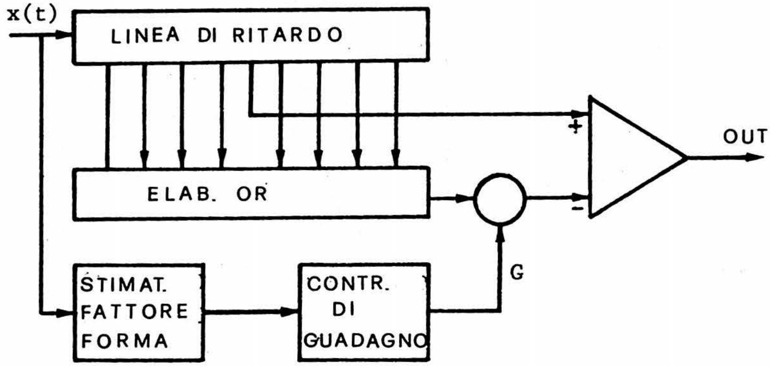


Fig.4.31 - Autogate OR modificato.

4.7. Probabilita' di rivelazione

Al fine di valutare la probabilita' di rivelazione e le perdite conseguenti nel caso di autogate (soglia fluttuante) converra' premettere una estensione di quanto analizzato nel par.1.8b) e c) nel caso si operi in

a) ambiente non gaussiano

Ricordando i modelli di clutter non gaussiani introdotti in tab.2.7, poiche' questi corrispondono a distribuzioni delle ampiezze (ossia dopo un ipotetico rivelatore di inviluppo), si pone il problema di definire la statistica delle due componenti (x e y) in media frequenza in modo da poter definire il rapporto segnale a rumore, conformemente a quanto fatto nella relazione (1.54) e la conseguente probabilita' di rivelazione.

In realta' e' immediato ritenere che ogni disturbo, sia clutter che rumore, abbia funzioni densita' di probabilita' di ampiezza e fase indipendenti e che la fase sia distribuita in modo uniforme (v. anche (1.36)).

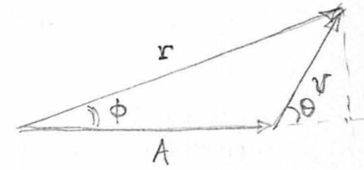
Allora e' possibile scrivere:

$$p(v,\theta) = p_c(v) \cdot p(\theta) = \frac{1}{2\pi} p_c(v) \qquad v \geq 0 \tag{4.50}$$

dove $p_c(v)$ e' definita nella tab.2.7.

Supponendo ora di aggiungere a detto disturbo un segnale sinusoidale di ampiezza A e fase nulla (assumendo quindi detto segnale per semplicita' come riferimento per le fasi); e' possibile scrivere:

$$(4.51)\qquad \begin{cases} r.\cos\phi = A + v.\cos\theta \\ r.\text{sen}\,\phi = v.\text{sen}\,\theta \end{cases}$$



da cui

$$(4.52)\qquad \begin{aligned} v &= \sqrt{A^2 + r^2 - 2\,A\,r\,\cos\phi} = f_1(r,\phi) \\ \theta &= tg^{-1}\,\frac{r\,\text{sen}\,\phi}{r\,\cos\phi - A} = f_2(r,\phi) \end{aligned}$$

che rappresentano le equazioni per passare dal piano (r,ϕ) a quello (v,θ).

Dalle trasformazioni (4.52) allora e' possibile valutare immediatamente [31] la densita' di probabilita' di (r,ϕ) data la (4.50):

$$(4.53)\qquad q(r,\phi) = p(v,\theta)\cdot |J|_{(r,\phi)} = p(f_1(r,\phi), f_2(r,\phi))\cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial r} & \frac{\partial f_2}{\partial r} \\ \frac{\partial f_1}{\partial \phi} & \frac{\partial f_2}{\partial \phi} \end{vmatrix}$$

Valutando lo Jacobiano e tenendo presente la (4.52) e (4.50) si ha invero dopo semplici passaggi:

$$(4.54)\qquad q(r,\phi) = \frac{1}{2\pi}\,p_c(v)\cdot\frac{r}{v}$$

dove $\quad v = \sqrt{A^2+r^2-2A\,r\,\cos\phi}$

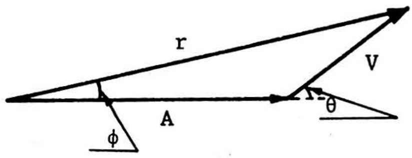


Fig.4.32 - Schematizzazione utile alla valutazione del rapporto segnale-rumore in ambiente non gaussiano.

Integrando la (4.54) su tutti i valori di ϕ e' possibile ottenere la densita' di probabilita' dell'uscita del rivelatore di inviluppo quando in media frequenza si e' aggiunto un segnale di ampiezza A: naturalmente per A=0 si ritorna alla d.d.p. del solo disturbo definito in tab.2.7.

Pertanto e' possibile scrivere le relazioni:

$$
(4.55) \qquad \begin{cases} P_{fa} = \displaystyle\int_T^{\infty} p_c(v)\, dv \\ P_D = \displaystyle\int_T^{\infty} dr \int_0^{2\pi} q(r,\phi)\, d\phi \end{cases}
$$

Al fine di completare il criterio di rivelazione, occorre pero' definire il rapporto segnale-rumore. Ricordando che nella eq.(1.54) s^2 e' stato introdotto come rapporto fra il valore efficace del segnale e il rumore inteso valutato sulla singola componente (x o y) v. (1.27) e (1.31), continuando con lo stesso criterio converra' valutare la potenza delle singole componenti (cartesiane) (che poi contribuiscono a realizzare la distribuzione di cui nella (4.5[illegible])); si ha allora facilmente con ovvia rappresentazione dei simboli:

$$
(4.56) \qquad \overline{x}^2 = \overline{y}^2 = \frac{1}{2}\iint (x^2+y^2)\, p(x,y)\, dx\, dy =
$$

$$
= \frac{1}{2}\iint v^2 p(v,\theta)\, dv\, d\theta = \frac{1}{2}\int v^2 p_c(v)\, dv
$$

Pertanto converra' definire il rapporto segnale-rumore:

$m_2 = 2N_c$ Roy.
$m_2 = N_c(1+m^2)$ Rice
$m_2 = V_m^2 e^{2\sigma_g^2}$ Log-Norm.
$m_2 = q^2 \cdot \Gamma(1+\frac{2}{\alpha})$

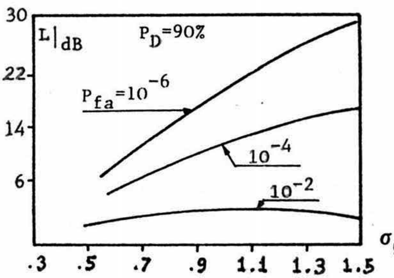
(4.57) $$s^2 = \frac{A^2}{m_2}$$

dove con m_2 si e' inteso il secondo momento della d.d.p. $p_c(v)$ (v. tab.2.7) e considerando i casi Weibull e Log-normale si ha immediatamente:

Per i momenti vedi pag 118

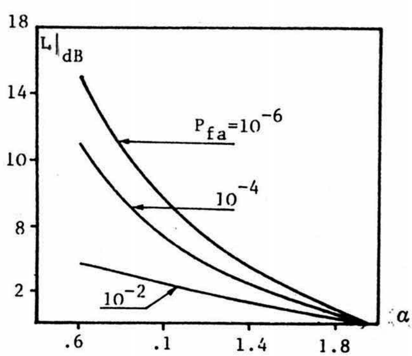
(4.58) $$\begin{cases} s_W^2 = \dfrac{A^2}{q^2\Gamma(1+\frac{2}{\alpha})} \\ s_{LN}^2 = \dfrac{A^2}{v_m^2} \cdot e^{-2\sigma_g^2} \end{cases}$$

Gamma



Perdite

a)



Perdite

b)

Fig.4.33 - Perdite di rivelazione relative al caso gaussiano per d.d.p.

a) Log-normale
b) Weibull

Introducendo la (4.58) nella (4.54), specializzata a seconda dei modelli (v. tab.2.7), e' possibile allora valutare (da (4.55)) la P_D per ogni valore di P_{fa} e quindi ottenere delle curve di sensibilita' che andranno paragonate a quelle di fig.1.16.

In fig.4.33 da [29] e [30] sono riportate le perdite che ne derivano per diversi valori di P_{fa} al variare dei fattori di forma σ_g e α.

Quanto detto ovviamente vale nel caso la soglia non fluttui, cio' avviene per certo negli

b) autogate

$$P_D = \int_0^{\infty} p(x,s)\,dx \int_0^{x/G} p_{OR}(y)\,dy$$

Al fine di valutare le caratteristiche di rivelazione dell'autogate OR converra' riprendere la (4.28) che puo' essere riscritta nel caso Rayleigh e tenendo presente le (4.22) e (4.23):

$$(4.59) \qquad P_D = \int_0^{\infty} \frac{x}{N_d}\, e^{-\left(\frac{x^2}{2N_d} + s^2\right)}\, I_0\!\left(\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{N_d}}\, s\right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{x^2}{2N_d G^2}}\right)^n dx$$

Sostituendo l'espressione della funzione di Bessel modificate di prima specie con lo sviluppo (v.(1.49)):

$$(4.60) \qquad I_0(z) = \sum_{i=0}^{\infty} z^{2i}/[2^{2i}(i!)^2]$$

e ponendo:

$$y = \frac{x}{\sqrt{2N_d}}$$

si ottiene

$$(4.61) \qquad P_D = \sum_{0}^{\infty}{}_i \int_0^{\infty} 2\,y\, e^{-y^2 - s^2}\, \frac{(2\,y\,s)^{2i}}{2^{2i}(i!)^2} \left(1 - e^{-\frac{y^2}{G^2}}\right)^n dy$$

da cui con ovvi passaggi:

$$(4.62) \qquad P_D = \sum_{0}^{\infty}{}_i \frac{s^{2i}}{(i!)^2}\, e^{-s^2} \sum_{0}^{n}{}_k \binom{n}{k}(-1)^{n-k} \cdot \int_0^{\infty} y^{2i}\, e^{-y^2\left(1 + \frac{n-k}{G^2}\right)}\, dy^2$$

L'integrale da calcolare e', a meno del fattore costante

$$\frac{1}{\left(1+\frac{n-k}{G^2}\right)^{i+1}}$$

del tipo

$$\int_0^{\infty} u^i e^{-u} du = \Gamma(i+1) = i! \tag{4.63}$$

Ne consegue:

$$P_D = e^{-s^2} \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^{n-k} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{s^{2i}}{i!} \frac{1}{\left(1+\frac{n-k}{G^2}\right)^{i+1}} \tag{4.64}$$

Poiche':

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{s^{2i}}{i!} \frac{1}{H^{i+1}} = \frac{1}{H} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(s^2/H)^i}{i!} = \frac{1}{H} e^{s^2/H} \tag{4.65}$$

risulta infine:

$$P_D = e^{-s^2} \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^{n-k} \frac{1}{1+\frac{n-k}{G^2}} e^{\frac{s^2}{1+\frac{n-k}{G^2}}} \tag{4.66}$$

$P_{fa} = P_D|_{s=0}$ Rivelazione

Si noti che la (4.30) e' ottenibile dalla (4.66) ponendo s=o, come e' implicito nella definizione di P_{fa} e P_D.

In fig.4.34 sono riportate le curve di rivelazione per un autogate OR nel caso n=8.

In fig. 4.35 e' riportato l'andamento di P_D (e P_{fa} (per $S/N \to 0$)) in funzione del guadagno G.

In fig.4.36 sono riportate le curve che danno l'andamento di P_D al variare del rapporto S/N per $P_{fa}=4 \cdot 10^{-3}$ per n=2,4,6 e 8. Accanto ad esse e' stata tracciata inoltre la curva relativa al caso di soglia non fluttuante, che corrisponde alla situazione limite al tendere di n ad infinito. Rispetto a questa curva si nota una perdita (v. fig.1.17) in S/N che e' quasi indipendente dal valore di P_D, ma cresce al

diminuire di n. Per n=6 e P_D=50% si ha una perdita di circa 3 dB e questa perdita come indicato piu' volte dipende dal fatto che la soglia non e' fissa ma fluttuante e come tale equivale alla inserzione di un rumore all'ingresso dell'elemento di decisione.

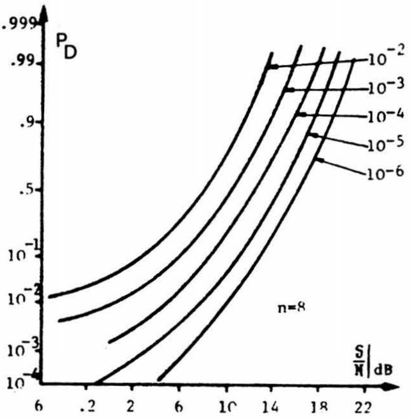


Fig.4.34 - Curve di rivelazione per un autogate OR (n=8)

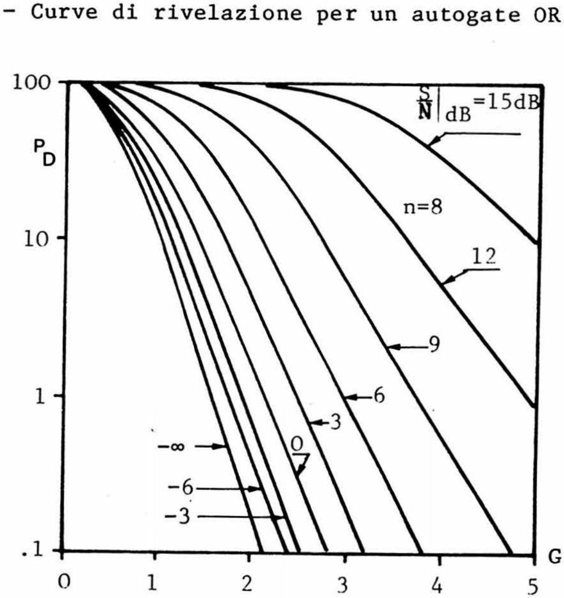


Fig.4.35 - Andamento della probabilita' di rivelazione in funzione di G per n=8.

Naturalmente quando si opera con l'elaboratore AND l'analisi va completamente rifatta, magari operando con le funzioni caratteristiche. In ogni caso per il teorema del limite centrale la soglia tendera' ad avere, per n sufficientemente elevato, una distribuzione gaussiana e quindi la valutazione delle perdite puo' essere condotta con la stessa tecnica indicata nel par.4.4.

In ogni caso la valutazione delle perdite di sensibilita' degli autogate OR ed AND conduce ai risultati (validi per $P_D \geq 50\%$) riportati (da [14]) in figg.4.37a) e b), in cui e' mostrata la dipendenza dal valore di P_{fa}, per diversi valori di n. Appare immediato considerare che per $P_{fa} \to 1$, allora $G \to o$ e quindi le perdite diminuiscono come effetto della diminuzione delle fluttuazioni sulla soglia.

D'altro canto gli andamenti di fig.4.37 possono essere approssimati nell'andamento di fig.4.38 (da [15]) nel caso di un elaboratore AND. Questa curva mostra la perdita in funzione di x/n, dove x e' l'esponente relativo alla probabilita' di falso allarme (per $P_{fa}=10^{-6} \to x=6$) ed n e' il numero dei campioni di rumore o celle in distanza che vengono mediate. Detto andamento e' da ritenersi attendibile per valori di P_D usuali (>50%).

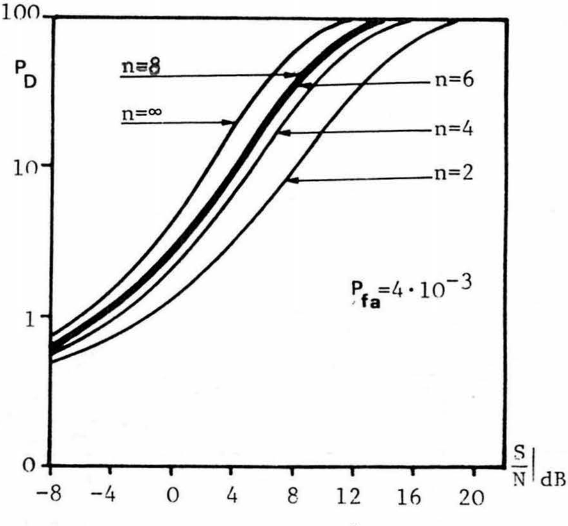


Fig.4.36 - Andamento della probabilita' di rivelazione in funzione del rapporto segnale/rumore.

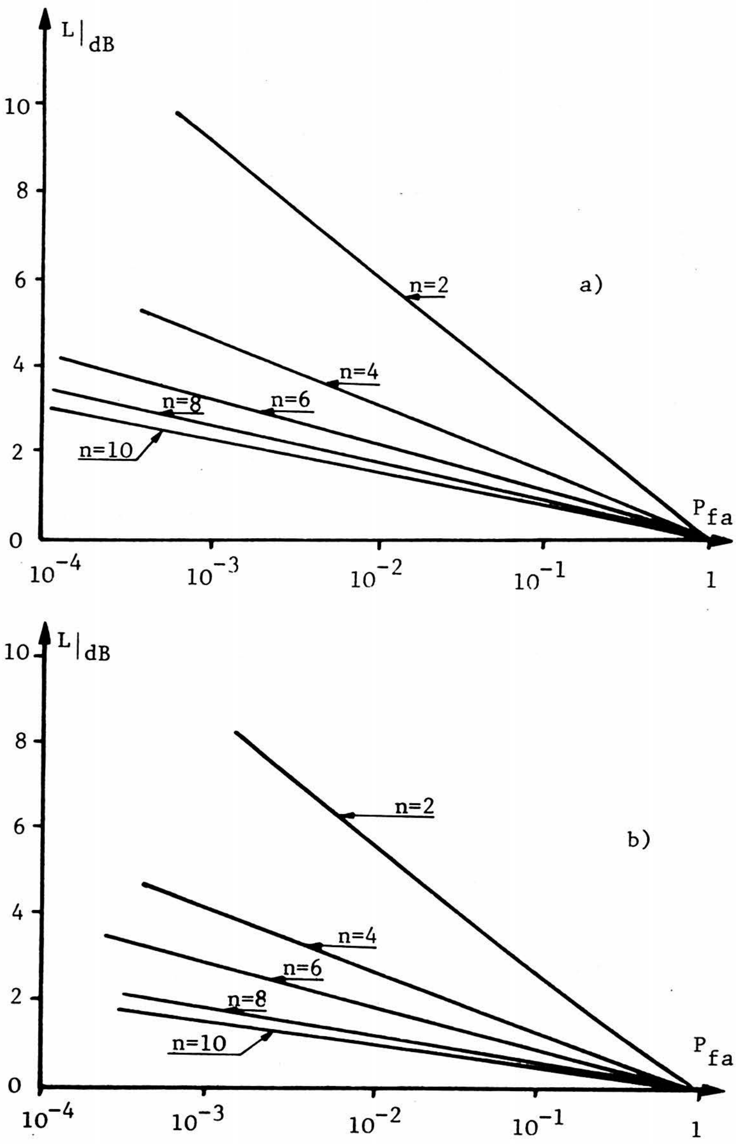


Fig.4.37 - Perdite in sensibilita' [14] al variare della P_{fa} e del numero di prese

a) autogate OR

b) autogate AND

Nel caso si vogliano analizzare le perdite in ambiente non gaussiano il problema da un punto di vista analitico si complica notevolmente, peraltro equazioni del tipo delle (4.27) e (4.28) sono sempre applicabili, specializzando le distribuzioni nelle (4.54) e nelle $p_c(v)$ di tab.2.7.

Operando con tecniche di integrazione numerica sono state ricavate le curve di rivelazione e quindi le perdite in relazione all'ambiente gaussiano, come riportate in fig. 4.39 nel caso di autogate OR per n=8 in ambiente Weibull. Al fine di valutare dette perdite in relazione a quelle proprie della distribuzione Weibull per soglie fisse gli andamenti di fig.4.39 andranno paragonati a quelli di fig.4.33b) e l'estensione al caso Log-normale puo' essere fatta facilmente considerando la relazione fra α e σ_g (v. ad es. fig.4.27).

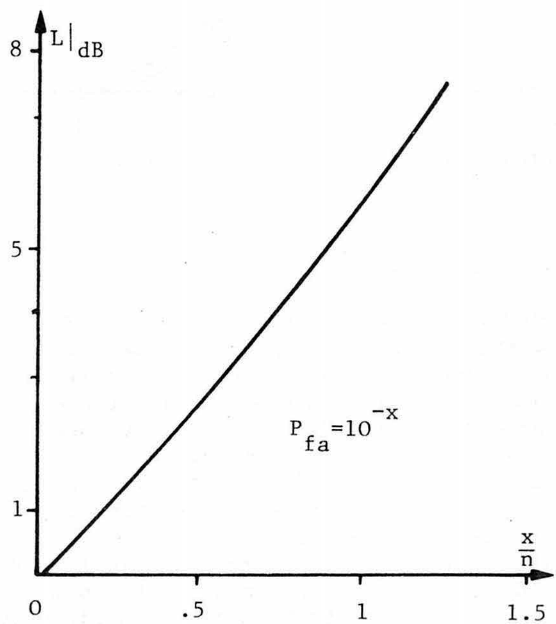


Fig.4.38 - Andamento delle perdite di un autogate AND (da [15]).

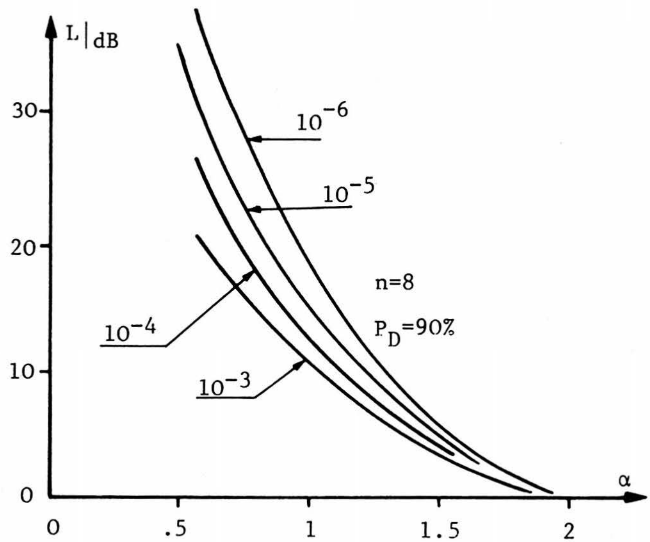


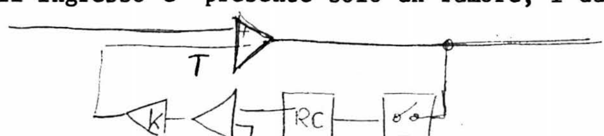
Fig.4.39 - Perdite di un autogate OR in ambiente Weibull.

4.8. Adattivita´ a fluttuazioni lente

Come soluzione <u>limite</u> di un autogate e´ pensabile quella che realizza una soglia praticamente non fluttuante, adattandosi ad esempio in una zona che puo´ essere il "tempo morto" del radar, ossia dove non sono da attendersi echi di ritorno e comprendente una larga zona utile per effettuare una stima ottima della soglia stessa. Con tale tecnica si puo´ correre dietro, realizzando il CFAR, solo a fluttuazioni lente del rumore, ad esempio per instabilita´ termiche del guadagno di media frequenza.

E´ possibile pensare ad una pratica soluzione di questo sistema, considerando l´utilizzazione di un "loop" campionato (nella zona di analisi) come descritto in fig.4.40.

La sequenza degli impulsi che superano la soglia T opportunamente campionata in C viene inviata in un filtro passa basso (ad es. di tipo RC come schematicamente indicato in fig.4.40) che costituisce il lettore di probabilita´, la cui uscita viene portata ad un circuito in cui viene fatta la differenza con un segnale V_o impostato dall´esterno. Se all´ingresso e´ presente solo un rumore, i due segnali sud-



detti rappresentano il valore desiderato della P_{fa}, valore determinato dal livello del rumore d'ingresso (V). La differenza tra queste due tensioni viene esaltata a va a costituire la soglia T.

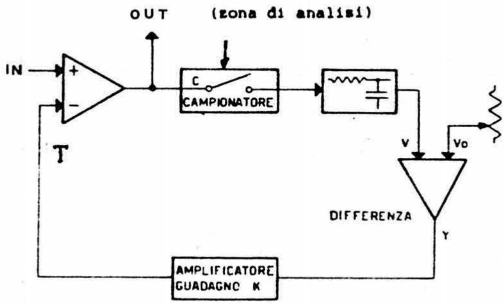


Fig.4.40 - Schema a blocchi del generatore di soglia lenta.

Data la natura del circuito si raggiungera' una situazione di regime in cui V e V_o tendono a copiarsi.

Questa condizione e' indipendente dalla varianza del rumore in ingresso entro ampi limiti; il circuito dunque presenta una caratteristica CFAR.

4.9. La tecnica dei "ranghi"

Questo circuito ("rank detector") rassomiglia ad un autogate.

Il "video" centrale di fig.4.13 o segnale di riferimento viene comparato con i singoli segnali presenti nelle singole uscite della linea di ritardo. In altre parole sono necessari n comparatori: ogni comparatore da' luogo ad un segnale che puo' essere un "1" o uno "0". Il rango e' ottenuto facendo la somma degli "1" delle uscite dei comparatori, in altre parole, ad ogni segnale di riferimento e' associato un rango che indica l'ordine di apparizione del segnale di riferimento. La sequenza dei ranghi di uscita e' un nuovo segnale ancora di tipo "video" espresso in forma numerica ed il livello di rumore o disturbo appare normalizzato. Infatti ipotizzando una eguale distribuzione $p_c(v)$, presente in ogni uscita della linea di ritardo di fig.4.41 la probabilita' del rango ν e' data dalla probabilita' di un certo valore v

$$P(\nu) = \binom{n}{\nu} \cdot P(1)^{\nu} \cdot [1 - P(1)]^{n-\nu}$$

† combinazioni semplici di n oggetti

Pc(v) = Densità di prob. Prob. che il detector abbia un livello fra v e v+dv. Supponendo che tutte le uscite abbiano uguale Pc(v) allora

 la prob. che la i-esima uscita sia < dell'uscita centrale è

nella presa centrale, mentre ν uscite siano a livello inferiore e n−ν superiore. Ipotizzando grandezze indipendenti sulle singole prese e′ possibile allora scrivere.

Prob. che ν linee su n abbiano l'ingresso compreso fra 0 e v

$$(4.67) \qquad P(\nu) = \int_0^\infty p_c(v)\binom{n}{\nu}\,[1-P(v)]^{n-\nu}P^{\nu}(v)\;dv =$$

$$= \binom{n}{\nu}\int_0^\infty [1-P(v)]^{n-\nu}\,.\,P^{\nu}(v)\,dP(v)$$

essendo

i comparatori danno 1 se la linea centrale è > della i-esima linea.

$$P(v) = \int_0^v p_c(x)\;dx$$

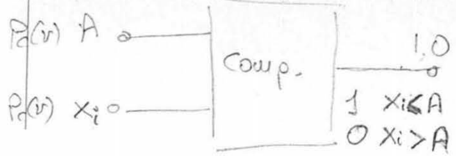
Probab. che la i-esima linea sia compreso tra 0 e v

La (4.67) puo′ essere riscritta con un cambiamento di variabili (v. [32]):

$$(4.68) \qquad P(\nu) = \binom{n}{\nu}\int_0^1 (1-y)^{n-\nu}y^{\nu}\;dy =$$

$$= \binom{n}{\nu}\cdot\frac{\Gamma(n-\nu+1)\;.\;\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(n+2)} = \frac{n!}{\nu!(n-\nu)!}\;\frac{(n-\nu)!\nu!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1}$$

In altre parole il rango dovuto a densita′ di probabilita′ qualsiasi ma identiche nelle singole uscite della linea di ritardo ha, come appare intuitivo, una distribuzione piatta, ossia l′uscita e′ rappresentata da un segnale codificato in n+1 valori numerici a distribuzione uniforme, qualunque sia la distribuzione di ingresso. Naturalmente la presenza di un segnale sulla presa centrale specializza un particolare rango, aumentando la probabilita′ al di sopra del livello 1/(n+1) della eq. (4.68). La rivelazione puo′ essere ottenuta predisponendo una soglia sul rango superiore: ci si riconduce ad un autogate OR con G=1. Naturalmente tecniche di integrazioni azimutali potranno servire (come descritto nel seguito) ad ottimizzare le condizioni operative. In ogni caso dalle considerazioni di cui sopra appare immediato ritenere che il "rank detector" ha caratteristica CFAR ed in particolare ha un comportamento indipendente dal tipo di disturbo.



$$P(1) = \int_0^\infty \left[\int_0^v P_c(x)\,dx \right] \cdot P_c(v)\,dv$$

$$P(\nu) = \binom{n}{\nu} \cdot P(1)^{\nu} \cdot P(0)^{n-\nu} = P(1)^{\nu} \cdot [1-P(1)]^{n-\nu} \cdot \binom{n}{\nu}$$

$P_c(v)$

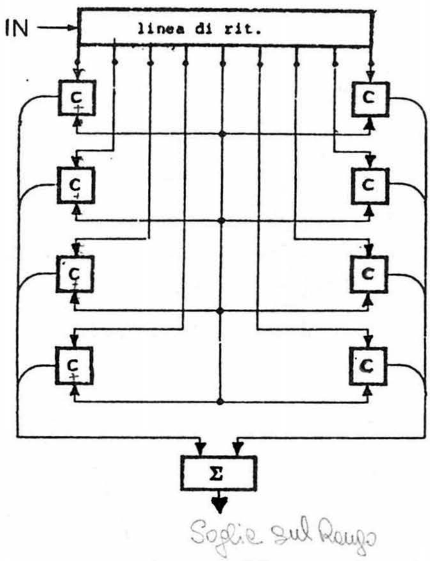


Fig.4.41 - Schematizzazione della tecnica dei ranghi.

Per quanto concerne il problema della sensibilita', questo e' stato affrontato [5] considerando il rapporto segnale a rumore dopo integrazione secondo un metodo analogo a quello che verra' indicato per analizzare il limitatore duro. In ogni caso e' possibile considerare le perdite come costituite da due termini:

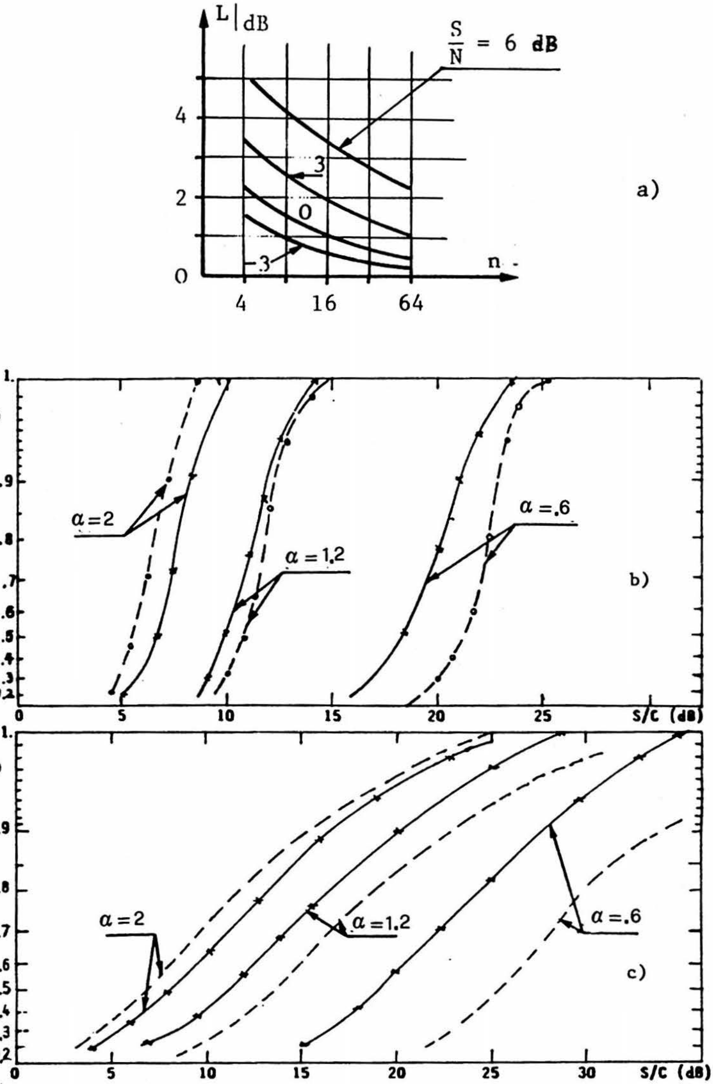
. un termine dovuto alla quantizzazione che per n>5÷8 diviene trascurabile;

. un termine dovuto alla limitata dinamica dei segnali utili, infatti il massimo segnale di uscita diviene pari al massimo livello del rumore (valutato in assenza del segnale).

Questo termine e' quello rilevante ed in fig. 4.42 e' riportato il suo andamento in funzione di n per diversi valori del rapporto S/N riportato in ingresso.

Il problema della rivelabilita' in ambiente Weibull e' stato affrontato in [33] comparando il comportamento di un autogate AND con il "rank detector" considerando anche modelli di Swerling 1 e 2. In particolare sono stati ottenuti

gli andamenti di fig.4.42 b), c) e d) da cui risulta immediato come la tecnica dei ranghi presenti vantaggi notevoli man mano ci si allontani dall'ambiente gaussiano.



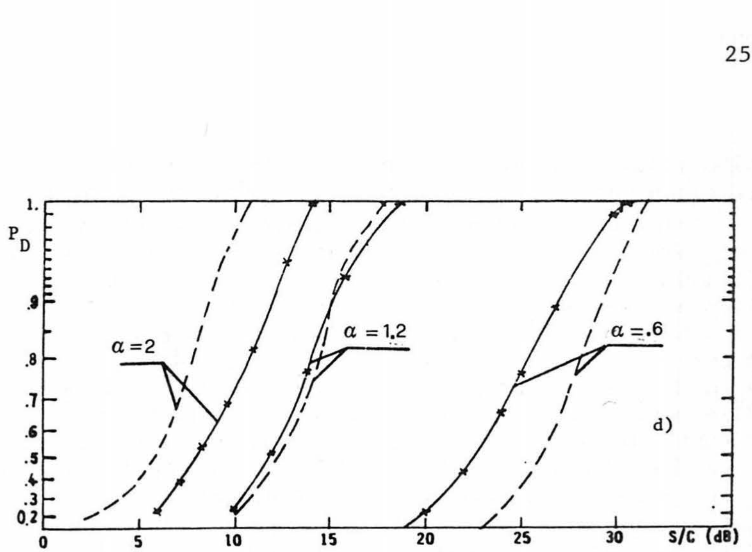


Fig.4.42 - Comportamento della tecnica dei ranghi
a) perdite in ambiente gaussiano
b) curve di sensibilita´: bersaglio non fluttuante (celle in distanza n=16, impulsi integrati N=10)
c) come b) bersaglio modello Sw. 1
d) come b) bersaglio modello Sw. 2

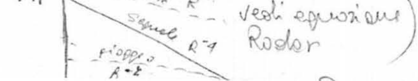
4.10. Controlli sulla distribuzione di ingresso all´elemento di decisione

Le tecniche proposte in letteratura per ottenere il CFAR possono in realta´ discostarsi dalle soluzioni proposte nei paragrafi che precedono. Infatti e´ possibile agire anche sul guadagno della media frequenza ottenendo un

a) STC - Sensitivity Time Control

ossia un controllo programmato nel tempo per modo che il clutter si presenti allo stesso livello del rumore. In altre parole si tratta di realizzare delle leggi di controllo del guadagno complementari a quelle della variabilita´ del clutter con la distanza o tempo (v. (2.16) e (2.19)). In realta´ nella maggior parte dei casi si lavora a distanze inferiori alla critica. (la distanza critica è quella dell'orizzonte) Pag 96 cap 2.7

Un modo molto semplice per ottenere questa legge e´ quello di agire sul controllo di guadagno di una media frequenza (di tipo lineare). Infatti agire in video implicherebbe la conservazione della dinamica, fatto per lo meno (nei circuiti precedenti)



(vedi equazioni Radar) vedi curve 2.2 e

molto critico in praticasenza ricorrere a tecniche di compressione della dinamica come sara´ indicato nel seguito.

Inoltre, usualmente, l´operatore stesso potra´ manualmente controllare la legge agendo sull´attenuazione vicina e/o sulla pendenza della legge onde ottenere il CFAR. Cio´ diventa problematico se la distribuzione del clutter varia con l´angolazione relativa alla postazione radar. Si impone in questo caso o un STC adattivo [3] o il rilevamento di una mappa di clutter se questo e´ sufficientemente stabile come nelle postazioni fisse dei radar. L´adattivita´ puo´ essere ottenuta discriminando il clutter dal segnale o sulla base della distribuzione nello spazio o estrapolando il clutter da uno sweep precedente. Detta estrapolazione puo´ essere eventualmente realizzata solo sul valore della attenuazione iniziale, mentre la legge puo´ essere programmata, ad es., secondo R^{-3}.

Altre tecniche di STC possono essere realizzate combinando convenientemente i ritorni da due antenne (o semplicemente da due feed) il cui diagramma di irradiazione sia diversamente dislocato in elevazione. In particolare e´ possibile prelevare le informazioni dell´antenna puntata piu´ in alto in zone vicine e poi prendere contributi da quella piu´ bassa man mano che si considerano segnali lontani.

Tutto cio´ potra´ essere adattato all´ambiente secondo tecniche cui verra´ fatto cenno nel seguito.

Un altro modo per realizzare la condizione CFAR e´ quello di lavorare direttamente sulla distribuzione del clutter mediante il ricevitore

Fast time constant

b) Log - FTC

E´ noto come i dispositivi la cui funzione di trasferimento e´ esprimibile da una legge logaritmica del tipo

$$y = \ln x \tag{4.69}$$

godano della proprieta´ che ad un ingresso descritto da una funzione di densita´ di probabilita´ Rayleigh (fig.4.43a) corrisponda in uscita un segnale la cui densita´ di probabilita´, che e´ del tipo di quella riportata in fig.4.43b), si comporti in modo tale che, cambiando la varianza del segnale d´ingresso, non cambia se non nel valor medio: il valore della deviazione standard, costante, e´ pari a: $\pi/\sqrt{24}$.

Infatti, data la densita´ di probabilita´ di x di tipo Rayleigh:

$$(4.70) \qquad p(x) = \frac{x}{N_d}\, e^{-\frac{x^2}{2N_d}}$$

dalla

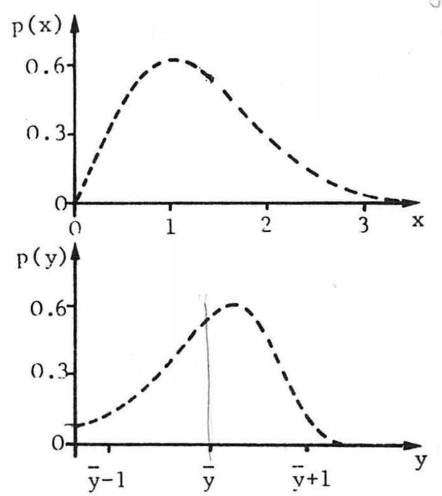
$$(4.71) \qquad q(y)dy = p(x)dx$$

si ha

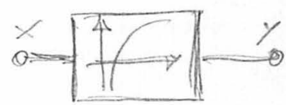
$$(4.72) \qquad q(y) = p(x)\left.\frac{dx}{dy}\right|_y$$

$x = e^y$

$\frac{dx}{dy} = e^y$



a)



b)

Fig.4.43 a) - Densita' di probabilita' Rayleigh all'ingresso di un dispositivo logaritmico.
b) - Densita' di probabilita' all'uscita del dispositivo logaritmico per un ingresso come in a).

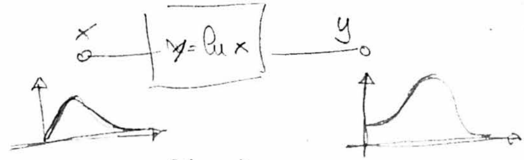
Poiche' dalla (4.69) si ha $x=e^y$, allora la (4.72) diviene facilmente:

$$(4.73) \qquad q(y) = e^y\, \frac{e^y}{N_d}\, e^{-\frac{e^{2y}}{2N_d}}$$

$= \frac{e^{2y}}{N_d}\, e^{-\frac{e^{2y}}{2N_d}}$

ponendo $N_d = e^{2\mu}$ si ha:

$q(y) = e^{2(y-\mu)} \cdot e^{-\frac{e^{2(y-\mu)}}{2}} = f(y-\mu)$



$$(4.74)\qquad q(y) = e^{2(y-\mu)}\, e^{-\frac{e^{2(y-\mu)}}{2}} = f(y-\mu)$$

ossia al variare della N_d non si ottiene che una traslazione della densita' di probabilita'.

D'altro lato si ha:

Valore medio

$$(4.75)\qquad \bar{y}=\int_{-\infty}^{\infty} yq(y)dy=\int_{0}^{\infty} \ln x . p(x)dx =$$

$$=\int_{0}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{N_d}} \ln x \, d\frac{x^2}{2N_d} = \frac{1}{4N_d}\int_{0}^{\infty} e^{-\frac{z}{2N_d}} \ln z dz =$$

$$= \frac{1}{4N_d}\{-2N_d(C-\ln 2N_d)\}$$

dove C e' la costante di Eulero.

Analogamente:

$$(4.76)\qquad \overline{y^2}=\int_{-\infty}^{\infty} y^2 q(y)dy=\int_{0}^{\infty} (\ln x)^2 p(x)dx=\frac{1}{8N_d}\int_{0}^{\infty} e^{-\frac{z}{2N_d}} (\ln z)^2 dz=$$

$$= \frac{1}{8N_d}\{2N_d[\frac{\pi^2}{6} + (C-\ln 2N_d)^2]\}$$

allora

$$(4.77)\qquad \overline{\sigma_y^2} = \overline{y^2} - \bar{y}^2 = \frac{\pi^2}{24}$$

I risultati di cui sopra possono essere estesi facilmente al caso Weibull (v. tab.2.7) e la (4.74) diviene

$$(4.78)\qquad q(y) = \alpha\, e^{\alpha(y-\mu)} . e^{-e^{\alpha(y-\mu)}} \qquad \text{dove} \quad q = e^{\mu}$$

e nel caso Log-normale

$$(4.79) \qquad q(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_g} e^{-\frac{[y-\ln v_m]^2}{2\sigma_g^2}}$$

che risulta una distribuzione di tipo gaussiana con varianza σ_g^2; si ricordera' che σ_g puo' variare da 0.5 a 1.1 in funzione della forza del mare (v. tab. 2.7).

E' chiaro allora come eliminando il valor medio l'uscita di un dispositivo logaritmico presenta per proprio conto una caratteristica CFAR, in quanto indipendente dalla potenza del segnale di ingresso, ma e' anche evidente come tale caratteristica non sia indipendente dalla distribuzione e varia cioe' non solo passando dai casi Rayleigh a quelli descritti dalle funzioni Weibull e Log-normale, ma anche per questi al variare di α e σ_g (cioe' al variare ad es. dalla forza del mare).

Tale situazione e' descritta per la Log-normale nella fig.4.44 ove, per la distribuzione Rayleigh e tre casi di distribuzione log-normale, e' riportata la probabilita' di superare una soglia T al variare della soglia stessa.

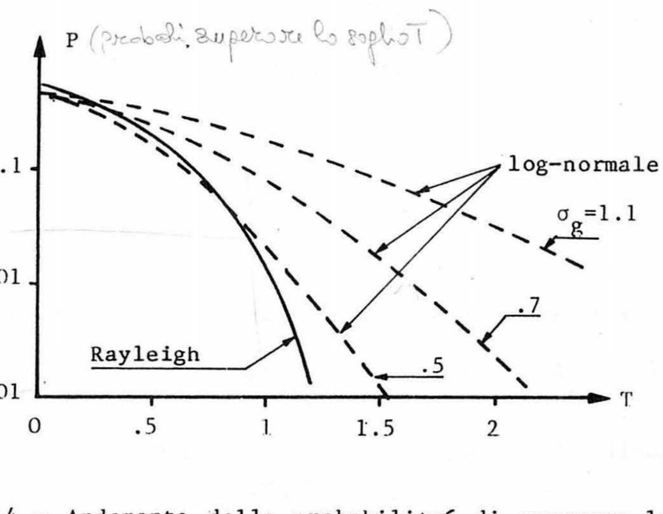
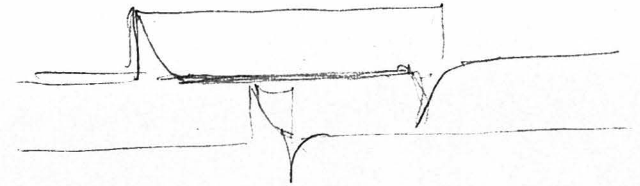


Fig.4.44 - Andamento della probabilita' di superare la soglia T, per distribuzioni in uscita dal dispositivo logaritmico (d.d.p. Rayleigh e L.N.).

E' facile notare come, con una attenuazione funzione della forza del mare, e' possibile realizzare una distri-



buzione indipendente da σ_g. Si tratta di una attenuazione massima di circa 6 dB, che permette di adagiare tutti gli andamenti di fig.4.44 relativi alla distribuzione log-normale su quello a $\sigma_g=0.5$ (mare forza 1), cosi' da realizzare uno scostamento minimo da quello relativo alla d.d.p. Rayleigh. Naturalmente una attenuazione come quella posta a priori puo' essere automatizzata solo se fosse presente una indicazione della forza del mare.

In ogni caso la eliminazione del valor medio in uscita di un amplificatore logaritmico e' realizzata usualmente da un circuito differenziatore (FTC - Fast Time Constant) del tipo di quello riportato in fig.4.45.

Il diodo ha la funzione di recuperare sulla coda del segnale, cosi' che un piccolo segnale seguente a quello differenziato (che simula un disturbo impulsivo) possa ancora essere visualizzato ad opera di una soglia del tipo di quella tratteggiata nella stessa fig. 4.45.

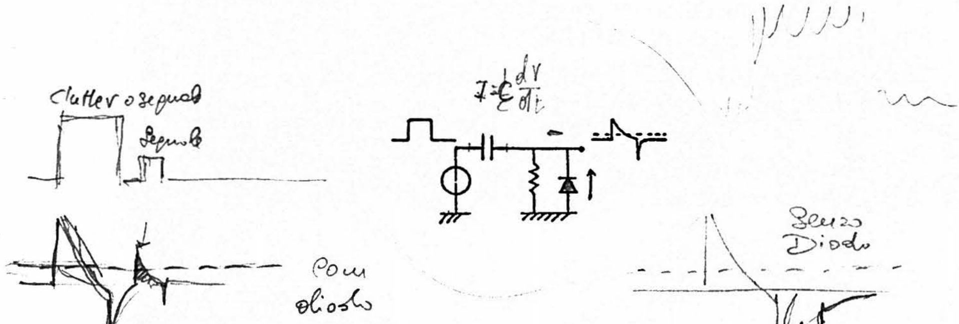


Fig.4.45 - Circuito FTC.

4.11. Realizzazione pratica di amplificatori logaritmici

Converra' ricordare tre tecniche base per realizzare amplificatori logaritmici [6] [7] a media frequenza:

a) amplificatore logaritmico a rivelazione
b) " " vero
c) " " operazionale

L'amplificatore logaritmico a rivelazione e' realizzato secondo lo schema di fig.4.46a), dove il singolo amplificatore ha la caratteristica ancora riportata in fig.4.46b) ossia per un ingresso che supera un certo livello T esso da'

un´uscita costante, ossia limitata. In fig.4.46a) sono riportati solo 4 stadi per ragioni di semplicita´, in realta´ il numero degli stadi e´ condizionato dalla precisione della caratteristica desiderata come verra´ indicato nel seguito.

Ad ogni stadio corrisponde un rivelatore (schematizzato da un diodo) e le uscite vengono sommate. Allora detta

$$(4.80)\qquad \begin{cases} y = \alpha x & x \leq T \\ y = \alpha T & x \geq T \end{cases}$$

la caratteristica del singolo stadio, globalmente per i quattro stadi di fig.4.46 si ha per i relativi inviluppi:

$$(4.81)\qquad \begin{cases} y = \alpha^4 x + \alpha^3 x + \alpha^2 x + \alpha x & \text{per } x \leq T/\alpha^3 \\ y = \alpha T + \alpha^3 x + \alpha^2 x + \alpha x & \text{per } T/\alpha^3 \leq x \leq T/\alpha^2 \\ y = 2\alpha T + \alpha^2 x + \alpha x & \text{per } T/\alpha^2 \leq x \leq T/\alpha \\ y = 3\alpha T + \alpha x & \text{per } T/\alpha \leq x \leq T \\ y = 4\alpha T & \text{per } T \leq x \end{cases}$$

I punti di transizione allora divengono:

$$(4.82)\qquad \begin{cases} y = \alpha T + T + T/\alpha + T/\alpha^2 & \text{per } x = T/\alpha^3 \\ y = 2\alpha T + T + T/\alpha & \text{per } x = T/\alpha^2 \\ y = 3\alpha T + T & \text{per } x = T/\alpha \\ y = 4\alpha T & \text{per } x = T \end{cases}$$

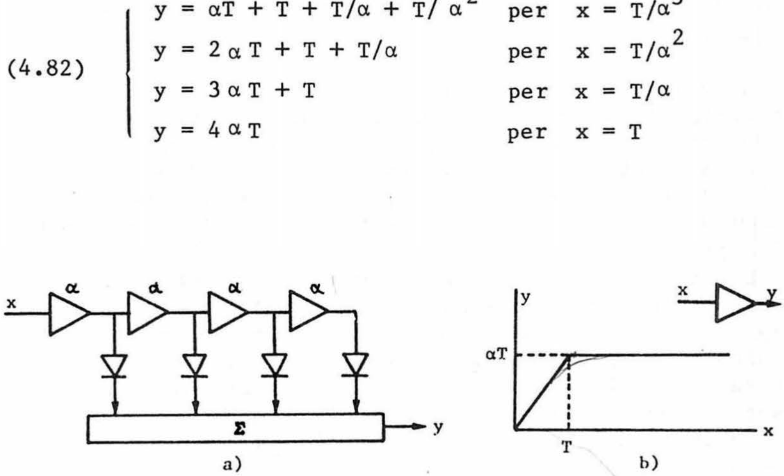


Fig.4.46 - Schematizzazione di un amplificatore logaritmico.

I termini successivi al primo nelle espressioni (4.81) e (4.82) sono normalmente piccoli, pertanto nei limiti di questa approssimazione vale la relazione di logaritmicita' come riportata in fig.4.47.

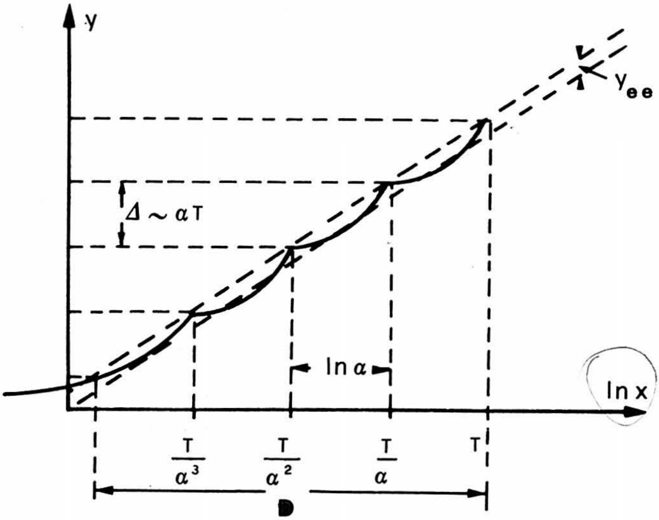


Fig.4.47 - Caratteristica logaritmica dell'amplificatore di fig.4.46.

Naturalmente tra i punti caratterizzati dalla (4.82) la caratteristica (4.81) e' lineare quindi in fig.4.47 la caratteristica diviene come una successione di archi.

Da un amplificatore del tipo descritto non e' possibile pero' estrarre il segnale a frequenza intermedia in relazione logaritmica con l'ingresso data la costituzione propria dell'amplificatore.

D'altro lato, come verra' evidenziato nel seguito, in alcune applicazioni radar appare essenziale elaborare il segnale prima della rivelazione, cio' e' particolarmente vero nei sistemi MTI (Moving Target Indicator) e quindi appare necessario realizzare un amplificatore logaritmico tra l'ingresso e l'uscita tutto a frequenza intermedia.

Un tale amplificatore e' detto amplificatore logaritmico vero.

Esso puo' essere ottenuto con una successione di amplificatori con doppio guadagno con un solo rivelatore finale, come riportato in fig.4.48, dove e' schematizzato il caso di quattro stadi conformemente a quanto riportato nel caso pre-

cedente in fig.4.46. In questo caso si ottiene una risposta logaritmica precisa se al di sopra di un certo livello T il guadagno e´ unitario, mentre al di sotto dello stesso T il guadagno e´ α.

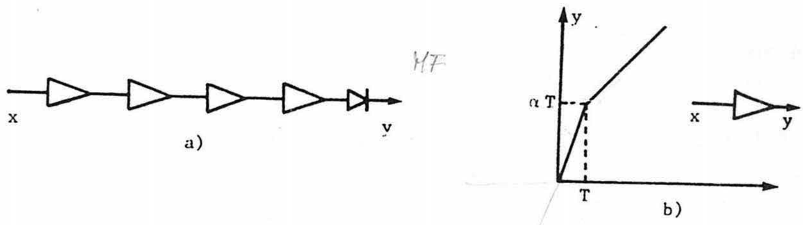


Fig.4.48 - Schematizzazione di un amplificatore log vero.

La realizzazione pratica dello stadio di cui in fig. 4.48b) puo´ essere fatta cambiando guadagno al di sopra di un certo livello, applicando ad es. due diodi sul circuito di accordo dello stadio come riportato in fig.4.49. In realta´ con questa soluzione si hanno stadi con larghezza di banda variabile, fatto che deve essere tenuto in debito conto.

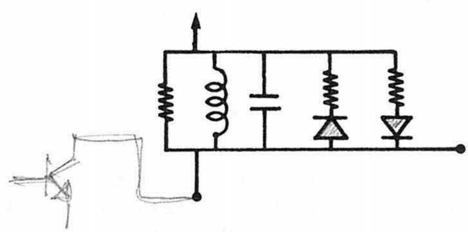


Fig.4.49 - Tecnica di variazione del guadagno.

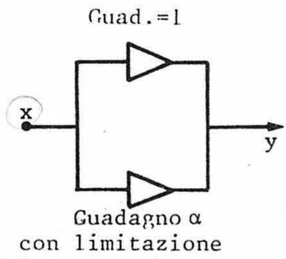


Fig.4.50 - Parallelizzazione di stadi per ottenere la caratteristica di fig.4.48b).

Una diversa soluzione e' quella indicata in fig.4.50 [8] che, pur presentando dei problemi di fase nel punto di somma dei due contributi, si e' rivelato estremamente efficiente. D'altro canto per lo stadio di fig.4.48b) e' possibile scrivere:

$$(4.83)\qquad \begin{cases} y = \alpha x & x \leq T \\ y = (\alpha-1)T + x & x \geq T \end{cases}$$

per cui per l'intera catena di fig.4.48a) si ha:

$$(4.84)\qquad \begin{cases} y = \alpha^4 x & x \leq T/\alpha^3 \\ y = (\alpha-1)T+\alpha^3 x & T/\alpha^3 \leq x \leq T/\alpha^2 \\ y = 2(\alpha-1)T+\alpha^2 x & T/\alpha^2 \leq x \leq T/\alpha \\ y = 3(\alpha-1)T+\alpha x & T/\alpha \leq x \leq T \\ y = 4(\alpha-1)T+x & T \leq x \end{cases}$$

Allora nei punti di transizione hanno valore le

$$(4.85)\qquad \begin{cases} y = (\alpha-1)T+T & x = T/\alpha^3 \\ y = 2(\alpha-1)T+T & x = T/\alpha^2 \\ y = 3(\alpha-1)T+T & x = T/\alpha \\ y = 4(\alpha-1)T+T & x = T \end{cases}$$

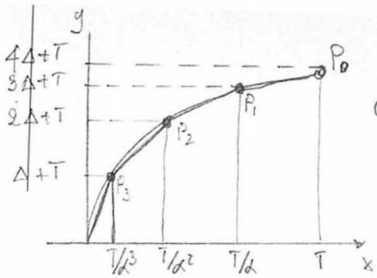
che quindi si trovano allocati proprio sulla caratteristica logaritmica a meno di un termine di traslazione. Si ha ancora una legge analoga a quella riportata in fig.4.47, dove $\Delta \simeq (\alpha-1)T$ che si prolunga nella zona superiore a T.

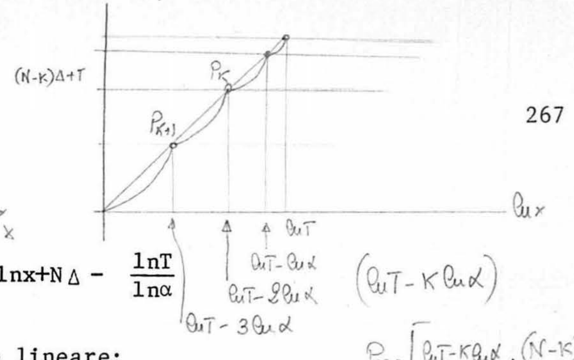
A questo punto converra' analizzare lo scostamento della linearita' y_{ee}.

Dati due punti caratteristici sulla curva logaritmica di fig.4.47 (v. (4.82) e (4.85)):

$$(4.86)\qquad \begin{cases} x = T/\alpha^{k} & y = (N-k)\,\Delta \quad \text{per } k=0,1..N-2 \\ x' = T/\alpha^{k+1} & y' = (N-k-1)\,\Delta \end{cases}$$

dove N e' pari al numero degli stadi, la legge logaritmica che passa tra di essi diviene:





$$(4.87) \qquad y = \frac{\Delta}{\ln\alpha}\ln x + N\Delta - \frac{\ln T}{\ln\alpha}$$

e la relativa legge lineare:

$$(4.88) \qquad y = \frac{\alpha^{k+1}}{T(\alpha-1)}x + (N-k)\Delta - \frac{\alpha}{\alpha-1}\Delta$$

Facendo la differenza fra la (4.87) e la (4.88) e derivando rispetto a x si ottiene lo scostamento massimo in corrispondenza a:

$$(4.89) \qquad x = \frac{T(\alpha-1)}{\alpha^{k+1}.\ln\alpha}$$

Valutando ora la differenza fra la (4.87) e la (4.88) nel punto (4.89) e normalizzando detto valore alla pendenza della legge logaritmica (4.87) cosi´ da riportarlo sull´asse delle ascisse si ha

$$(4.90) \qquad \delta = \left.\frac{y_{ee}}{\frac{\Delta}{\ln\alpha}}\right|_{max} = \ln\frac{\alpha-1}{e.\ln\alpha} + \frac{\ln\alpha}{\alpha-1}$$

Per come posto δ e´ espresso in unita´ neperiane e per riportarlo in dB si dovra´ operare nel seguente modo:

$$(4.91) \qquad \delta_{dB} = 20\log_{10}e \cdot \frac{\delta}{2} = 10\{\log\frac{\alpha-1}{e.\ln} + \frac{\log\alpha}{\alpha-1}\}$$

avendo considerato δ dimezzato onde valutare lo scostamento rispetto al valore mediano.

In fig.4.51 e´ riportato l´andamento di δ_{dB} in funzione del guadagno per stadio $G=20\cdot\log\alpha$.

Converra´ puntualizzare come detto errore di approssimazione dipenda solo dal guadagno per stadio ed in pratica l´andamento di fig.4.51 e´ un andamento limite, infatti nelle realizzazioni pratiche le discontinuita´ di fig.4.47 non sono presenti, ma si tratta di andamenti continui. Cio´ vuol dire che in pratica l´errore di fig.4.51 potra´ essere rite-

nuto anche come picco-picco.

Osservando poi l´andamento di fig.4.47 e´ chiaro che la dinamica dell´intero amplificatore logaritmico dipende dal numero di spezzate, ossia dal numero degli stadi di fig.4.46 e fig.4.48 (aumentato dell´unita´ nel caso dell´amplificatore log vero):

(4.92) $$D = (N+1)G$$

Particolari considerazioni vanno fatte sulla larghezza di banda. Appare chiaro innanzitutto come sia ben differente restringere la banda (portandola vicino a quella ottima secondo i criteri che sono stati evidenziati nel cap.1) all´inizio o alla fine dell´amplificatore logaritmico.

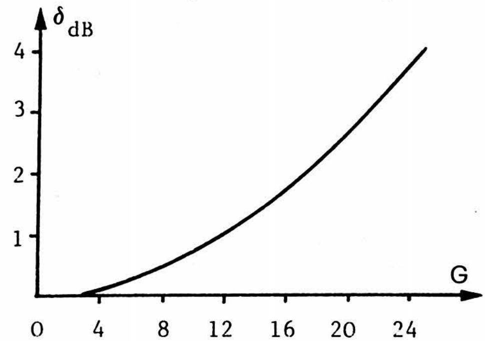


Fig.4.51 - Errore di approssimazione in funzione del guadagno per stadio.

Ricordando che il "decay" della risposta impulsiva ad un circuito accordato e´ di tipo esponenziale, e´ facile rendersi conto come la risposta impulsiva di un amplificatore, con la banda stretta che precede gli stadi logaritmici, presenta una lunga coda di tipo lineare che per certo non e´ presente se il restringimento avviene alla fine, cio´ che non e´ possibile nella soluzione di fig.4.46.

Dalle considerazioni cui sopra insieme alla necessita´ di un ottimo filtraggio in media frequenza ed ai problemi pratici di avere stadi a larga banda, si deduce che la selettivita´ di un amplificatore IF di tipo log e´ argomento che va affrontato volta per volta.

Conviene ora dare un cenno agli amplificatori logaritmici operazionali.

E´ noto come un amplificatore video logaritmico possa far uso della caratteristica esponenziale di un diodo

$$(4.93) \qquad I \simeq I_o \cdot e^{V/V_T}$$

infatti pensando ad un amplificatore secondo lo schema di fig.4.52, e´ possibile ritenere che tutta la corrente V_1/R che attraversa R vada sul diodo cosi´ che V_2, essendo A un punto di massa virtuale, diviene:

$$(4.94) \qquad \frac{V_1}{R} = I_o \, e^{V_2/V_T} \rightarrow V_2 = V_T \ln \frac{V_1}{R.I_o} = V_T \ln V_1 - V_T \ln R.I_o$$

Ossia lo schema di fig.4.52 realizza a meno di una costante il logaritmo del segnale di ingresso.

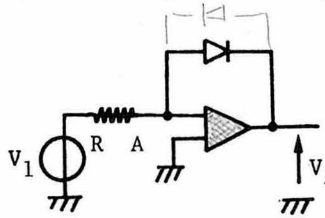


Fig.4.52 - Amplificatore logaritmico video.

Un singolo stadio come quello di fig.4.52 realizza una uscita logaritmica per molte decadi del segnale di ingresso, infatti la validita´ della (4.94) e´ legata a quella della (4.93).

L´approccio piu´ semplice per ottenere da tale struttura amplificatori logaritmici IF e´ quello di porre un altro diodo in parallelo ed invertito rispetto a quello di fig. 4.52 e confidare nella simmetria.

Purtroppo pero´ una attenta analisi della controreazione di fig.4.52 portera´ a ritenere che la banda dello stadio dipende dalla resistenza differenziale equivalente del diodo che varia secondo la V_T/I. Problemi di stabilita´ e di larghezza di banda limitano quindi l´applicabilita´ dello schema di fig.4.52, anche se la disponibilita´ di un sempre maggior numero di amplificatori operazionali a larga banda ed a caratteristica in frequenza controllata, ne fanno intravedere un sempre piu´ diffuso uso nel futuro.

Infine e´ possibile osservare che scambiando il diodo con la resistenza nello schema di fig.4.52 si ottiene una caratteristica antilog (esponenziale), e questa puo´ essere utile in particolari applicazioni, ad es. prima di inviare il segnale video su un PPI onde restituire i contrasti di un ricevitore lineare.

Plan Position Indicator

4.12. Dicke-Fix

Un diverso dispositivo per ottenere la caratteristica CFAR puo' essere realizzato secondo la schematizzazione di fig.4.53. Il segnale a media frequenza passa attraverso una struttura a banda larga B, quindi, dopo una "limitazione dura", viene filtrato con una banda b adattata (o quasi) alla forma d'onda del segnale di ingresso.

Il fatto che la struttura di fig.4.53 abbia una caratteristica CFAR per qualsiasi distribuzione di ingresso, si intuisce facilmente, infatti se il segnale in ingresso (supposto solo rumore) varia in ampiezza, l'uscita dal limitatore rimane costante, cosi' come l'uscita del filtro adattato; allora il problema si sposta nello studio delle perdite connesse ad una tale soluzione.

In realta', il Dicke-Fix ha un buon comportamento contro disturbi di tipo impulsivi. Il filtro a banda larga e' progettato per includere la maggior parte del segnale interferente, il suo scopo e' di conservare la breve durata dei disturbi tipo "spike".

Questi "spike" sono in realta' limitati dal limitatore per ridurre una considerevole parte della loro energia. Se detti impulsi non fossero limitati e passassero attraverso un dispositivo a banda stretta essi produrrebbero in uscita un impulso molto piu' lungo di quello di ingresso "accecando" il ricevitore. In altre parole l'interferenza sara' presente per un tempo molto piu' lungo relativamente a quanto avviene per la presenza del limitatore duro prima della banda stretta.

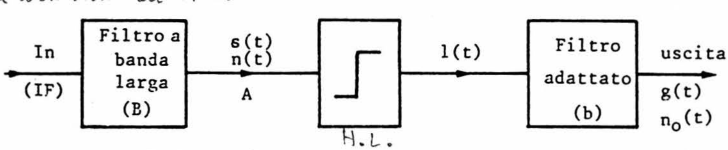
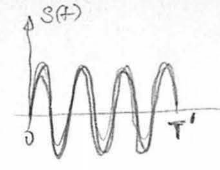


Fig.4.53 - Schematizzazione di un ricevitore tipo Dicke-Fix.

Tuttavia il limitatore puo' causare un'allargamento della banda del "clutter" e quindi un deterioramento dei sistemi di filtraggio tipo MTI, che eventualmente seguono. Inoltre, se il segnale di ingresso e' un codice tipo Barker o Chirp possono avvenire delle soppressioni dei segnali piccoli rispetto ai grandi ed inoltre si possono presentare delle risposte spurie, pertanto il Dicke-Fix come disposi-



tivo ECCM deve essere usato con cautela.

Onde valutare l'influenza del limitatore, si consideri il caso che il filtro b sia adattato (1.77) alla condizione di rumore bianco:

$$h(t) = K.s\,(t_o - t) \tag{4.95}$$

dove s(t) sia il segnale di ingresso al filtro ed il rumore di tipo bianco sia descritto dalla densita' di potenza monolatera η.

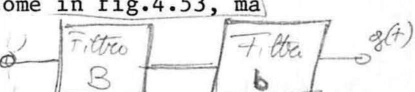
Il segnale s(t) sia di tipo sinusoidale e di durata T'

$$s(t) = S \cdot \text{sen}\,\omega t \tag{4.96}$$

con eventuale modulazione in frequenza e fase e non in ampiezza come usuale nelle applicazioni radar.

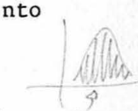
Onde valutare il comportamento del Dicke-Fix si consideri innanzitutto il ricevitore come in fig.4.53, ma

a) senza limitatore



Il rapporto segnale-rumore in conformita' con quanto indicato nel par.1.8-d) sara' dato dalla (1.73):

$$\left.\frac{S}{N}\right|_a = \frac{|g(t_o)|^2}{P_N} = \frac{2E}{\eta} \tag{4.97}$$



che puo' essere interpretato anche nel seguente modo:

. segnale (v. (1.78))

$$g(t_o) = \int_0^{T'} s(\tau)\, s(\tau)\, d\tau = \frac{S^2 T'}{2} = E \tag{4.98}$$

. rumore in uscita del filtro adattato:

$$n_o(t_o) = \int_0^{T'} n(\tau)\, S.\text{sen}\,\omega\tau\, d\tau \simeq \sum_i n(\tau_i)\, S.\text{sen}\,\omega \cdot \tau_i \cdot \frac{1}{B} \tag{4.99}$$

grazie anche al teorema del campionamento.

La $n_o(t_o)$ quindi e' una variabile aleatoria gaussiana di valor medio nullo e varianza (data l'indipendenza del ru-

more dal segnale s(t)):

$$\overline{n_o^2(t_o)} = \sum_i \overline{n^2(\tau_i)}\, S^2 sen^2\omega\tau_i \frac{1}{B^2} = \sum_i \sigma_n^2 S^2 sen^2\omega\tau_i \frac{1}{B^2} =$$

(4.100)

$$= \frac{\sigma_n^2}{B} S^2 \int_0^{T'} sen^2\omega\tau d\tau = \frac{\sigma_n^2 S^2 T'}{2B} = \frac{\sigma_n^2 E}{B} = \frac{\eta E}{2}$$

[per una opportuna scelta di T' relativamente alla ω (in modo da comprendere cicli interi)], essendo σ_n^2 la varianza del rumore inteso su banda larga.

Combinando la (4.98) e (4.100) si ottiene la (4.97).

Si consideri ora il caso che

b) il limitatore sia inserito

(v. fig.4.53); allora descritto il rumore tramite la (v. (1.32)):

(4.101) $n(t) = r(t)\cos[\omega t + \theta(t)]$

o ipotizzando ω si identifichi con quella del segnale (4.96), si ha facilmente (con simbologia ovvia):

(4.102) $s(t)+n(t) = S.sen\omega t + r\cos(\omega t+\theta) =$

$+ S.sen\omega t + r\cos\theta\cos\omega t - r sen\theta sen\omega t = r\cos\theta\cos\omega t +$

$+ (S - r sen\theta) sen\omega t = \sqrt{(r^2+S^2-2rS.sen\theta)}.sen(\omega t+\phi)$

dove

(4.103)
$$\begin{cases} \cos\phi = \dfrac{S - r\, sen\theta}{\sqrt{r^2+S^2-2rS.sen\theta}} \\ \\ sen\phi = \dfrac{r\cos\theta}{\sqrt{r^2+S^2-2rS.sen\theta}} \end{cases}$$



Dopo limitazione si ha (avendo eliminato le armoniche cosi' che la larghezza di banda sia ancora B):

(4.104) $$l(t) = \text{sen}[\omega t+\phi(t)]$$

per un livello di limitazione unitario e per $\phi(t)$ dato dalle (4.103).

Pertanto ora si e' in grado di valutare il rapporto segnale-rumore in presenza del limitatore, con la stessa tecnica adottata nel caso di assenza di limitazione.

Converra' pero' fare una osservazione: nel caso della valutazione della (4.98) non si e' tenuto presente il rumore. In realta' nella equazione (4.97) in luogo di $g(t_o)$ potrebbe essere inserito $\overline{g(t_o)}$, pensando ad una media di insieme e quindi la (4.97) diviene

(4.105) $$s^2 = \frac{\overline{|g(t_o)|^2}}{P_N}$$

come rapporto segnale piu' rumore al rumore.

Il rumore peraltro ha valor medio nullo e quindi la (4.105) si identifica con la (4.97) almeno nel caso lineare. Nel seguito converra' riferirsi alla **(4.105)**.

Allora si ha per il

segnale

(4.106) $$\overline{g(t_o)}=S\int_0^{T'}\overline{\text{sen}(\omega\tau+\phi)}\,\text{sen}\,\omega\tau\, d\tau=S\sum_i\overline{\text{sen}(\omega\tau_i+\phi_i)}\,\text{sen}\,\omega\tau_i\cdot\frac{1}{B} =$$

$$=S\sum_i\overline{\cos\phi_i}\,\text{sen}^2\omega\tau_i\cdot\frac{1}{B}+S\sum_i\overline{\text{sen}\,\phi_i}\cos\omega\tau_i\,\text{sen}\,\omega\tau_i\cdot\frac{1}{B} =$$

$$+S\overline{\cos\phi}\int_0^{T'}\text{sen}^2\omega\tau\, d\tau+S\overline{\text{sen}\,\phi}\int_0^{T'}\cos\omega\tau\,\text{sen}\,\omega\tau\, d\tau=S\overline{\cos\phi}\,\frac{T'}{2}$$

Da ([18] p.418) si ha $\overline{\cos\phi}$ e quindi

(4.107) $$\overline{g(t_o)}=\frac{ST'}{2}\overline{\cos\phi}=\frac{S^2T'}{\sqrt{2}\,\sigma_n}\,\frac{\sqrt{\pi}}{4}\,{}_1F_1\left[\frac{1}{2};2;-\frac{S^2}{2\sigma_n^2}\right]$$

dove ${}_1F_1$ e' la funzione confluente ipergeometrica che puo' essere sviluppata nel seguente modo:

$$(4.108)\qquad {}_1F_1(a;c;z)=1+\frac{a\ z}{c\cdot 1!}+\frac{a(a+1)z^2}{c(c+1)2!}+\ldots$$

o anche(*)

$$(4.109)\qquad {}_1F_1(a;c;z)=\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(c-a)z^a}\cdot$$

$$\cdot\left\{1+\frac{a(a-c+1)}{z.1!}+\frac{a(a+1)(a-c+1)(a-c+2)}{z^2\ .\ 2!}+\ldots\right\}$$

Allora si ha nei casi estremi:

$$(4.110)\qquad \frac{ST'}{2}\overline{\cos\phi}\Big|_{S^2>>\sigma_n^2}=\frac{S^2T'}{\sqrt{2}\sigma_n}\ \frac{\sqrt{\pi}}{4}\ \frac{1}{\frac{\sqrt{\pi}}{2}\ \frac{S}{\sqrt{2}\sigma_n}}=\frac{ST'}{2}$$

$$(4.111)\qquad \frac{ST'}{2}\overline{\cos\phi}\Big|_{S^2<<\sigma_n^2}=\frac{S^2T'}{\sqrt{2}\,\sigma_n}\ \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

Ai risultati (4.110) e (4.111) si poteva anche giungere direttamente sviluppando la prima delle (4.103) per bassi ed alti valori di S/r e fermandosi al primo termine.

Infatti

$\overline{\cos\phi}\simeq 1$ per $S >> r$

Ampiezza segnale molto maggiore dell'ampiezza del Rumore

(*) Per la funzione Γ (x) valgono le relazioni

$$\Gamma(x)=\int_0^{\infty} e^{-t}t^{x-1}dt$$

$$\Gamma(1/2)=\sqrt{\pi}\ ;\ \Gamma(x)\ .\ \Gamma(1-x)=\frac{\pi}{\mathrm{sen}\,\pi x}\ ;\ \Gamma(1)=1$$

$$x\,\Gamma(x)=\Gamma(x+1)$$

quindi $\overline{\cos\phi} \simeq 1$ ed applicando la (4.107) si ha immediatamente la (4.110).

D'altro canto

$$\cos\phi \simeq -\ \mathrm{sen}\,\theta + \frac{S}{r}\cos^2\theta \qquad\qquad \text{per } S \ll r$$

da cui

$$\overline{\cos\phi} \simeq S\ .\ \overline{\frac{1}{r}\cos^2\theta} = S\ .\ \overline{\frac{1}{r}}\ .\ \overline{\cos^2\theta}$$

e ipotizzando una distribuzione Rayleigh:

$$\begin{cases} \overline{\dfrac{1}{r}} = \displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{r}\ .\ \frac{r}{\sigma^2}\, e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}\, dr = \frac{\sqrt{2}}{\sigma}\int_0^\infty e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}\, \frac{dr}{\sqrt{2}.\sigma} = \frac{\sqrt{2}}{\sigma}\,\frac{\sqrt{\pi}}{2} \\ \overline{\cos^2\theta} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

si ha

$$\overline{\cos\phi} = \frac{S}{\sigma}\ .\ \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}\ .\ \frac{1}{2}$$

che tramite la (4.107) conduce direttamente alla (4.111).

Per quanto riguarda il

. <u>rumore</u>

converra' considerare che il segnale sia assente, allora si ha:

cos[ωτ + θ(t)] è il Rumore dopo la limitazione limitazion

$$(4.112) \qquad n_{\circ}(t_{\circ}) = S\int_0^{T'} \cos(\omega\tau+\theta)\,\mathrm{sen}\,\omega\tau\, d\tau =$$

$$= S\sum_i \cos(\omega\tau_i + \theta_i)\,\mathrm{sen}\,\omega\tau_i\,\frac{1}{B}$$

da cui procedendo in modo del tutto analogo a quanto fatto per la (4.100):

$$(4.113)\quad \overline{n_o^2(t_o)} = \frac{S^2}{B}\cdot\overline{\cos^2\theta}\cdot\int_0^{T'}\cos^2\omega\tau\,\mathrm{sen}^2\omega\tau\,d\tau\,+$$

$$+\,\frac{S^2}{B}\,\overline{\mathrm{sen}^2\theta}\int_0^{T'}\mathrm{sen}^4\omega\tau\,d\tau = \frac{S^2}{B}\,\frac{1}{2}\left\{\left[\frac{T'}{4}-\frac{T'}{8}\right]+\left[\frac{T'}{4}+\frac{T'}{8}\right]\right\} = \frac{S^2}{B}\,\frac{T'}{4}$$

In realta' nel caso di rumore contemporaneo a segnale per bassi valori di $S^2/2\sigma_n^2$ si ha ancora la (4.113), mentre per alti valori di $S^2/2\sigma_n^2$ e' possibile dimostrare valga la relazione

$$(4.114)\quad \overline{n_o^2(t_o)} = \frac{\sigma_n^2\,T'}{4\,B}$$

Infatti per $S^2 \gg r$ la (4.104) puo' essere riscritta (v. (4.103)) nella

$$(4.115)\quad l(t)=\mathrm{sen}\,\omega t\cdot\cos\phi+\cos\omega t\cdot\mathrm{sen}\,\phi \simeq \mathrm{sen}\,\omega t + \frac{r}{S}\cos\theta\cos\omega t$$

e l'ultimo termine da' luogo al contributo di rumore che quadrato e mediato da' origine alla (4.114).

Tab.4.4

	senza limitatore	con limitatore	
		$S^2 \ll \sigma_n^2$	$S^2 \gg \sigma_n^2$
$\overline{g(t_o)}$	$\frac{S^2T'}{2} = E$	$\frac{S^2T'}{8}\cdot\frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma_n}$	$\frac{ST'}{2}$
$\overline{n_o^2(t)}$	$\frac{\sigma_n^2 S^2 T'}{2B}$	$\frac{S^2}{B}\cdot\frac{T'}{4}$	$\frac{\sigma_n^2}{B}\,\frac{T'}{4}$
$\frac{\lvert\overline{g(t_o)}\rvert^2}{\overline{n_o^2(t)}}$	$\frac{S^2T'}{2}\cdot\frac{B}{\sigma_n^2}$	$\frac{S^2T'}{2}\cdot\frac{B}{\sigma_n^2}\,\frac{\pi}{4}$	$S^2T'\,\frac{B}{\sigma_n^2}$

Perché se aumento B la potenza di rumore diminuisce?

In tab.4.4 sono riassunti i vari risultati ottenuti e quindi il rapporto segnale a rumore contemporaneo al segnale stesso. Converra' osservare che $S^2/2\sigma_n^2$ rappresenta il rapporto segnale-rumore in ingresso al limitatore e che per bassi rapporti $S^2/(2\sigma_n^2)$ si ha una perdita di $\pi/4$ ossia ~ 1 dB, mentre per alti rapporti segnale-rumore si ha addirittura un guadagno di 2÷3 dB.

In fig.4.54 sono riportate le perdite dovute al limitatore in funzione del rapporto S/N valutato in ingresso al limitatore stesso (punto A di fig.4.53).

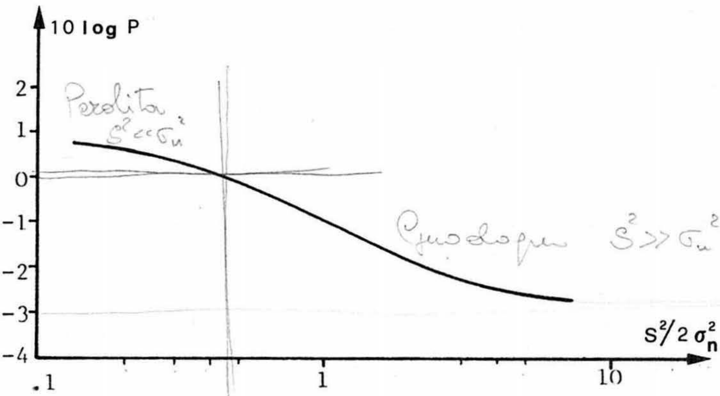


Fig.4.54 - Perdite dovute al limitatore in funzione del rapporto S/N valutato nel punto A di fig.4.53 [17].

Naturalmente con il termine di <u>perdita</u> si e' inteso definire il rapporto:

$$P = \frac{\dfrac{S}{2\sigma_n^2}\,T'B}{\dfrac{\overline{|g(t_o)|}^2}{\overline{n_o^2(t_o)}}} \qquad (4.116)$$

fra il rapporto segnale-rumore che si avrebbe avuto in uscita con limitatore assente ed il vero rapporto segnale a rumore.

Si noti che la definizione di rapporto S/N e' conforme a quella adottata nel cap.1 nell'analisi del filtro ottimo.

Dall'andamento di fig.4.54 sembrerebbe si possa ritenere che il Dicke-Fix guadagni rispetto al sistema lineare per alti rapporti $S^2/2\sigma_n^2$. In realta' converra' osservare che il rapporto segnale-rumore come riportato in tab.4.4 si riferisce a rumore contemporaneo al segnale; invece adottando il criterio di Neyman-Pearson, dato che la soglia va posta per ottenere una certa probabilita' di falso allarme sul rumore presente da solo, conviene rapportare il segnale sempre al rumore valutato in assenza di segnale. Ne viene allora che la perdita potra' essere valutata secondo la relazione:

$$(4.117)\quad P' = \frac{\dfrac{S^2}{2\sigma_n^2}T'B}{\dfrac{S^2T'^2}{2^2}\, f^2\left(\dfrac{S}{\sigma_n}\right)\dfrac{4\,B}{S^2T'}} = \frac{\dfrac{S^2}{2\sigma_n^2}}{f^2\left(\dfrac{S}{\sigma_n}\right)}$$

dove con $f^2(S/\sigma_n)$ si e' intesa quella funzione definita dalla (v. (4.107)):

$$(4.118)\quad \overline{g(t_o)} = \frac{ST'}{2} f\left(\frac{S}{\sigma_n}\right) = \frac{ST'}{2}\,\frac{S}{\sqrt{2}\sigma_n}\,\frac{\sqrt{\pi}}{2}\,{}_1F_1\left[\frac{1}{2};\, 2;\, -\frac{S^2}{2\sigma_n^2}\right]$$

quindi in conformita' alle valutazioni riportate in tab.4.4 si ha

$$(4.119)\quad f^2\left(\frac{S}{\sigma_n}\right) = \begin{cases} 1 & \text{per } S^2 \gg \sigma_n^2 \\ \dfrac{\pi}{4}\dfrac{S^2}{2\sigma_n^2} & \text{per } S^2 \ll \sigma_n^2 \end{cases}$$

Pertanto e' possibile definire la perdita in dB dalla (4.117) per la (4.118):

$$(4.120)\quad 10\log P' = 10\log\frac{4}{\pi} - 20\log {}_1F_1\left\{\frac{1}{2};\, 2;\, -\frac{S^2}{2\sigma_n^2}\right\}$$

Dall'andamento di fig.4.55 e' possibile desumere quindi la effettiva perdita di sensibilita' in funzione del rapporto S/N inteso all'ingresso del limitatore.

D'altro canto usualmente nei radar, come piu' volte si

e' detto, si lavora con il criterio di Neyman-Pearson, per modo che e' necessario stabilire una certa P_{fa} e, se non ci fossero perdite, il rapporto S/N per ottenere uno specifico valore di P_D sarebbe dato dagli andamenti di fig.1.16. Naturalmente detto rapporto e' da intendersi all'uscita del filtro adattato (o meglio all'ingresso del rivelatore finale).

Allora per una certa P_{fa} e per una certa P_D e' noto il rapporto $S/N=s^2$ all'uscita del filtro adattato (a meno di perdite); ad es. per una $P_{fa}=10^{-3}$ e $P_D=50\%$ e' necessario un $s^2|_{dB}$ di ∿ 8 dB. D'altro canto il rapporto $S^2/2\sigma_n^2$ si incrementa in uscita dal filtro adattato di T'B (v. tab.4.4, seconda colonna), se il sistema e' lineare. Allora ritenendo la perdita nulla, per una prima valutazione, da s^2 (v. fig. 1.16) e' possibile ricavare $S^2/2\sigma_n^2$ secondo la relazione

$$(4.121)\qquad 10\log\frac{S^2}{2\sigma_n^2} = s^2\Big|_{dB} - 10\log T'B$$

e quindi e' valutabile la perdita dalla fig.4.55.

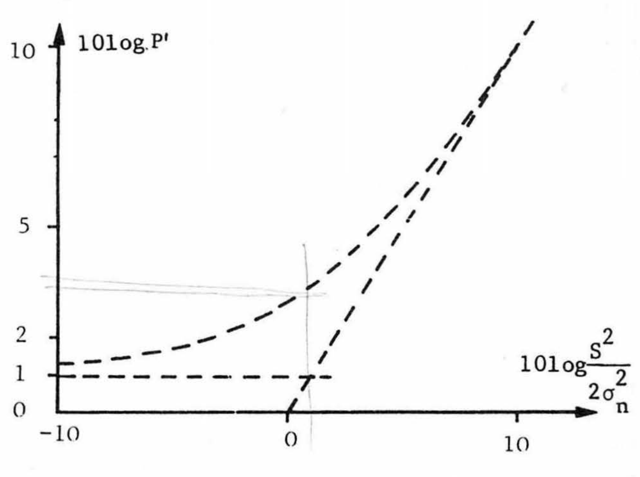


Fig.4.55 - Andamento delle perdite in funzione del rapporto segnale-rumore in ingresso al limitatore.

In realta' bisognera' tener conto che il rumore all'uscita del filtro adattato approssimera' tanto piu' un andamento gaussiano quanto piu' T'B e' alto; ma in ogni caso e-

siste un limite al di sopra del quale sara' impossibile porre la soglia di rivelazione; infatti, il segnale non la superera' mai (quindi perdite infinite).

In altre parole dato che la distribuzione all'uscita del rivelatore di inviluppo e', in prima approssimazione, una Rayleigh, la soglia dovra' essere disposta (v. tabb.4.2 e 4.4) secondo la

$$T = \sqrt{2N_c \ln \frac{1}{P_{fa}}} = \sqrt{\frac{2S^2T'}{B\;4} \ln \frac{1}{P_{fa}}} \qquad (4.122)$$

Se ora si volesse fare una valutazione esatta del rapporto $S^2/2\sigma_n^2$ per una P_D=.5 allora il segnale di uscita medio (confondendolo con il mediano) dovra' eguagliare la soglia:

$$\overline{g(t_o)} = S \sqrt{\frac{T'}{2.B} \ln \frac{1}{P_{fa}}} \qquad (4.123)$$

e quindi potrebbero valutarsi le perdite secondo il criterio di fig.1.16.

In particolare perche' valga l'approssimazione gaussiana e quindi abbiano senso le perdite sopra riportate (anche in termini di P_D e P_{fa}) il segnale massimo in uscita dal filtro (v. terza colonna di tab.4.4) dovra' essere superiore alla soglia (4.122):

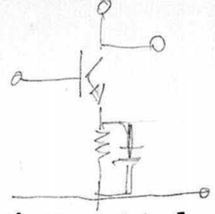
$$\frac{ST'}{2} \gg S \sqrt{\frac{T'}{2.B} \ln \frac{1}{P_{fa}}} \qquad (4.124)$$

da cui

$$P_{fa} \gg 10^{-\frac{BT'}{2}} \qquad (4.125)$$

Pertanto le considerazioni connesse all'andamento di fig.4.55 hanno valore solo se vale la (4.125).

Ulteriori considerazioni andrebbero fatte se il segnale di ingresso e' un codice, ad es. Barker o Chirp in quanto esiste un effetto di soppressione, nell'ambito della durata del codice, di un impulso piccolo da parte di un impulso rilevante adiacente. Naturalmente valutazioni qualitative potranno essere fatte facilmente, anche se valutazioni specifiche dovranno essere condotte caso per caso.



4.13. Amplificatori con autopolarizzazione (Back-Bias)

Il problema di amplificare dei segnali radar di tipo impulsivo in presenza di interferenza o disturbi a banda stretta (relativamente a quella del segnale utile), puo´ essere risolto cercando di mantenere la sensibilita´ del ricevitore indipendentemente dalla presenza di dette interferenze.

Gli amplificatori di questo tipo sfruttano le proprieta´ di autopolarizzazione dei transistori, in quanto ad es. un gruppo resistenza e capacita´ (RC) sull´emettitore puo´ costituire insieme alla giunzione base-emettitore un rivelatore. In tal modo se sulla base di un transistore (che opera da amplificatore connesso a emettitore comune) viene applicata un´onda continua, il circuito giunzione base-emettitore insieme al gruppo R-C realizza la rivelazione, quindi l´emettitore segue l´inviluppo dell´onda continua, per modo che un piccolo segnale impulsivo, sovrapposto all´onda continua stessa, conserva un guadagno differenziale elevato.

Con un´analisi di questo fenomeno di autopolarizzazione e mediante la scelta opportuna del tipo di transistore, del suo punto di lavoro e della resistenza di controreazione di corrente, si riesce a mantenere quasi costante il suddetto guadagno differenziale, in una catena di stadi eguali, per una dinamica estremamente ampia del segnale interferente dell´ordine di 60-80 dB sul rumore.

Naturalmente in fase di progettazione dovranno essere adottati particolari accorgimenti (ad es., al termine delle interferenze) onde non "accecare" per lungo tempo il ricevitore [21].

4.14. Tecniche particolari di sub-clutter visibility

Converra´ ora dare un cenno su possibili tecniche che consentano una "sub-clutter visibility" (SCV), ossia la possibilita´ di vedere dei bersagli di dimensioni irrilevanti rispetto al clutter. Trascurando la separazione spettrale, cui, come detto, sara´ dedicato ampio spazio nel seguito, si vuol fare riferimento a diverse altre tecniche che vengono usate specie su clutter di mare.

Tra queste converra´ ricordare quelle che operano:

a) cambiando la polarizzazione e la frequenza di trasmissione, in altre parole vengono correlate le informazioni derivate da diversa interrogazione in frequenza e pola-

rizzazione dell'ambiente circostante (specie mare), cosi' da poter distinguere echi di clutter da quelli di segnali voluti. In [6] si parla di una SCV di 5 dB.

b) su diversita' di lunghezze di impulsi [8] infatti secondo la relazione (2.16) la potenza riflessa da un clutter distribuito varia con τ, allora correlando due sweep successivi operanti in successione con due impulsi con τ differenti e' possibile riconoscere il clutter dal bersaglio utile.

c) sullo spettro in distanza del clutter, ritenendo ad es. il mare come una successione di onde a spaziatura costante. Un bersaglio in esse immerso compare come isolato, allora lo spettro del segnale sara' di tipo continuo rispetto a quello del clutter che risultera' rigato, in tal modo e' pensabile di ottenere una SCV in particolari condizioni ambientali.

APPENDICE 1

Stimatori di momenti

E' ben noto come ogni momento di una distribuzione possa essere stimato tramite le seguenti relazioni

$$\text{(A.1)} \qquad \hat{m}_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i^r$$

Momenti di ordine r

$$\text{(A.2)} \qquad \hat{\mu}_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \hat{m}_1)^r$$

Momenti misti

In tal modo e' possibile disporre di stimatori di momenti non centrati e centrati attraverso la conoscenza di N campioni che nel seguito verranno ipotizzati indipendenti.

La bonta' dello stimatore A.1 puo' essere valutata considerando il valor medio e la varianza di $\hat{m}_r$:

$$\text{(A.3)} \qquad E\{\hat{m}_r\} = \frac{1}{N} E\{\sum x_i^r\} = \frac{1}{N} N\, E\{x_i^r\} = E\{x_i^r\} = m_r$$

$$\text{(A.4)} \qquad \mathrm{var}\{\hat{m}_r\} = E\{\frac{1}{N} \sum_i x_i^r - m_r\}^2 = \frac{1}{N^2} E\{[\sum_i x_i^r]^2 + N^2 m_r^2 -$$

$$- 2N\, m_r \cdot \sum x_i^r\} = \frac{1}{N^2} E\{[\sum x_i^r]^2\} - m_r^2 =$$

$$= \frac{1}{N^2} E\{\sum_i x_i^{2r}\} + \frac{1}{N^2} E\{\sum_{i \neq j} x_i^r x_j^r\} - m_r^2 =$$

$$= \frac{1}{N} E\{x_i^{2r}\} + \frac{1}{N^2} N(N-1) E\{x_i^r\} \cdot E\{x_j^r\} - m_r^2 = \boxed{\frac{1}{N}\{m_{2r} - m_r^2\}}$$

Analogamente si ha:

$$(A.5) \qquad \mathrm{cov}\{\hat{m}_r,\hat{m}_q\} = E\{(\hat{m}_r-m_r)(\hat{m}_q-m_q)\} =$$

$$= E\{(\frac{1}{N}\sum_i x_i^r-m_r)(\frac{1}{N}\sum_j x_j^q-m_q)\} =$$

$$= \frac{1}{N^2}\, E\{\sum x_i^{r+q}\} + \frac{1}{N^2}\, E\{\sum_{i\neq j} x_i^r x_j^q\} - \frac{1}{N}\, m_r E\{\sum_j x_j^q\} -$$

$$- \frac{1}{N}\, m_q E\{\sum_i x_i^r\} + m_r\cdot m_q = \frac{1}{N}\, m_{r+q} + \frac{N(N-1)}{N^2}\, m_r\, m_q -$$

$$- 2m_r m_q + m_r\, m_q = \boxed{\frac{1}{N}\,\{m_{r+q} - m_r\, m_q\}}$$

Per r=q la (A.5) si idenfica con la (A.4).

In particolare converra' osservare che la varianza connessa allo stimatore del valor medio diviene

$$(A.6) \qquad \mathrm{var}\{\hat{m}_1\} = \frac{1}{N}\,\{m_2-m_1^2\} = \frac{\mu_2}{N}$$

Pertanto la fluttuazione δ_1 di $\hat{m}_1$, intorno ad m_1, ossia la deviazione standard va secondo $\sqrt{N}$, allora trascurando gli errori sulle potenze di $\hat{m}_1$ rispetto ad m_1 stesso e' possibile scrivere per lo stimatore dei momenti centrati:

$$(A.7) \qquad E\{\hat{\mu}_r\}=E\{\frac{1}{N}\sum_i(x_i-\hat{m}_1)^r\} \simeq E\{\frac{1}{N}\sum_i[x_i^r-r\hat{m}_1 x_i^{r-1}\dots]\}$$

$$E\{\frac{1}{N}\sum_i(x_i-m_1)^r - \frac{1}{N}\,\delta_1 r\sum_i x_i^{r-1}\}\sim \frac{1}{N}\sum_i E(x_i-m_1)^r = \mu_r$$

dove l'ultimo passaggio vale ancora N sufficientemente alto.

Nello stesso modo per la varianza e' possibile scrivere:

$$(A.8) \qquad \mathrm{var}\{\hat{\mu}_r\}=E\{\hat{\mu}_r-E\{\hat{\mu}_r\}\}^2=E\{\hat{\mu}_r^2\}-\{E\{\hat{\mu}_r\}\}^2=E\{\hat{\mu}_r^2\}-\mu_r^2$$

Riportandosi allora a valori centrati si ha:

$$E\{\hat{\mu}_r^2\}=E\{[\frac{1}{N}\sum(x_i-\hat{m}_1)^r]^2\}=E\{\{\frac{1}{N}\sum[x_i-m_1-(\hat{m}_1-m_1)]^r\}^2\} =$$

$$= \frac{1}{N^2}\, E\{\{\sum_i[y_i-\delta_1]^r\}^2\}$$

dove
$$y_i = x_i - m_1$$

$$\delta_1 = \hat{m}_1 - m_1 = \frac{1}{N}\sum x_i - m_1 = \frac{1}{N}\sum y_i$$

Si ha allora facilmente considerando la deviazione standard di δ_1 (v.(A.6)) rispetto a quella del singolo campione e procedendo nel trascurare i termini che decrescono piu' velocemente di 1/N:

$$\text{(A.9)} \qquad E\{\hat{\mu}_r^2\} \simeq \frac{1}{N^2} E\{\{\sum [y_i^r - r\ \delta_1\ y_i^{r-1}]\}^2\} \simeq$$

$$\simeq \frac{1}{N^2} E\{\sum_i y_i^{2r} + \sum_{i\neq j} y_i^r y_j^r + \frac{r^2}{N^2} [\sum y_j]^2 \cdot [\sum y_i^{r-1}]^2 \sum - \frac{2r}{N} y_k \cdot y_j^r y_i^{r-1}\} \simeq$$

$$\simeq \frac{\mu_{2r}}{N} + \frac{N(N-1)}{N^2} \mu_r^2 + \frac{r^2}{N^4} E\{\sum y_j^2 y_i^{r-1} y_k^{r-1}\} - \frac{2r}{N^3} E\{\sum y_j^{r+1} y_i^{r-1}\} =$$

$$\simeq \frac{\mu_{2r}}{N} + \mu_r^2 - \frac{\mu_r^2}{N} + \frac{r^2}{N} \mu_2 \cdot \mu_{r-1}^2 - \frac{2r}{N} \mu_{r+1} \cdot \mu_{r-1}$$

Dalle (A.8) e (A.9) si ha allora

$$\text{(A.10)} \qquad var\{\hat{\mu}_r\} \simeq \frac{1}{N} \{ \mu_{2r} - \mu_r^2 + r^2 \mu_2 \mu_{r-1}^2 - 2r \mu_{r+1} \mu_{r-1}\}$$

e come caso particolare (ricordando che $\mu_1=0$):

$$\text{(A.11)} \qquad var\{\hat{\mu}_2\} \simeq \frac{1}{N} (\mu_4 - \mu_2^2)$$

E' possibile anche dimostrare che:

$$\text{(A.12)} \qquad cov\{\hat{\mu}_r, \hat{\mu}_q\} \simeq \frac{1}{N} \{ \mu_{r+q} - \mu_r \mu_q + rq\mu_2 \mu_{r-1} \mu_{q-1} -$$

$$- r\mu_{r-1}\mu_{q+1} - q\ \mu_{r+1}\mu_{q-1}\}$$

APPENDICE 2

Stima campionaria della radice cubica del coefficiente di "skewness": distribuzione Weibull

Qualora si debba stimare anche K_4 (v. (4.10)), pensando ad una distribuzione non nota a priori, allora nella (4.15) bisognera' aggiungere il termine relativo. D'altra parte e' possibile approssimare gli andamenti di fig.4.4 con delle spezzate legando linearmente K_4 a γ_3.

Il problema quindi si sposta nella stima di γ_3 e nel seguito ci si limitera' al caso Weibull.

I momenti r-esimi, per tale distribuzione (v. tab.2.7), sono calcolabili tramite l'espressione

$$m_r = q^r \cdot \Gamma(1 + \frac{r}{\alpha}) \qquad \text{(A.13)}$$

e quindi le espressioni dei momenti centrati fino al sesto ordine sono

$$\begin{aligned}
\mu_2 &= q^2 \cdot [\Gamma(1 + \tfrac{2}{\alpha}) - \Gamma^2(1 + \tfrac{1}{\alpha})] \;. \\
\mu_3 &= q^3 \cdot [\Gamma(1 + \tfrac{3}{\alpha}) - 3\Gamma(1 + \tfrac{1}{\alpha})\Gamma(1 + \tfrac{2}{\alpha}) + 2\Gamma^3(1 + \tfrac{1}{\alpha})] \;. \\
\mu_4 &= q^4 \cdot [\Gamma(1 + \tfrac{4}{\alpha}) + 4\Gamma(1 + \tfrac{1}{\alpha})\Gamma(1 + \tfrac{3}{\alpha}) + 6\Gamma^2(1 + \tfrac{1}{\alpha})\Gamma(1 + \tfrac{2}{\alpha}) - \\
&\quad - 3\Gamma^4(1 + \tfrac{1}{\alpha})] \\
\mu_5 &= q^5 [\Gamma(1 + \tfrac{5}{\alpha}) - 5\Gamma(1 + \tfrac{1}{\alpha})\Gamma(1 + \tfrac{4}{\alpha}) + 10\Gamma^2(1 + \tfrac{1}{\alpha})\Gamma(1 + \tfrac{3}{\alpha}) - \\
&\quad - 10\Gamma^3(1 + \tfrac{1}{\alpha})\Gamma(1 + \tfrac{2}{\alpha}) + 4\Gamma^5(1 + \tfrac{1}{\alpha})] \;. \\
\mu_6 &= q^6 [\Gamma(1 + \tfrac{6}{\alpha}) - 6\Gamma(1 + \tfrac{1}{\alpha})\Gamma(1 + \tfrac{5}{\alpha}) + 15\Gamma^2(1 + \tfrac{1}{\alpha})\Gamma(1 + \tfrac{4}{\alpha}) - \\
&\quad - 20\Gamma^3(1 + \tfrac{1}{\alpha})\Gamma(1 + \tfrac{3}{\alpha}) + 15\Gamma^4(1 + \tfrac{1}{\alpha})\Gamma(1 + \tfrac{2}{\alpha}) - 5\Gamma^6(1 + \tfrac{1}{\alpha})] \;.
\end{aligned} \qquad \text{(A.14)}$$

ed il coefficiente di skewness puo´ essere riscritto:

(A.15)

$$S_k = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} = \frac{q^3[\Gamma(1+\frac{3}{\alpha})-3\Gamma(1+\frac{1}{\alpha})\Gamma(1+\frac{2}{\alpha})+2\Gamma^3(1+\frac{1}{\alpha})]}{\{q^2[\Gamma(1+\frac{2}{\alpha})-\Gamma^2(1+\frac{1}{\alpha})]\}^{3/2}}$$

D´altro canto quando si e´ interessati al valor medio e alla varianza di una certa funzione di momenti campionari (per es. il rapporto tra le potenze di alcuni momenti) si puo´ far ricorso ad un citato teorema (v. [25] p.354), che consente di ottenere le valutazioni sopraindicate in modo approssimato.

Gli errori di approssimazione decrescono al crescere della grandezza del campione su cui viene effettuata la stima del valor medio e della varianza rispettivamente con legge $1/N$ e $1/N^{3/2}$.

Grazie a tale teorema, il valor medio e la varianza della v.a. $\hat{\gamma}_3 = \frac{\hat{\mu}_3^{1/3}}{\hat{\mu}_2^{1/2}}$ possono essere calcolate tramite la seguente espressione:

$$E\{\hat{\gamma}_3\} = \gamma_3 + 0(\frac{1}{N})$$

(A.16)

$$var[\hat{\gamma}_3]=H_1^2 var[\hat{\mu}_3]+H_2^2 var[\hat{\mu}_2]+2H_1H_2 cov[\hat{\mu}_3,\hat{\mu}_2]+0(\frac{1}{N^{3/2}})$$

dove ancora una volta le grandezze individuate dall´apice ^ vanno intese come grandezze campionarie (v. (A.1) e (A.2)) (valutate, cioe´, su un campione di grandezza finita), H_1 e H_2 indicano i valori assunti dalle derivate parziali del primo ordine della variabile aleatoria $\hat{\gamma}_3$ calcolate in corrispondenza a $\hat{\mu}_3 = \mu_3$ e $\hat{\mu}_2 = \mu_2$:

(A.17) $$H_1 = \left.\frac{\partial\hat{\gamma}_3}{\partial\hat{\mu}_3}\right|_{\substack{\hat{\mu}_3=\mu_3\\ \hat{\mu}_2=\mu_2}} \quad , \quad H_2 = \left.\frac{\partial\hat{\mu}_3}{\partial\hat{\mu}_2}\right|_{\substack{\hat{\mu}_3=\mu_3\\ \hat{\mu}_2=\mu_2}}$$

Esplicitando si avra' pertanto:

(A.18)
$$\mathrm{var}[\hat{\gamma}_3] = \frac{1}{9}\,\frac{\mu_3^{-4/3}}{\mu_2}\,\mathrm{var}[\hat{\mu}_3] + \frac{1}{4}\,\frac{\mu_3^{2/3}}{\mu_2^3}\,\mathrm{var}[\hat{\mu}_2] - \frac{1}{3}\,\frac{\mu_3^{-1/3}}{\mu_2^2}\,\mathrm{cov}[\hat{\mu}_3,\hat{\mu}_2] + O\left(\frac{1}{N^{3/2}}\right)$$

dove (v. (A.10), (A.11) e (A.12)):

(A.19)
$$\mathrm{var}[\hat{\mu}_3] \simeq \frac{1}{N}(\mu_6 - 6\mu_2\mu_4 - \mu_3^2 + 9\mu_2^3)$$
$$\mathrm{var}[\hat{\mu}_2] \simeq \frac{1}{N}(\mu_4 - \mu_2^2)$$
$$\mathrm{cov}[\hat{\mu}_3,\hat{\mu}_2] \simeq \frac{1}{N}(\mu_5 - 4\mu_2\mu_3)$$

Pertanto

(A.20)
$$\mathrm{var}[\hat{\gamma}_3] \simeq \frac{1}{N}\left\{\frac{1}{9}\,\frac{\mu_3^{-4/3}}{\mu_2}(\mu_6 - 6\mu_2\mu_4 - \mu_3^2 + 9\mu_2^3) + \frac{1}{4}\,\frac{\mu_3^{2/3}}{\mu_2^3}(\mu_4 - \mu_2^2) - \frac{1}{3}\,\frac{\mu_3^{-1/3}}{\mu_2^2}(\mu_5 - 4\,\mu_2\mu_3)\right\}$$

APPENDICE 3

Banda di rumore

Si consideri un rumore bianco, la sua funzione di correlazione sara':

(A.21) $R_N(\tau) = \delta(\tau)/2$ per $W'_N(\omega) = \eta/2$

Se questo rumore passa attraverso un filtro passa-basso (del tipo RC):

(A.22) $H(j\omega) = 1/[1+j\omega RC] = 1/\{1+j(\omega/\omega_o)\}$

si avra'

(A.23) $|H(j\omega)|^2 = 1/\{+(\omega/\omega_o)^2\}$

e quindi la densita' spettrale in uscita

(A.24) $W'_{NH}(\omega) = \eta/\{2[1+(\omega/\omega_o)^2]\}$

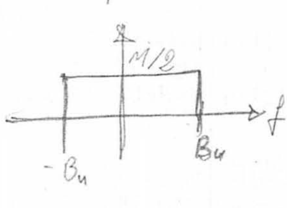
e la relativa funzione di correlazione diviene:

(A.25) $$R_{NH}(\tau) = \frac{\eta}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{1+(\omega/\omega_o)^2}\exp(j\omega\tau)d\omega = \frac{\eta\omega_o}{4}\exp(-\omega_o|\tau|)$$

dove l'ultimo integrale e' stato valutato in diversi manuali correnti. Dalla (A.25) per $\tau=0$ si ha la potenza connessa con il rumore in questione:

(A.26) $$\frac{\eta\omega_o}{4} = \frac{\eta}{2}\pi f_o = \eta(\frac{\pi f_o}{2}) = \eta B_n$$

dove si e' posto



$$(A.27) \quad B_n = \frac{\pi f_o}{2}$$

che si definisce banda di rumore, infatti rappresenta la larghezza di banda di un filtro rettangolare alla uscita del quale la potenza di rumore si identifica con la potenza di rumore del segnale di uscita dal filtro in questione, qualora l'ingresso sia costituito dallo stesso rumore bianco.

La relazione (A.25) giustifica l'asserzione che il tempo di correlazione e' inversamente legato alla larghezza di banda.

Bibliografia

[1] T.BUCCIARELLI, G.PICARDI, P.T.MELACCI: "Problemi di elaborazione delle informazioni miste e clutter di mare", A.F., Ott. 1977.

[2] "Marine radar suppresses waves echoes with signal diversity techniques", Electronics, Febr. 1978.

[3] BETTIO, BUCCIARELLI, PARIGI, PICARDI: "Experimental and theoretical analysis of a sea clutter adaptive rejection circuit", Alta Frequenza, n.1, Vol.XLIX, 1980, pp.2-7.

[4] Japan Ship's Machinary Development Association Seupaku Shinko Bldg., 15.-16, Toranomon.

[5] CARRE': "Tests non parametriques appliques a' la detection d'un signal", Revue Technique Thomson CSF, Vol.8, n.3, Sept. 1976.

[6] SOLMS: "Logarithmic Amplifier Design", P.I.R.E. on Instr., Dec. 1959.

[7] WORONCOW, CRONEY: "A true I.F. logarithmic amplifier using twin gain stages", The Radio and Electr. Eng. Sept. 1966.

[8] ALRED, REISS: "An anticlutter radar receiver", P.I.E.E., Nov. 1948, p.459.

[9] GROGINSKY: "A theoretical analysis of the performance of a C.F.A.R. quantizer", Nemo Raytheon, n.LRW 50, March 1965.

[10] G.PICARDI, P.RAGONESE: "Su un circuito antiinterferenza per sistemi radar realizzato con linee di ritardo", A.F., Dic. 1968.

[11] B.MINGUZZI: "Confronto tra le caratteristiche di due tipi di circuiti autogate", RT.70002. In Selenia S.p.A.

[12] T.BUCCIARELLI, G.PICARDI: "Sistema adattivo atto ad e-

liminare particolari segnali spuri nella estraz. di informazioni radar", A.F. Dic. 1971.
[13] T.BUCCIARELLI, A.NUNZI, G.PICARDI: "Analisi degli errori di quantizzazione sulla caratteristica CFAR", A.F., Apr. 1974.
[14] G.GALATI: "The autogate circuit in radar detection", Riv. Tecn. Selenia n.3, vol.1-73, pp.19-30.
[15] HANSEN: "Constant false alarm rate processing in search radar", I.E.E. Conf. on Radar Present and Future, London, Oct. 1973.
[16] JOHNS, ROWBOTWAN: "Communication systems analysis", London Butterworths, 1972.
[17] M.H.CARPENTIER: "Radars (concepts nouveaux)", Dunod, 1966.
[18] MIDDLETON: "Introduction to Statistical Communication Theory", McGraw-Hill, N.Y. 1960.
[19] GOLDSTEIN: "False alarm regulation in log-normal and Weibull clutter", IEEE Trans. AES, Jan. 1973.
[20] MENON: "Estimation of the shape and scale parameters of the Weibull distribution", Technometrics, Vol.5, n.2, May 1963.
[21] G.F.COZZI, G.PICARDI: "Amplificatore a frequenza intermedia con proprieta´ antiinterferenza", Brev. n.741480 del 16/1/1967.
[22] HANSEN, SAWYERS: "Detectability loss due to ´greatest of´ selection in a cell-averaging CFAR", IEEE Trans. AES, Aug. 1979.
[23] MOORE, LAWRENCE: "Comparison of two CFAR methods used with square law detection of Swerling I targets", IEEE Intern. Radar Conf., 1980.
[24] SEKINE, MUSHA, TOMITA, IRABU: "Suppression of Weibull distributed clutters using a cell-averaging log CFAR receiver", IEEE Trans. AES, May 1977.
[25] H.CRAMER: "Mathematical methods of statistics", Princeton N.J., Princeton University Press 1963.
[26] T.BUCCIARELLI, F.CALTAGIRONE, G.PICARDI: "CFAR problems in non gaussian clutter environment", Int. Radar Symposium, Bangalore, Oct. 1983.
[27] TULELLI: "Valutazioni di elaboratori CFAR", Tesi di Laurea, Dpt Info-com, Univ. di Roma La Sapienza, 1985.
[28] T.BUCCIARELLI, A.FORTE: "CFAR behaviour of adaptive threshold in non gaussian clutter environment", IASTED, Parigi, 19-21/6/85.
[29] T.BUCCIARELLI, G.FEDELE: "Signal detection in Weibull Clutter", Melecon 1985, Madrid, Oct. 1985, pp.324-325.
[30] T.BUCCIARELLI, G.FEDELE, A.FORTE: "Detection of fixed targets embedded in log-normal clutter", Electronics

Letters, 21 Nov. 1985, Vol. 21, pp.1140-1141.
[31] DAVEMPORT-ROOT: "An introduction to the theory of random signals and noise", McGraw-Hill 1958, pp.37-38.
[32] D.B.DE HAAN: "Nouvelles tables integrales definies", N.Y. Hafner Publ. 1957.
[33] ZHANG SHAYAN, MAO YUHAI, FANG ZAIGEN: "The performance comparison between parametric and non parametric CFAR detectors in Weibull clutter". CIE - Internat. Conf. on Radar, Nanijing, Nov. 86, pp.456-461.

5. ELABORAZIONE MTI E TECNICHE DI FILTRAGGIO AZIMUTALE

5.1. Introduzione

La maggior parte dei radar di avvistamento ed inseguimento operano in un ambiente in cui i ritorni di "clutter" sono di molto superiori a quelli dei bersagli. Se i bersagli sono in movimento, relativamente al clutter, e´ possibile filtrare il clutter non desiderato osservando il differente sfasamento doppler introdotto dal bersaglio in moto relativo e dal clutter.

I sistemi che operano su questo principio sono chiamati "Moving Target Indicator" (MTI).

Come gia´ indicato nel cap.1 esistono diversi tipi di MTI associati a sistemi coerenti e non coerenti.

Nel seguito ci si riferira´ ai sistemi coerenti che oggi sono i piu´ largamente adottati.

In realta´ converra´ ricordare che l´operazione base di un MTI consiste nel confronto di un segnale in un certo istante (o ad una certa distanza) con quello dello sweep (o traccia) precedente allo stesso istante, cio´ allo scopo di visualizzare se durante il tempo corrispondente ad una PRF ($T=1/f_r$), l´eco di ritorno e´ sfasato o meno e quindi dallo sfasamento $\omega_d T$ e´ possibile desumere se il bersaglio e´ in moto, ossia dalla misura della frequenza doppler ($f_d=\omega_d/2\pi$) e´ possibile diversificare il clutter stesso da un bersaglio in moto.

Tutto cio´ si basa sul fatto che i sistemi coerenti realizzano ogni volta una determinazione della fase relativamente al segnale trasmesso, cosi´ che abbia senso comparare l´eco di ritorno in due sweep successivi nel discriminatore di fase, che fornisce appunto una misura della $\omega_d T$.

Il confronto in realta´ fra le due tracce potra´ essere realizzato memorizzando tutta una traccia (o piu´ di una) e cio´, mentre nei vecchi apparati (degli anni ´50-´60) era realizzato con linee a quarzo, oggi generalmente e´ realizzato con tecniche digitali, ossia il segnale e´ convertito in digitale (eventualmente nelle due componenti (x,y)) e

quindi memorizzato. Inoltre, nelle realizzazioni piu' recenti, si opera con tecnologia CCD che realizza una specie di registro a scorrimento su dati analogici (cioe' campionati ma non digitalizzati).

Nelle pagine che seguono, dapprima verranno analizzate le tecniche di cancellazione singola (v. par.1.6) e poi le tecniche di cancellazione sulle componenti.

5.2. Cancellatori singoli

I principali elementi di un radar coerente sono riportati in fig.1.8. Poiche' si vuole distinguere bersagli mobili dal "clutter" stazionario in virtu' dello spostamento di frequenza dovuto ai bersagli mobili, la coerenza di fase, come accennato nella introduzione, deve rispettare tolleranze molto strette. Detta coerenza e' garantita dallo STALO (che stabilisce la frequenza intermedia) e dal COHO. Il COHO fornisce un segnale di riferimento per la rivelazione coerente dell'eco ricevuto.

Nell'elaboratore MTI piu' semplice il segnale rivelato di fase e' inviato in un cancellatore a linea di ritardo (fig. 5.1) che realizza la differenza tra due echi separati in tempo dal periodo ($1/f_r$).

In realta' il discriminatore di fase (v. fig. 1.8) potra' essere sostituito da un semplice mixer, come apparira' piu' chiaro nel seguito: l'uscita dal mixer, per sfasamenti piccoli fra i due segnali di ingresso, e' proporzionale allo sfasamento. In realta' il segnale in uscita e' dato dal prodotto dello sfasamento di cui sopra per le ampiezze dei segnali di ingresso, ampiezze che possono essere annullate facendo precedere al mixer un "limitatore duro".

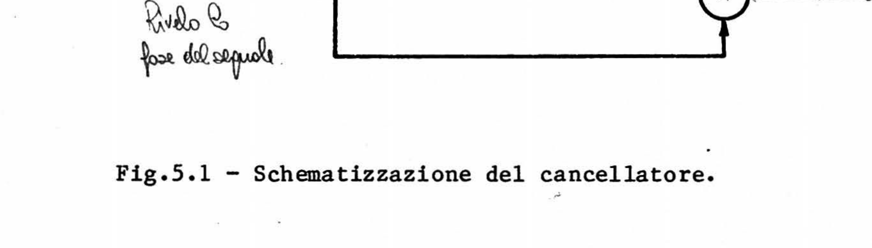


Fig.5.1 - Schematizzazione del cancellatore.

D'altro lato la funzione principale del limitatore potra' essere ancora quella di realizzare la condizione CFAR: se il clutter e' a tale livello che un MTI lineare non riesce a cancellarlo (ossia a portarne i residui in uscite sotto al livello del rumore), il limitatore di ingresso realizzera' la condizione per cui il livello dei residui di uscite (clutter e/o rumore) rimane costante [22]. Peraltro una tale tecnica si e' dimostrata poco efficiente perche' il limitatore causa una distorsione, allarga gli spettri e quindi la cancellazione e' poco rilevante.

Oggi quindi, in genere, si preferisce lavorare con i cancellatori a piena dinamica senza limitatore e poi introdurre una della "macchine", discusse nel capitolo che precede, per ottenere il CFAR.

Si consideri allora l'operazione del cancellatore in risposta ad una eco da un bersaglio ad una certa distanza R. Il segnale all'uscita del mixer (o meglio all'ingresso del cancellatore) sara' del tipo (v. pag.47):

$$V_1 = S\,\mathrm{sen}(\omega_d t+\phi_o) \tag{5.1}$$

dove ϕ_o e' lo sfasamento rispetto alla trasmissione dovuto alla distanza R_o ($\phi_o=2\pi f_T\cdot 2R_o/c=4\pi R_o/\lambda$).

Il segnale (5.1) dopo un tempo $T=1/f_r$ diviene

$$V_2 = S\,\mathrm{sen}(\omega_d t+\omega_d \frac{1}{f_r} + \phi_o) \tag{5.2}$$

Allora all'uscita del cancellatore si avra':

$$\Delta V = V_1-V_2=S\{\mathrm{sen}(\omega_d t+\phi_o)-\mathrm{sen}(\omega_d t+\phi_o+\omega_d \frac{1}{f_r})\} = \tag{5.3}$$

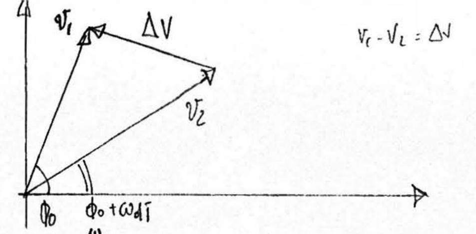
$$= S\{\mathrm{sen}(\omega_d t+\phi_o+ \frac{\omega_d}{2f_r} - \frac{\omega_d}{2f_r})-\mathrm{sen}(\omega_d t+\phi_o+ \frac{\omega_d}{2f_r} + \frac{\omega_d}{2f_r})\} =$$

$$= -S\cdot 2\cdot \mathrm{sen}\frac{\omega_d}{2f_r}\cos(\omega_d t + \frac{\omega_d}{2f_r} + \phi_o)$$

Naturalmente in questa operazione di differenza si e' assunto che i due rami del cancellatore abbiano eguale guadagno.

L'equazione (5.3) indica che l'uscita dal cancellatore e' un'onda sinusoidale a frequenza doppler, la cui ampiezza dipende dalla relazione fra la frequenza doppler e la PRF (f_r).

In fig.5.2 a tratto continuo e' riportato il guadagno in potenza del cancellatore in funzione della frequenza doppler, ossia (v. (5.3) e (5.1)):



(5.4) $$G = 4\ \text{sen}^2 \frac{\omega_d}{2f_r}$$

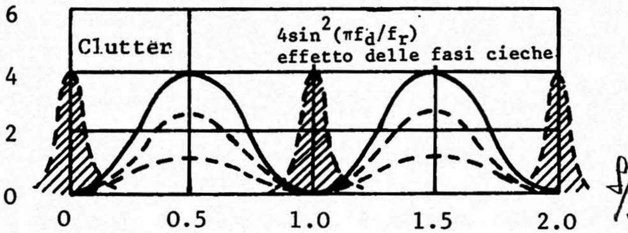


Fig.5.2 - Andamento del guadagno del cancellatore singolo.

Si notera´ come esistono certe frequenze doppler per cui l´uscita e´ zero. Cio´ avviene quando

(5.5) $$f_d = nf_r$$

dove n e´ un numero intero.

Questo fatto si intuisce anche dalla rappresentazione vettoriale di cui in fig.1.9; infatti si sta operando con un radar ad impulsi e, se avviene che $\omega_d T=2\pi$, i singoli vettori relativi al bersaglio, nei vari sweep, si trovano riallineati e quindi non possono essere piu´ distinti.

Alle frequenze (5.5) corrispondono le

~~a)~~ <u>velocita´ cieche</u>

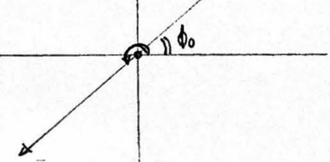
date dalla relazione

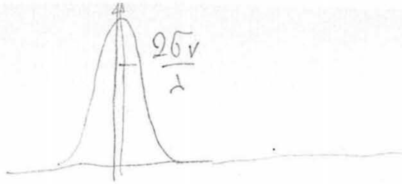
(5.6) $$v = n\frac{f_r \lambda}{2}$$

per n intero.

D´altro canto, essendo il radar in questione di tipo impulsivo, il segnale (5.3) e´ da considerarsi campionato ad intervalli T. Puo´ allora capitare che anche a velocita´ non cieche il termine cosinusoidale di cui nella (5.3) dia contributi nulli e cio´ dipendera´ da ϕ_o in particolare. Sempre osservando la rappresentazione di fig.1.9 ciò capita se il vettore bersaglio si sfasa ogni T di π ma la direzione ~~di~~ questo vettore e´ identica a quella del COHO.

Allora in aggiunta alle velocita´ cieche si hanno le





b) fasi cieche

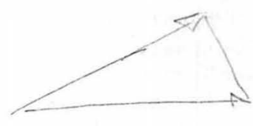
ottenendosi gli andamenti riportati con tratteggio in fig. 5.2.

Queste fasi nulle potranno essere eliminate considerando due cancellatori che elaborano segnali in quadratura, come verra' indicato nel seguito.

Le perdite risultanti dalle fasi cieche possono in media non essere un problema troppo serio se gli impulsi trasmessi nel tempo sul bersaglio sono in numero rilevante, tuttavia vi e' una perdita media di 3 dB nella cancellazione del clutter relativamente al segnale.

Il clutter (tipo clutter di terra, per postazione fissa) in effetti puo' manifestarsi come un segnale a doppler nulla o quasi, che si aggiunge al bersaglio (v. (5.1)), d'altra parte l'operazione del mixer cosi' come la cancellazione (v. (5.3)) e' una operazione lineare per modo che il clutter ed il segnale possono essere trattati separatamente.

L'andamento della risposta di cui in fig.5.2 puo' quindi essere applicato separatamente sul segnale e sul clutter, il quale si manifesta come uno spettro gaussiano secondo i modelli del cap.2 e puo' essere piazzato a frequenza doppler nulla (e quindi nei multipli di f_r trattandosi sempre di un sistema campionato).



5.3. Cancellatore a doppio canale

Secondo la schematizzazione di fig.1.13b) tutte e due le componenti del bersaglio possono essere estratte e quindi elaborate con due cancellatori separati. Cio' equivale ad una cancellazione globale del vettore bersaglio, ossia tutto avviene come se il vettore bersaglio fosse comparato nella sua globalita', per modo che sparisce il problema delle fasi cieche e si parla di cancellazione vettoriale.

Il segnale bersaglio nella sua rappresentazione reale passa-basso (v. App.1 cap.3) $s_v(t)$ potra' essere ritardato di T e si ha in uscita dal piu' semplice cancellatore:

$$g_v(t) = s_v(t)-s_v(t+T) \tag{5.7}$$

essendo $s_v(t)$ disponibile nelle componenti reali e complesse di s(t) (segnale di uscita dalla media frequenza) riportato in bassa frequenza:

$$s_v(t) = s_{vr}(t) + j\, s_{vi}(t) \tag{5.8}$$

Deve ritardare esattamente come lo Sweep

conformemente allo schema di fig.5.3.

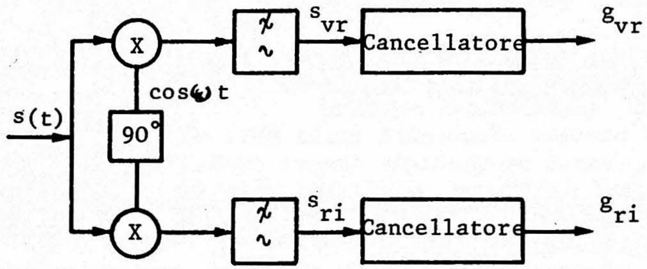


Fig.5.3 - Schematizzazione della estrazione delle componenti riportate in bassa frequenza (v. fig.A.1 dell'App.1 di cap. 3: p.191).

Ne viene quindi che l'operazione (5.7) corrisponde ad un cancellatore su ogni uscita di fig.5.3, quindi viene realizzato un filtraggio simmetrico intorno alla frequenza intermedia (ric. eq. (A.68) p.192).

Naturalmente l'uscita dei cancellatori potra' essere ricombinata (moltiplicazione per $\cos\omega_T t$ e $\mathrm{sen}\,\omega_T t$) per ricostruire il segnale a media frequenza.

Qualora invece interessi (come normalmente avviene per l'estrazione dell'informazione finale o per la elaborazione incoerente che segue) solo l'ampiezza, si potra' estrarre il modulo operando su g_{vr} e g_{vi}, nel senso di realizzare (magari in forma digitale):

$$|Y| = \sqrt{g_{vr}^2 + g_{vi}^2} \qquad (5.9)$$

In realta' l'operazione di estrazione di radice quadrata spesso non viene realizzata, se segue una soglia decisionale; infatti un'operazione monotona come l'estrazione della radice cambia la distribuzione, ma se si applica una certa soglia per una P_{fa} definita, la P_D e' invariante rispetto a detta operazione.

Operando la trasformata di Fourier della (5.7) si avra':

$$G_v(\omega) = S_v(\omega) - S_v(\omega)\, e^{j\omega T} \qquad (5.10)$$

da cui e' possibile ottenere la funzione di trasferimento (in potenza) del cancellatore vettoriale:

$P_0 = |x(t) - x(t-T)|^2 = 2R(0) - 2R(T) = 2R(0)[1-\rho(T)]$

Clutter di uscita = 2 Clutter$_{IN}$ $[1-\rho_c(T)]$

$S_{OUT} = S_{IN} \cdot 2$ → Guadagno

$IF = \frac{1}{1-\rho_c(T)}$

$$(5.11) \qquad \frac{|G_v(\omega)|^2}{|S_v(\omega)|^2} = |1-e^{j\omega T}|^2 = 4\ \mathrm{sen}^2\ \frac{\omega \cdot T}{2} = 4\ \mathrm{sen}^2\ \frac{\omega}{2f_r}$$

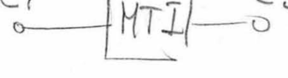
che coincide con la curva continua riportata in fig.5.2. Ovviamente il fenomeno delle fasi cieche non esiste con questo tipo di cancellazione.

5.4. Caratteristiche di un MTI: CA e IF

Converra´ introdurre due quantita´ che danno una misura delle caratteristiche di un MTI, che in realta´ potra´ essere molto piu´ complicato del semplice cancellatore sopra descritto.

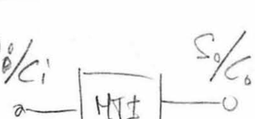
Allo scopo converra´ introdurre un parametro che misura l´attenuazione del clutter detto "Clutter Attenuation" CA come rapporto della potenza del clutter di ingresso di un MTI alla potenza di uscita:

$$(5.12) \qquad CA = \frac{C_i}{C_o}$$



Naturalmente la CA non da´ una idea di quanto sia visibile un segnale nel clutter, allo scopo converra´ introdurre il fattore di miglioramento o "Improvement Factor" IF che, in analogia alla definizione di figura di rumore, e´ definito come il rapporto fra i rapporti segnali a clutter in uscita ed in ingresso allo MTI:

$$(5.13) \qquad IF = \frac{\frac{S_o}{C_o}}{\frac{S_i}{C_i}}$$



Poiche´ il segnale non e´ noto nella sua doppler converra´ per il momento supporre che detto segnale sia egualmente possibile su tutte le velocita´; pertanto converra´ trattare il segnale come un rumore bianco.

Dalle (5.12) e (5.13) si ha ancora

$$(5.14) \qquad IF = \frac{S_o}{S_i}\ CA = G \cdot CA$$

Clutter Attenuation

Lo clutter Attenuation $CA = \frac{1}{2[1-\rho_c(T)]}$

$x(t) \cdot x(t-T) = R(0) \cdot \rho(T)$ (handwritten: σ_x^2 → $R(0)$; $\rho(T)$: Funzione di autocorrelazione normalizzata)

avendo definito con G il guadagno sul segnale, come rapporto S_o/S_i.

Normalmente la CA e l'IF vengono espressi in dB (10 log CA e 10 log IF).

5.5. Cancellatori semplici e doppi

A questo punto e' possibile valutare l'"Improvement Factor" per un semplice cancellatore, come quello introdotto nel par.5.3.

Dalla (5.7) si ha

$$\sigma_y^2 = \overline{g_v^2(t)} = \overline{(x_v(t)-x_v(t+T))^2} = \tag{5.15}$$

$$= \overline{2x_v^2(t)} - \overline{2x_v(t) \cdot x_v(t-T)}$$

dove $x_v(t)$ e' il generico segnale di ingresso che potra' essere il clutter o anche il segnale che, per quanto detto nel paragrafo che precede, verra' ipotizzato come un rumore bianco.

Dalla (5.15) per un clutter in ingresso, con varianza σ^2_{ci} e coefficiente di correlazione valutato al ritardo T eguale a $\rho(T)$, si ha in uscita:

$$\sigma^2_{co} = 2\sigma^2_{ci}[1-\rho(T)] \tag{5.16}$$

Per il segnale di varianza σ^2_{si} (ipotizzato come un rumore, e quindi correlazione nulla) si ha invece:

$$\sigma^2_{so} = 2\sigma^2_{si} \tag{5.17}$$

Allora la (5.13) diviene:

$$IF = \frac{\dfrac{\sigma^2_{so}}{\sigma^2_{co}}}{\dfrac{\sigma^2_{si}}{\sigma^2_{ci}}} = \frac{1}{1-\rho(T)} = IF_1 \tag{5.18}$$

Poiche' d'altro canto il guadagno sul segnale vale

$$\frac{\sigma_{so}^2}{\sigma_{si}^2} = 2 \tag{5.19}$$

allora la "Clutter Attenuation" CA diviene:

$$CA = \frac{1}{2[1-\rho(T)]} = CA_1 \tag{5.20}$$

Naturalmente dato il modello del clutter e del segnale l'"Improvement Factor" puo' essere valutato anche attraverso la funzione di trasferimento del cancellatore (ric. fig.5.2 ed eq. (5.11)).

Peraltro diverse altre funzioni di trasferimento saranno possibili qualora si volesse cancellare meglio il clutter, magari disponendo due cancellatori in cascata, cosi' che la funzione di trasferimento in potenza e' data dal quadrato della (5.11) e lo schema realizzativo diviene quello di fig.5.4a).

Chiaramente lo schema di fig.5.4a) e' equivalente a quello di fig.5.4b) dove si nota una struttura trasversale che potra' essere estesa ed ottimizzata.

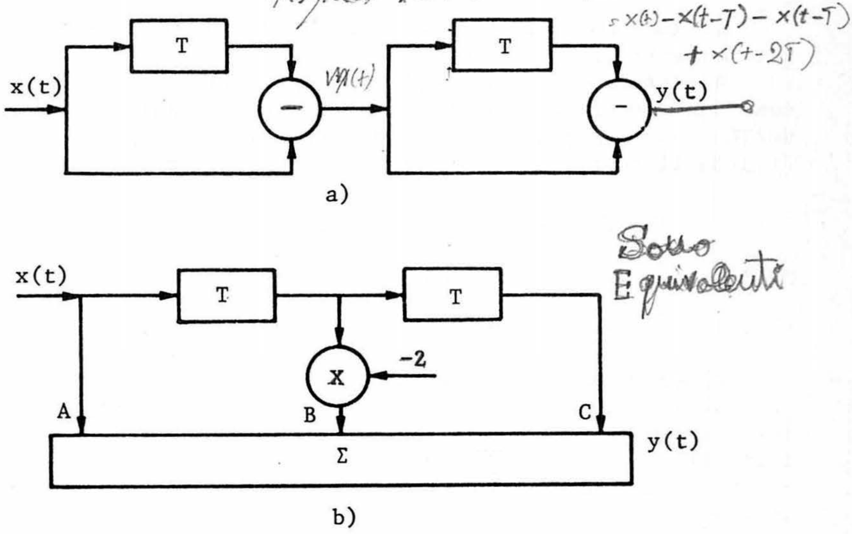


Fig.5.4 - Schematizzazione di un doppio cancellatore.

Per il doppio cancellatore, in analogia a quanto esposto per il semplice cancellatore, valgono le relazioni:

(5.21) $$\sigma_{co}^2 = \overline{|x_v(t)-2x_v(t-T)+x_v(t-2T)|^2} =$$

$$= 2\sigma_{ci}^2[3-4\rho(T)+\rho(2T)]$$

(5.22) $$\sigma_{so}^2 = 6\,\sigma_{si}^2$$

Dalle (5.21) e (5.22) si ottengono le relazioni relative all'"Improvement Factor" e "Clutter Attenuation" del doppio cancellatore:

(5.23) $$IF_2 = \frac{\dfrac{6\,\sigma_{si}^2}{2\sigma_{ci}^2[3-4\rho(T)+\rho(2T)]}}{\dfrac{\sigma_{si}^2}{\sigma_{ci}^2}} = \frac{1}{1-\frac{4}{3}\rho(T)+\frac{1}{3}\rho(2T)}$$

(5.24) $$CA_2 = \frac{1}{6-8\rho(T)+2\rho(2T)}$$

Un esempio varra' a chiarire gli ordini di grandezza dei parametri sopra definiti.

Ricordando che la funzione di correlazione per il teorema di Wiener-Khintchine e' l'antitrasformata di Fourier dello spettro, per il clutter (dato lo spettro gaussiano (2.32)) il coefficiente di correlazione diviene

(5.25) $$\rho(\tau) = \exp(-\tau^2/2\cdot\sigma_\tau^2)\cos\omega_o\tau$$

dove

(5.26) $$\sigma_\tau = \frac{1}{2\pi\sigma_f}$$

Riferendosi ora ad un esempio del tipo di quello del par.2.7 si hanno per le varie situazioni di clutter i risultati riportati in tab.5.1, da cui si puo' subito notare l'effetto del secondo cancellatore, come d'altro canto poteva essere ben intuibile dalla relativa funzione di trasferimento.

Le espressioni (5.18) e (5.23) possono essere riscritte direttamente in termini di $T\sigma_f=2\sigma_v/(\lambda f_r)$ e possono essere generalizzate per cancellatori di qualsiasi ordine. In fig. 5.5a) sono riportati gli andamenti dell'Improvement Factor IF al variare appunto di $\sigma_v/\lambda f_r$ per cacellatori fino al quadruplo; naturalmente questi andamenti sono riportati per

Il secondo cancellatore migliora la situazione

$P_0 = |x(t) - 2x(t-T) + x(t-2T)|^2 = R(0)[\ - - - -\ ]$

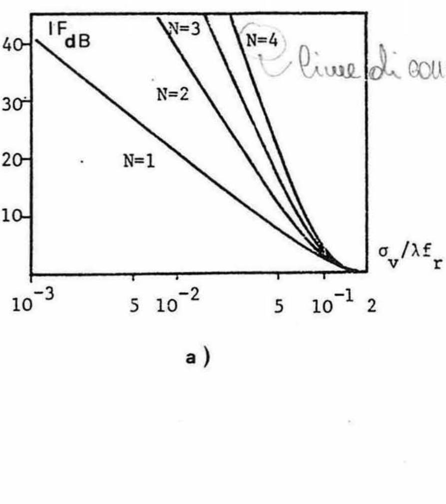
Confrontiamo ora le IF si ottiene che

$\rho(2T) < \rho(T)$

il caso di doppler media nulla dello spettro del clutter (f_o=0 in (5.25)). In fig.5.5b) sono riportati analoghi andamenti in funzione di $\rho \equiv \rho(T)$ (sempre per f_o=0), osservando la (5.25) si ha peraltro $\rho(iT) = \rho^{i^2}$.

Tab.5.1

Tipo di clutter	σ_f	f_o	σ_τ	$\rho(T)$	$\rho(2T)$	$I_1/_{dB}$	$I_2/_{dB}$
Terra	31	--	$5.1\cdot10^{-3}$	0.9978	0.9912	26.6	50.2
Pioggia (V_o=36 km/h)	86	200	$1.85\cdot10^{-3}$	0.8988	0.6270	9.9	19.7
Pioggia	86	--	$1.85\cdot10^{-3}$	0.9839	0.9371	17.9	33.0



a)

b)

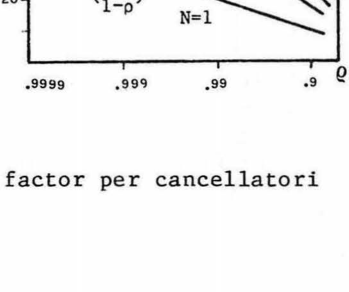


Fig.5.5 - Andamento dell'improvement factor per cancellatori di ordine N.

a) in funzione di $2\sigma_v/\lambda f_r$

b) in funzione di ρ

Qualora si voglia considerare la degradazione sull'improvement factor (Δ_{IF}) introdotta dalla velocita' media $v_o(f_o\neq0)$ allora e' possibile ottenere l'andamento di fig.5.6 come riduzione dell'improvement factor ad opera del clutter caratterizzato da v_o/σ_v.

Naturalmente onde recuperare la degradazione di IF dovuta alla componente media del clutter, e' possibile stimare detta componente media, cosi' da correggere la posizione del filtro, allora il problema si sposta nella tecnica di stima, come verra' evidenziato nel seguito.

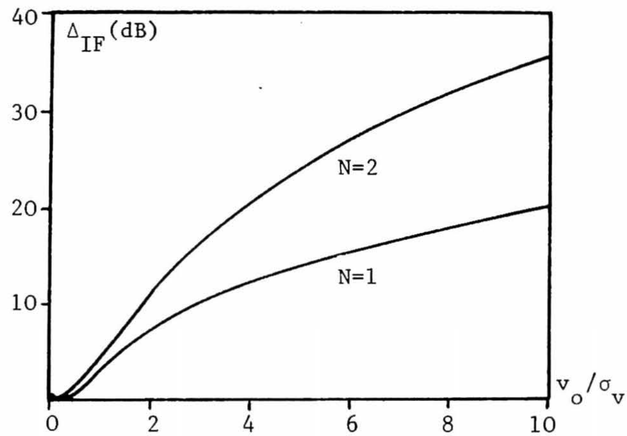


Fig.5.6 - Degradazione dell'IF per una velocita' media del clutter (v_o).

5.6. Effetto delle instabilita' nella cancellazione del clutter. La conversione A/D.

I sistemi MTI sono in grado di distinguere echi fissi dai mobili sulla base della variazione di fase causata dallo spostamento doppler.

Sfortunatamente qualsiasi instabilita' propria del sistema verra' rivista dal cancellatore come una variazione del segnale di ingresso e quindi limitera' necessariamente l'"improvement factor". Pertanto converra' analizzare le instabilita' singolarmente.

Le analisi della

$$IF = \frac{S_O}{S_{IN}} \cdot \frac{C_{IN}}{C_{OUT}} = \frac{C_{IN}}{C_{OUT}} G_{uod} = \frac{C_{IN}}{(C_0 + C_1 + \dots)/G}$$

a) <u>instabilita' di fase</u>

potra' essere condotta secondo un criterio analogo a quello che verra' evidenziato nel caso di semplice e doppio cancellatore.

Infatti nel caso di semplice cancellatore, onde mettere in evidenza la sola instabilita' di fase, converra' ritenere che il segnale di ingresso sia un clutter non fluttuante pari a x_i, chiaramente dopo un tempo T detto clutter ad opera delle instabilita' di fase, si modifichera' nel ricevitore secondo la

$$(5.27) \qquad x_i \, e^{-j\phi_1}$$

dove ϕ_1 rappresenta lo sfasamento introdotto nello sweep in esame relativamente al precedente, dal termine di instabilita' (dovuto allo STALO, al COHO ...).

Pertanto il cancellatore da' in uscita

$$(5.28) \qquad x_i(1-e^{-j\phi_1}) = 2jx_i \, e^{\frac{j\phi_1}{2}} \operatorname{sen} \frac{\phi_1}{2}$$

e il residuo medio in potenza del clutter in uscita, relativamente al clutter in entrata, diviene:

$$(5.29) \qquad \overline{4 \operatorname{sen}^2 \frac{\phi_1}{2}} \simeq \overline{\phi_1^2}$$

dove si e' ritenuto ϕ_1 sufficientemente piccolo da potersi approssimare il seno con l'arco ed ovviamente si e' operata una media di insieme sulle fluttuazioni.

In altri termini la (5.29) e' da ritenersi l'uscita del cancellatore quando l'ingresso e' costituito da un clutter fisso di ampiezza unitaria, ossia potra' scriversi

$$(5.30) \qquad CA_{1\phi} = \frac{1}{\overline{\phi_1^2}} = \frac{1}{\overline{\Delta\phi^2}}$$

avendo introdotto piu' correttamente $\Delta\phi = \phi_1$ come differenza di sfasamenti fra uno sweep ed il successivo.

Ne viene pertanto che l'Improvement Factor a causa del fenomeno della instabilita' e' limitato al valore

$$(5.31) \qquad IF_{1\phi} = \frac{2}{\overline{\Delta\phi^2}}$$

Per il doppio cancellatore il procedimento e' del tutto analogo; ritenendo immagazzinati i tre segnali

$$x_i e^{j\phi_1} \quad , \quad x_i \quad , \quad x_i\, e^{-j\phi_2} \, .$$

nei punti A,B e C della struttura di fig.5.4b), avendo definite convenzionalmente le instabilita' di fase (relativamente alla presa centrale) con ϕ_1 e $-\phi_2$, in uscita dal cancellatore si ha

$$(5.32) \qquad x_o = x_i[e^{j\phi_1} - 2 + e^{-j\phi_2}] = x_i[e^{j\phi_1} - 1 - (1 - e^{-j\phi_2})] =$$

$$= 2jx_i[e^{j\frac{\phi_1}{2}} \operatorname{sen}\frac{\phi_1}{2} - e^{-j\frac{\phi_2}{2}} \operatorname{sen}\frac{\phi_2}{2}] =$$

$$= 2jx_i[\cos\frac{\phi_1}{2}\operatorname{sen}\frac{\phi_1}{2} - \cos\frac{\phi_2}{2}\operatorname{sen}\frac{\phi_2}{2} + j(\operatorname{sen}^2\frac{\phi_1}{2} + \operatorname{sen}^2\frac{\phi_2}{2})] \simeq$$

$$\simeq jx_i[\phi_1 - \phi_2 + j\,\frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2)]$$

Ora e' possibile fare due ipotesi:

- la instabilita' di fase rimane coerente tra due sweep ed i successivi allora $\phi_1 = \phi_2 = \Delta\phi$ e dalla (5.32) si ha

$$(5.33) \qquad CA_2 = \frac{\overline{x_i^2}}{\overline{x_o^2}} = \frac{1}{\overline{\Delta\phi^4}}$$

e quindi

$$(5.34) \qquad IF_2 = \frac{6}{\overline{\Delta\phi^4}}$$

Potra' anche avvenire che

- la instabilita' di fase e' indipendente tra due sweep ed i successivi (tutto dipendera' dalle ragioni fisiche che l'hanno generata) ed allora:

$$\overline{x_o^2} \simeq x_i^2[\overline{\phi_1^2} + \overline{\phi_2^2}] = x_1^2\; 2\overline{\Delta\phi^2}$$

(con ovvia definizione dei simboli) e quindi

(5.35) $$CA'_{2\phi} = \frac{1}{2\,\overline{\Delta\phi^2}}$$

e

(5.36) $$IF'_2 = \frac{3}{\overline{\Delta\phi^2}}$$

Per quanto riguarda il

b) <u>jitter (ε) per "campionamento"</u>

derivante da un confronto di un punto in uno sweep con un altro leggermente sfalsato nello sweep successivo(*), pensando ad un'uscita da un filtro adattato (quindi di tipo triangolare, in assenza di modulazione o per particolare modulazione) e ritenendo un segnale di pari ampiezza (clutter fisso) nei sweep successivi, si ha un'uscita, dal singolo cancellatore, normalizzata al valore di picco, pari a (v. fig. 5.7)

(5.37) $$[K\tau_1 - K(\tau_1 - \varepsilon)]/K\tau = \varepsilon/\tau$$

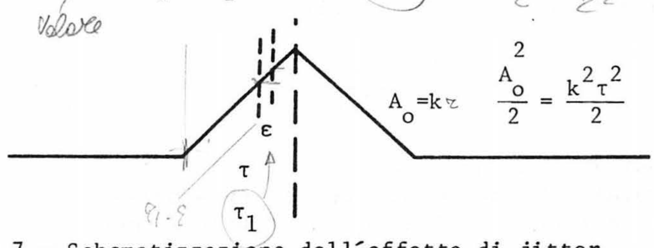


Fig.5.7 - Schematizzazione dell'effetto di jitter.

Introducendo il fattore 1/2 per passare dal valore di picco a quello efficace, dalla (5.37) si ha allora:

(5.38) $$CA_{1\tau} = \frac{\tau^2}{2\,\overline{\varepsilon^2}} = \frac{\tau^2}{2\,\sigma_\varepsilon^2}$$

(*) Detto jitter puo' essere causato o dall'eventuale campionamento leggermente fluttuante (dopo il P.D. di fig.5.1 o sulle componenti di bassa frequenza di cui in fig.5.3) o anche da un ritardo instabile o non identico a $1/f_r$ delle linee di ritardo dei cancellatori o da una variazione della durata dell'impulso radar.



dove σ_ε^2 e' la varianza del jitter della differenza dei campionamenti su sweep successivi. Se viene indicato con $\sigma_\varepsilon'^2$ la varianza del jitter sul singolo impulso allora (supposti i jitter indipendenti):

$$\sigma_\varepsilon^2 = 2 \cdot \sigma_\varepsilon'^2 \tag{5.39}$$

Dalla (5.38) si ha allora

$$IF_{1\tau} = \frac{\tau^2}{2 \cdot \sigma_\varepsilon'^2} \tag{5.40}$$

che rappresenta la limitazione sull'"improvement factor" dovuta a un jitter nel "campionamento" nel caso di un cancellatore semplice.

Per il cancellatore doppio vale la relazione:

$$CA_{2\tau} = \frac{\tau^2}{2 \cdot 6 \cdot \sigma_\varepsilon'^2} \tag{5.41}$$

che puo' essere dimostrata immediatamente dalla (5.21) (v. fig. 5.4b) e quindi per la (5.22):

$$IF_{2\tau} = \frac{\tau^2}{2 \cdot \sigma_\varepsilon'^2} = \frac{\tau^2}{\sigma_\varepsilon^2} \tag{5.42}$$

che quindi si identifica con la (5.40).

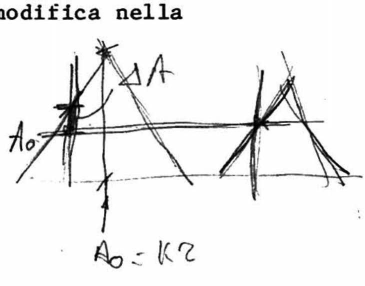
Naturalmente lo stesso metodo di analisi puo' essere riportato nel caso si abbia una instabilita' per

c) fluttuazione di ampiezza (variazione della potenza di picco del trasmettitore)

(dovuta a fluttuazione di guadagno della catena ricetrasmittente).

Si ha allora che la (5.37) si modifica nella

$$\frac{\Delta A}{A_o} \tag{5.43}$$



da cui

$$CA_{1A} = \frac{A_o^2}{2 \cdot \sigma_A^2} = \frac{A_o^2}{4\sigma_A'^2} \tag{5.44}$$

ricorrendo alla definizione di varianza della fluttuazione di ampiezza sul singolo impulso (v.(5.39)):

(5.45) $$\sigma_A^2 = 2\cdot\sigma_A'^2$$

Pertanto si ha ancora

(5.46) $$IF_{1A} = \frac{A^2}{2\sigma_A'^2}$$

e analogamente

(5.47) $$CA_{2A} = \frac{A^2}{2\cdot 6\sigma_A'^2} \qquad IF_{2A} = \frac{A^2}{2\sigma_A'^2}$$

Converra´ notare che nelle formule di cui sopra, l´IF non varia con il tipo di cancellatore adottato.

Cio´ e´ dovuto al fatto che nei casi b) e c) le instabilita´ sono equivalenti alla introduzione di un rumore a banda larga riportato in ingresso del filtro MTI, cioe´ analogo al segnale (data l´equiprobabilita´ delle frequenze doppler proprie del segnale di ingresso, come ipotizzata). Pertanto le formule di cui sopra valgono per qualsiasi tipo di MTI; infatti ogni sistema di filtraggio opera identicamente sul segnale e sulle instabilita´ come verra´ meglio precisato nel seguito.

Le cose non sono differenti qualora si voglia considerare l´influenza della

d) <u>conversione analogico-digitale</u> sull´IF ottenibile.

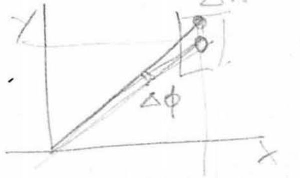
In questo caso il rumore introdotto e´ quello caratteristico di un processo di conversione (ipotizzato l´errore di conversione uniforme nell´ambito del quanto "q"):

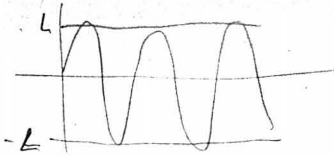
(5.48) $$\sigma_q^2 = \frac{q^2}{12}$$

che viene introdotto dopo i filtri passa-basso di cui in fig. 5.3 (cancellatori vettoriali).

Pensando ad una eventuale rivelazione in detto punto (o anche riportando detto rumore in ingresso), il rumore di quantizzazione sara´ pari ancora a

(5.49) $$\frac{q^2}{12}$$





mentre nello stesso punto si potra´ avere un segnale di ampiezza massima (di picco) pari a

$$L = \frac{2^N - 1}{2}\, q \tag{5.50}$$

corrispondente alla massima dinamica di picco di un singolo convertitore A/D, essendo N il numero di bit del conv. A/D.

Allora si ha facilmente come IF il rapporto della potenza del clutter di ingresso (ipotizzata sinusoidale)

$$\sigma_{ci}^2 = \frac{L^2}{2} \tag{5.51}$$

al residuo della cancellazione riportato in ingresso (v. C_o S_i/S_o di cui nella (5.13)) espresso dalla (5.49). Ne viene pertanto

$$IF_q = \frac{(2^N-1)^2\ 12}{8} = (2^N-1)^2\ 1.5 \tag{5.52}$$

Si consideri ora un cancellatore coerente singolo (v. fig.5.1), allora la conversione A/D avra´ luogo a valle del P.D. e sara´ seguito dal cancellatore. Ad un segnale massimo L all´ingresso del convertitore, corrisponde un segnale medio pari a $L/\sqrt{2}$, considerando una media su tutte le possibili fasi del segnale di ingresso. Allora in questo caso la limitazione sull´improvement factor dovuta alla quantizzazione diviene

$$IF'_q = (2^N-1)^2\ 0.75$$

In fig.5.8 e´ riportato l´andamento della (5.52) espresso in dB.

Onde tener conto globalmente delle varie instabilita´, riprendendo ancora la (5.13), e´ possibile scrivere

$$IF = \frac{C_i}{C_o \cdot \frac{S_i}{S_o}} \tag{5.53}$$

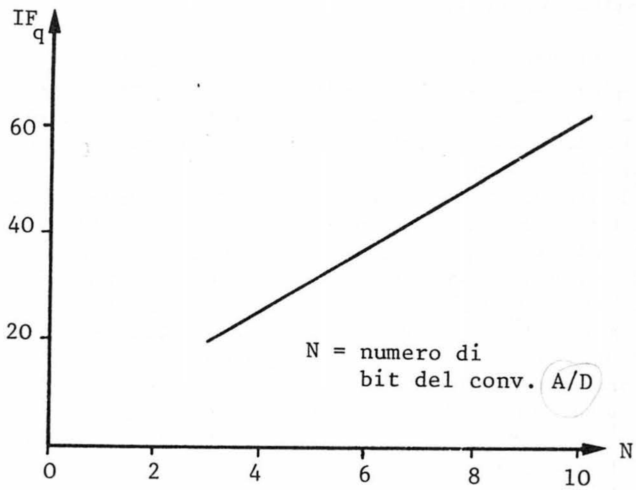


Fig.5.8 - Andamento della limitazione sull'IF ad opera dell'effetto di quantizzazione.

dove C_i e' la potenza del clutter in ingresso

$C_o \cdot \frac{S_i}{S_o}$ e' la potenza del clutter di uscita riportata in ingresso.

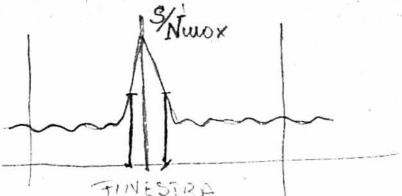
D'altro canto i vari termini di limitazione dello IF, valutati nelle pagine che precedono, possono essere ripresi e uniti insieme considerando la somma dei residui in uscita.

Pertanto l'IF globale puo' essere ottenuto dalla somma degli inversi secondo la

$$IF_t = \frac{1}{\Sigma_i \frac{1}{IF_i}} \tag{5.54}$$

dove IF_i e' l'IF, ottenuto secondo la procedura delle pagine che precedono, dovuto alla i-esima instabilita'.

Allora e' possibile valutare l'influenza della particolare instabilita' sull'intero sistema ed introdurre dei criteri di proporzionamento globale o meglio le specifiche delle singole parti ed in particolare del numero dei bit necessari nella conversione A/D.



5.7. Campionamento del segnale radar e larghezza di banda di media frequenza

Il problema del filtraggio ottimo, come posto nel par. 1.8d, implica un campionamento nel punto di ottimo rapporto segnale a rumore. Naturalmente questo tempo non e´ noto altrimenti cadrebbe il problema stesso del radar come determinazione della distanza.

Allora operando un campionamento in video dopo una rivelazione in media frequenza o anche dopo i mixer ed i filtri di cui in figg.5.1 e 5.3, certamente potra´ accadere di non prendere il punto di ottimo. Peraltro piu´ fitto e´ il campionamento, piu´ si avra´ notevole probabilita´ di centrare il punto ottimo cui prima si e´ fatto cenno.

Nasce ora il problema di definire la condizione di rivelazione ottima nel caso campionato, essa puo´ essere ricondotta al criterio di Neyman-Pearson, definendo opportunamente la probabilita´ di falso allarme e quella di detezione (P_{fa} e P_D).

Naturalmente converra´ aprire una finestra che comprenda [3] tutto l´impulso atteso (supposto non codificato) e definire la P_{fa} come la probabilita´ che in presenza di solo rumore almeno un impulso abbia superato una soglia predisposta. Analogamente e´ possibile definire la P_D su qualsiasi campione nell´ambito della finestra si abbia superamento.

Una tale definizione e´ da ritenere discosta da quella posta nel par.1.8d) e conduce ad una criticita´ inferiore per quanto riguarda la larghezza di banda relativamente a quanto posto in fig.1.19; in particolare converra´ in genere attenersi ad una banda in media frequenza:

$$B_{IF} \simeq \frac{1,2}{\tau} \qquad (5.55)$$

come gia´ per motivi di visibilita´ e´ stato consigliato in [1]. In fig.5.9 e´ dato, secondo [1], l´andamento delle perdite in funzione del prodotto $B_{IF} \cdot \tau$; naturalmente detto andamento e´ nato considerando una visione analogica e non campionata del segnale. Un diverso modo di procedere [2] per i segnali campionati puo´ essere quello di considerare i rapporti segnali rumore in uscita come media fra i vari campioni di segnale e di rumore e riferirli al campionamento ottimo.

Con tutte e due le tecniche cui si e´ fatto riferimento si ha l´andamento delle perdite riportato in fig.5.10 dove in ascissa e´ riportato il prodotto della frequenza di cam-

pionamento (f_c) per la durata dell'impulso (τ) o anche il numero dei campioni nell'impulso radar. Cosi' con due campioni nell'impulso τ si ha una perdita dell'ordine di 1 dB.

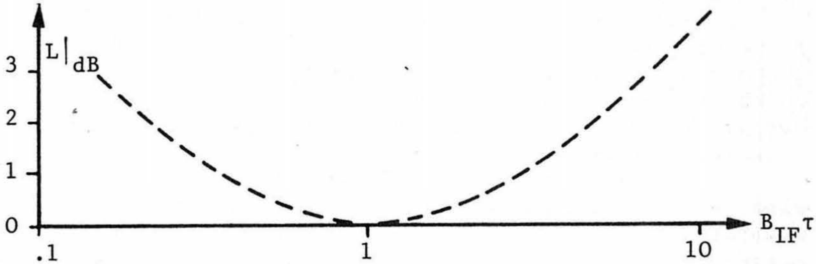


Fig.5.9 - Perdite per larghezza di banda non ottima.

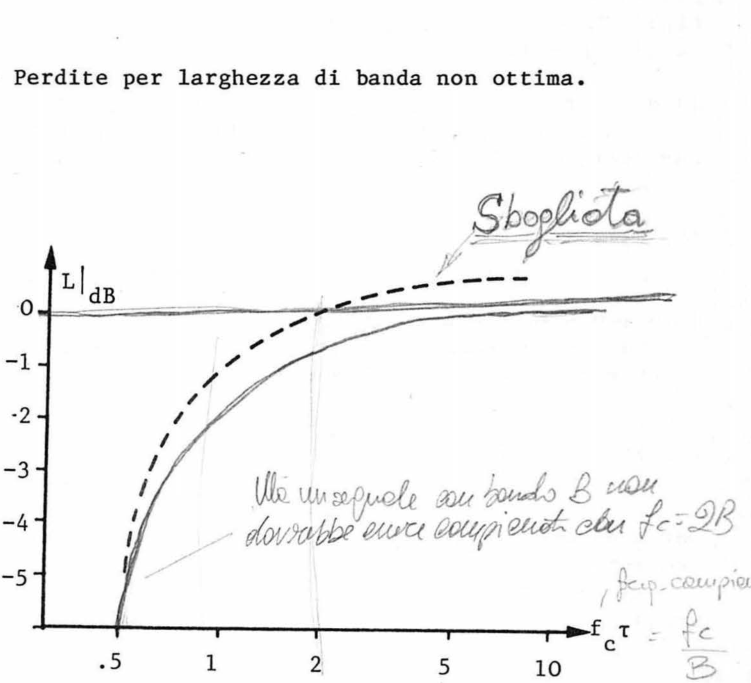


Fig.5.10 - Perdite per campionamento.

5.8. Stagger

E´ stato notato che le frequenze di ripetizione radar sono condizionate dall´esigenza di avere una misura della distanza non ambigua.

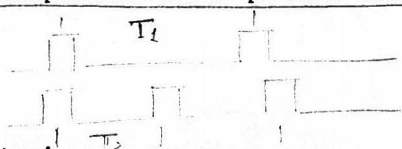
D´altro canto sara´ facile da alcune esemplificazioni rendersi conto che nella maggior parte dei radar di media e lunga portata a queste PRF corrispondono velocita´ radiali cieche notevolmente inferiori a quelle proprie dei moderni aerei. Ecco allora che si pone il problema di eliminare le velocita´ cieche.

Cio´ e´ possibile con lo "stagger" che comporta una variazione della frequenza di ripetizione impulso per impulso. Naturalmente le operazioni proprie di cancellazione dovranno essere rapportate alla stessa distanza. In tal modo le velocita´ cieche (insieme alle PRF) si muovono di volta in volta e, combinando le varie uscite, i bersagli risulteranno sempre visibili almeno fino a velocita´ corrispondenti al multiplo delle varie frequenze di ripetizione di stagger cui corrisponde una stessa frequenza.

In tal modo e´ possibile ottenere velocita´ cieche ben al di sopra delle velocita´ degli aerei piu´ moderni.

Onde esemplificare il problema si consideri un radar che operi con due PRF corrispondenti a due periodi tali che

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{b}{a} \tag{5.56}$$



dove a e b sono numeri interi.

Allora la prima vera velocita´ cieca corrispondente a tutte e due i periodi diviene:

$$\frac{1}{T} = \frac{a}{T_1} = \frac{b}{T_2} \tag{5.57}$$

$V_c = \frac{n f_r \lambda}{2}$ $f_d = \frac{2v}{\lambda}$

per modo che la velocita´ cieca effettiva si alza convenientemente.

Ad esempio se b/a=5/4, la velocita´ cieca che corrisponde per un radar senza stagger a una PRF

$$\frac{1}{T} = \frac{2}{T_1+T_2} = \frac{a}{T_1} = b$$

ora diviene

$$T = \frac{\sum^{N} T_i}{N}$$ Valore medio delle varie Ti

$$(5.58) \qquad \frac{4}{T_1} = \frac{5}{T_2} = \frac{(1+b/a)}{2} \cdot \frac{4}{T} \simeq \frac{4}{T}$$

In fig.5.11 a titolo di esempio e' riportata la risposta media relativa a un radar che opera appunto con due frequenze di ripetizione nel rapporto 5 e 4. Converra' notare che la prima velocita' cieca della risposta complessiva e' aumentata di circa 4 volte rispetto a quella propria di un radar operante con una sola PRF. Pertanto piu' basso sara' il rapporto fra le due PRF, piu' alto sara' il valore della prima velocita' cieca e piu' ondulata apparira' la risposta complessiva, infatti piu' pronunciata apparira' ad esempio la zona fra $1/T_2$ e $1/T_1$ di cui in fig.5.11c).

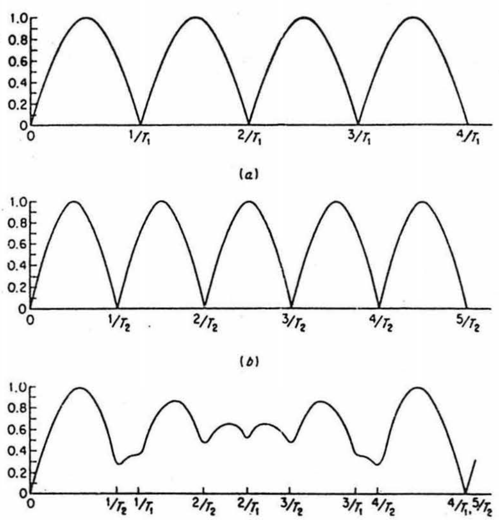


Fig.5.11 - Risposta in frequenza di un cancellatore semplice con

a) PRF = $1/T_1$
b) PRF = $1/T_2 = 1/T_1 \cdot 4/5$
c) le due PRF operanti in modo sfalsato.

Allora in conclusione la scelta di T_2/T_1 nascera' da un compromesso fra i valori della prima velocita' cieca e la profondita' delle ondulazioni.

D'altro canto le profondita' delle ondulazioni possono essere controllate convenientemente e la prima velocita' cieca puo' essere aumentata lavorando con piu' di due PRF.

Se i periodi corrispondenti alle varie PRF sono nella relazione:

$$\frac{n_1}{T_1} = \frac{n_2}{T_2} = \dots = \frac{n_N}{T_N} \qquad \text{(v. (5.57))} \tag{5.59}$$

dove $n_1, n_2 \dots n_N$ sono numeri interi e se V_B e' la prima velocita' cieca corrispondente a un sistema non "stagger", operante con un periodo costante pari a quello medio:

$$T = \frac{\sum_{1}^{N} T_i}{N} \rightarrow V_B \tag{5.60}$$

Valore medio degli Ti

allora la prima velocita' cieca corrispondente al sistema "stagger" diviene

$$V_1 = \frac{\sum_{1}^{N} n_i}{N} \cdot V_B \tag{5.61}$$

che generalizza la (5.58).

In fig.5.12 e' riportata la risposta di un radar MTI che opera "stagger" con quattro periodi (5 impulsi).

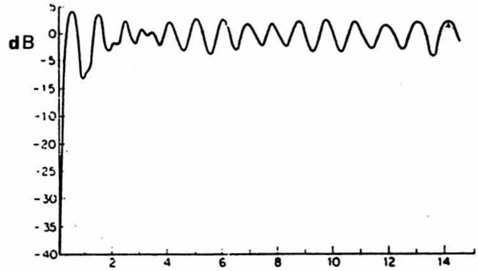


Fig.5.12 - Risposta in frequenza di un cancellatore a 5 impulsi.

Lo svantaggio di un sistema "stagger" e' la sua incapacita' di cancellare "echi di clutter di seconda traccia". Infatti tali echi non appaiono nella stessa cella in distan-

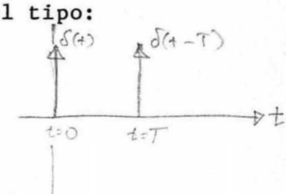
za. Allora e' conveniente operare con PRF costante la' dove sono attesi echi di seconda traccia o anche operare nell'ambito del tempo su bersaglio definito da N impulsi (N ritorni attesi da un bersaglio di tipo puntiforme) a pacchetti di una frazione di N (es. N/2 o N/4), ammettendo un transitorio da pacchetto a pacchetto (in tal modo e' possibile operare anche a diversita' di frequenza); al limite e' possibile cambiare la PRF anche solo una volta ogni scansione.

5.9. Il filtraggio azimutale

E' stato piu' volte notato che il segnale radar ad una certa distanza e' un segnale campionato, che cresce nel tempo di insistenza del fascio sul bersaglio e poi sparisce. Si pone allora il problema di ottimizzare anche in azimut il filtraggio secondo la tecnica del filtro adattato posta nel cap.1, ora peraltro detto filtro risultera' campionato.

Come primo esempio di un filtro adattato campionato si voglia determinare il filtro adattato ad una successione di due impulsi, che per semplicita' verranno supposti di Dirac.

In altri termini il segnale s(t) sia del tipo:



(5.62) $$s(t) = \delta(t) + \delta(t-T)$$

per cui:

(5.63) $$S(j\omega) = 1 + \exp(-j\omega T)$$ Fourier.

e quindi il filtro ottimo avra' come funzione di trasferimento (v. (1.74)): → $H(j\omega)=S^*(j\omega)\cdot e^{j\omega t_0}$

(5.64) $$H(j\omega) = \{1+\exp(j\omega T)\}\exp(-j\omega t_o)$$

la cui risposta ad un impulso (ancora di Dirac) applicato al tempo t=0 sara' (v. (1.75)):

(5.65) $$h(t)=\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{j\omega(t-t_o)\}df+\int_{\infty}^{\infty} \exp\{j\omega(t+T-t_o)\}df =$$

$$= \boxed{\delta(t-t_o) + \delta(t+T-t_o)}$$ Risposta impulsiva.

La risposta del filtro in questione (v. (1.78)) a s(t) sara' pertanto data dalla:

$$(5.66) \qquad g(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\{\delta(\tau)+\delta(\tau-T)\}\{\delta(t-t_o-\tau)+\delta(t+T-t_o-\tau)\}d\tau$$

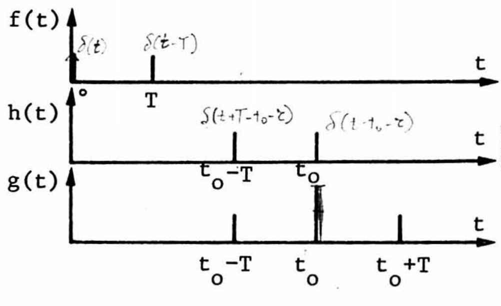


Fig.5.13 - Filtro adattato nel caso di due Dirac.

La (5.66) si puo' spezzare in quattro integrali:

$$g(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau)\delta(t-t_o-\tau)d\tau+\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau-T)\delta(t+T-t_o-\tau)d\tau +$$

$$+\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau)\delta(t+T-t_o-\tau)d\tau+\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau-T)\delta(t-t_o-\tau)d\tau$$

I primi due danno il loro contributo solo in $t=t_o$($\tau=0$ e $\tau-T=0$ rispettivamente nei due integrali), il terzo e quarto danno contributi per $t=t_o-T(\tau=0)$ e $t=t_o+T(\tau=T)$ rispettivamente.

L'andamento di g(t) e' riportato quindi in fig. 5.13, dove si intravede un andamento triangolare che si estende in tempo per una durata doppia di T.

Qualora invece dei 2 Dirac si fosse avuto un impulso rettangolare unico di durata T, ne sarebbe venuta come risposta, dalla (1.78), ancora un triangolo di durata 2T con il massimo in t_o, di cui l'esempio precedente ne presenta il caso campionato.

Converra' ora pensare al caso di N impulsi, come avviene nei radar, di cui ognuno avra' andamento spettrale identico a quello dell'impulso precedente, a meno del termine exp(-jωT) dovuto alla traslazione in tempo ed il centrale in

$$\sum_{i=-n}^{n} a^i = \sum_{i=-n}^{-1} a^i + \sum_{i=0}^{n} a^i = \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{a}\right)^j + \sum_{i=0}^{n} a^i = -1 + \sum_{j=0}^{n}\left(\frac{1}{a}\right)^j + \sum_{j=0}^{n} a^j =$$

$$-1 + \frac{1-(1/a)^{n-1}}{1-1/a} + \frac{1-a^{n-1}}{1-a} = -1 + \frac{a-\left(\frac{1}{a}\right)^{n-2}}{-(a-1)} + \frac{1-a^{n-1}}{1-a} =$$

$$\frac{\left[a-1-a+\left(\frac{1}{a}\right)^{n-2}+1-a^{n-1}\right]}{1-a} = \frac{\frac{1}{a^{n-2}}-a^{n-1}}{1-a}$$

particolare avra´ come spettro $F(j\omega)$.

Si fara´ l´ipotesi che detti impulsi siano disposti come in fig.5.14, per ottenere ovvie semplificazioni analitiche ($N=2n+1$).

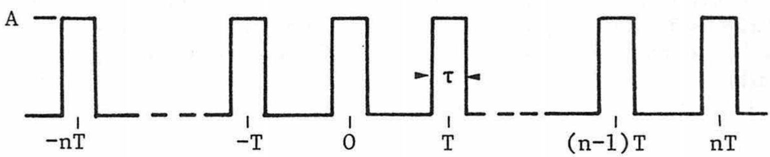


Fig.5.14 - Esemplificazione di una successione di impulsi radar.

Si ha allora che lo spettro del segnale s(t) e´

$$(5.67) \qquad S(j\omega)=F(j\omega)\{\exp(j\omega nT)+\ldots+\exp(j\omega T)+1 + +\exp(-j\omega T)+\ldots+\exp(-j\omega nT)\} = F(j\omega)\cdot\sum_{i=-n}^{n} e^{-j\omega i T}$$

ossia poiche´ si tratta di una serie geometrica:

$$(5.68) \qquad S(j\omega)=F(j\omega)\,\frac{\exp[-j\omega(n+1)T]-\exp(j\omega nT)}{\exp(-j\omega T)-1} =$$

$$=F(j\omega)\,\boxed{\frac{\operatorname{sen}(2n+1)\,\frac{\omega T}{2}}{\operatorname{sen}\,\frac{\omega T}{2}}}$$

Conseguenza della ripetizione nel tempo periodica.

Dalla (1.74) si ha quindi l´espressione del filtro adattato:

$$(5.69) \qquad H(j\omega)=F^{*}(j\omega)\,\frac{\operatorname{sen}(2n+1)\,\frac{\omega T}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\omega T}{2}}\,\exp(-j\omega t_o)$$

Essendo d´altro canto $F^{*}(j\omega)=F(-j\omega)$, per la particolare simmetria posta in fig.5.14 si ha:

$$(5.70) \qquad F(-j\omega) = F(j\omega)$$

Funzione Pari.

La (5.69) allora diviene:

$$H(j\omega)=F(j\omega)\ \frac{\operatorname{sen}(2n+1)\ \frac{\omega T}{2}}{\operatorname{sen}\ \frac{\omega T}{2}}\ \exp(-j\omega t_o) \qquad (5.71)$$

Qualora gli impulsi di ingresso siano rettangolari (v. fig.5.14) la $F(j\omega)$ e' del tipo senx/x con il primo zero a $2\pi/\tau$ e rappresenta il filtraggio in distanza (v. cap.1), mentre

$$\frac{\operatorname{sen}(2n+1)\ \frac{\omega T}{2}}{\operatorname{sen}\ \frac{\omega T}{2}} \qquad (5.72)$$

e' una funzione periodica che assume il valore (2n+1) ogni qualvolta $\omega T/2=k\pi$ con k (ossia fT) intero e individua il filtraggio in angolo.

L'andamento in frequenza della (5.72) rappresenta la tipica forma a pettine, per modo che i filtri di questo tipo vengono detti filtri a pettine.

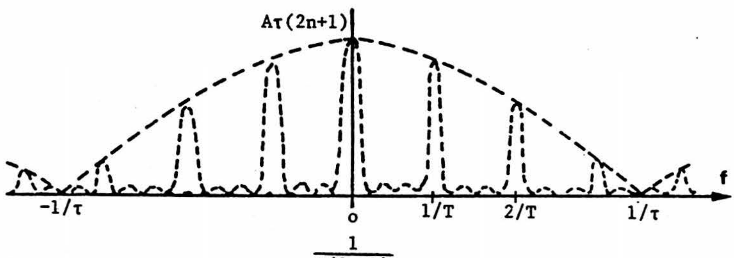


Fig.5.15 - Funzione di trasferimento di un filtro adattato ad una successione di (2n+1) impulsi.

Il filtro $H(j\omega)$ allora assume l'aspetto riportato in fig.5.15; per τ che tende a zero (successione di Dirac in fig.5.14) esso si riduce ad un semplice filtro a pettine indefinito.

Tutto cio' diviene ovvio, se si pensa che detto filtro corrisponde a prendere il solo contenuto energetico rilevante da un punto di vista informativo; sara' sufficiente

ricordare l'andamento spettrale di una successione indefinita di impulsi, dove le singole righe andranno allargate per tener conto della transitorieta' della successione periodica di impulsi, che sono limitati in tempo nell'intervallo 0-(2n+1)T (v. primo zero della (5.72) ed il corrispondente punto di fig.5.15)).

D'altro canto si potra' osservare ancora dalla (5.71) ed immediatamente nella fig.5.15 che, per n=0 (ossia se solo un impulso e' presente in fig.5.14), lo spettro di $H(j\omega)$ viene a coincidere con l'inviluppo senx/x corrispondente a $F(j\omega)$.

La risposta impulsiva h(t) del filtro in oggetto e', converra' notare, una successione di impulsi identica a quella del segnale s(t), invertita e traslata nel tempo di t_o. (autocorrelazione)

Se ora l'impulso posto a t=0 in fig.5.14 viene indicato con f(t) allora:

$$(5.73) \qquad \begin{cases} s(t) = \sum_{i=-n}^{n} f(t-iT) \\ \\ h(t) = s(t_o-t) = \sum_{i=-n}^{n} f(t_o-t-iT) \end{cases}$$

e quindi la risposta in tempo del filtro in questione diviene:

$$(5.74) \qquad g(t) = \sum_{i=-n}^{n} \sum_{k=-n}^{n} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau-iT)f(t_o-t+\tau-kT)d\tau$$

dove t_o rappresenta il ritardo nella risposta e per il principio di causalita', dovendo durare la risposta (invertita nel tempo) $2nT+\tau$ (v. ancora fig.5.14), dovra' essere

$$t_o \geq nT + \tau$$

Si potra' allora assumere proprio $t_o=2nT+\tau$.

Sviluppando gli integrali della (5.74) si ha l'andamento di fig.5.16, per modo che il massimo della risposta diviene (dopo un tempo t_o dall'inizio della sequenza):

$$(5.75) \qquad g(t_o)=g(t)|_{max}=(2n+1)A^2\cdot\tau=(2n+1)E$$

dove E rappresenta l'energia del segnale di ingresso, infatti per impulsi non rettangolari nella (5.75) in luogo di $A^2\cdot\tau$ si avra':

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$$

La durata della risposta sara' ancora il doppio della durata della sequenza di ingresso, come avveniva nel caso di due soli impulsi.

Pertanto passando attraverso la risposta in tempo si e' ottenuto $g(t_o)$, che era possibile valutare anche dalle (1.67), (5.68) e (5.71):

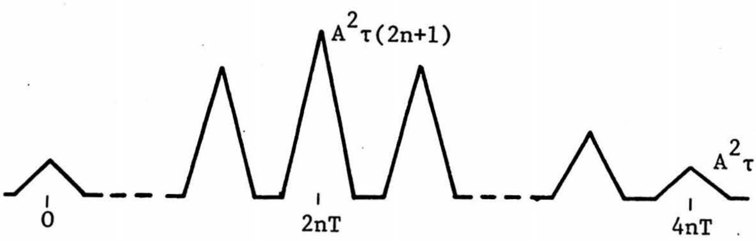


Fig.5.16 - Andamento della risposta del filtro adattato alla sequenza di cui in fig.5.14.

(5.76) $$g(t_o)=\int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 df=\int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 df$$

E' possibile anche valutare l'uscita, dal filtro adattato, di un rumore supposto bianco

(5.77) $$P_H = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta}{2} |H(j\omega)|^2 df = \frac{\eta}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 df = \frac{\eta}{2} g(t_o)$$

e quindi il rapporto segnale-rumore diviene

(5.78) $$\frac{S_o}{N_o} = \frac{|g(t_o)|^2}{P_H} = 2\,\frac{g(t_o)}{\eta} = (2n+1)\,\frac{2E}{\eta}$$

Ossia si ha un miglioramento secondo il numero degli impulsi integrati come era da attendersi, in quanto il fil-

tro effettua una integrazione sugli impulsi utili, ma non sul rumore, essendo ques´ultimo come una successione di impulsi indipendenti.

Nella (5.78) si riconosce inoltre quanto detto a proposito dei filtri adattati per la (1.73).

D´altro canto appare facile pensare come il raggiungimento della (5.78), comporta la realizzazione del filtro (5.71), che in realta´ non e´ troppo agevole da ottenere in pratica.

Ecco quindi che negli ultimi anni sono stati studiati diversi dispositivi che sono stati raffrontati alla situazione descritta dalla (5.78), valutando le perdite secondo i criteri cui si e´ gia´ fatto cenno, avendo regolato una opportuna soglia decisionale.

Appare chiaro inoltre che possono intervenire altri parametri nella scelta di un buon estrattore radar, come ad es.:

a) l´indice della "precisione angolare", ossia un parametro legato all´istante probabilistico per la decisione "presenza bersaglio";

b) il fatto che la sequenza impulsiva non e´ di tipo rettangolare, come descritto in fig.5.14, ma e´ normalmente modulata dal fascio di antenna, che puo´ essere gaussiano;

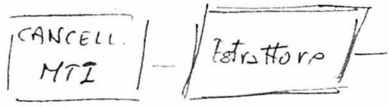
c) il fatto che si voglia esaminare la probabilita´ che due bersagli successivi in tempo possono essere giudicati separati e che un singolo bersaglio non appaia come due bersagli diversi...

Tutti questi argomenti mettono in luce i problemi fioriti al riguardo negli ultimi anni e che ancora oggi non si possono dire completamente superati.

5.10. Integrazione coerente e non coerente

Nelle pagine che precedono e´ stato analizzato il problema della rivelazione di un segnale in un tempo sufficientemente definito ed il filtraggio che conduce alla (5.78) puo´ essere rivisto come una tecnica di integrazione.

In altre parole mentre nel cap.1 e´ stato trattato il caso del filtraggio in distanza e quindi (per un impulso di tipo rettangolare) si e´ giunti all´operazione di integrazione, analoga cosa e´ avvenuta nella elaborazione in angolo. Ipotizzato il clutter in qualche modo soppresso con tecniche tipo MTI e portato a livelli di molto inferiori al rumore, il problema allora si e´ spostato nella analisi della tecnica di rivelazione del segnale con un numero finito



di osservazioni corrispondenti al tempo sul bersaglio.

L'elaboratore che segue il cancellatore verra' nel seguito indicato con il nome di estrattore, come verra' meglio puntualizzato nel seguito, e comprendera' in genere un sistema di elaborazione ottima in angolo, che converra' chiamare integrazione ed un dispositivo di estrazione vera e propria.

In realta' per quanto riguarda il clutter, qualora si intenda operare secondo la modalita' che precede (che in realta' potra' essere convenientemente modificata, pensando ad una tecnica di ottimizzazione in presenza di clutter), converra' considerare, data la banda stretta del clutter (in angolo) e quindi la forte coerenza, la possibilita' che il clutter stesso venga estratto. Pertanto qualora non si riesca ad attenuare nello MTI il clutter a livelli talmente bassi da essere sicuri che l'"integrazione" angolare non consenta una successiva sua "comparsa", allora si dovra' procedere ad alcune forme di estrazione post-integrazione tipo sutogate (che potranno essere predisposti anche non solo in distanza, ma a zone spazialmente definite).

Peraltro nelle pagine che seguono verranno indicati i criteri per cui da una elaborazione ottima in angolo si possa passare ad una subottima di tipo non coerente, verranno quindi indicate delle tecniche di proporzionamento, mentre il capitolo successivo verra' dedicato alle tecniche coerenti ed adattive.

Onde esemplificare il problema della integrazione coerente o meno si consideri un rumore n(t) di larghezza di banda B, cui sia aggiunto un segnale di tipo video rettangolare di ampiezza A e di durata T. Mentre l'analisi verra' condotta per questo caso particolare, le conclusioni avranno una validita' piu' generale. Se il rumore e' presente da solo, la forma d'onda ricevuta e' pertanto

$$f(t) = n(t) \tag{5.79}$$

dove n(t) e' ipotizzata di tipo gaussiano a valor medio nullo. Se invece e' presente anche il segnale allora

$$f(t) = n(t) + A \tag{5.80}$$

Il problema del paragrafo che precede e' riconducibile a questo tipo di problema, considerando il fascio di tipo rettangolare ed il segnale campionato e riportato in bassa frequenza secondo le nozioni dell'App.1di cap.3.

Converra' ora esaminare in successione i seguenti integratori:

$$(5.81)\qquad S_I = \int_0^T f(t)A\,dt \qquad \text{integratore a correlazione}$$

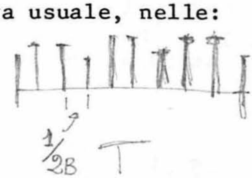
$$(5.82)\qquad S_{II} = \int_0^T f^2(t)\,dt \qquad \text{integratore quadratico}$$

$$(5.83)\qquad S_{III} = \int_0^T |f(t)|\,dt \qquad \text{integratore lineare}$$

al primo dei quali corrisponde la tecnica del filtraggio ottimo, mentre per gli altri due il rivelatore precede il filtraggio. Pertanto mentre nel primo caso il filtraggio e' fatto su portante (ammesso che il segnale di ingresso abbia una portante), negli altri due casi il filtraggio e' fatto in video (segnale rivelato).

Il problema che ci si pone ora consiste nel ricercare le relazioni tra il rapporto S/N e T per i tre tipi di integratori e quindi nel procedere ad un confronto.

Ritenendo il processo (5.79) e (5.80) discreto e' possibile un campionamento (numero di campioni, per il teorema del campionamento, $N_c = T/\frac{1}{2B} = 2TB$) le (5.81), (5.82) e (5.83) possono essere riscritte, con dicitura usuale, nelle:



$$S'_I = \sum_1^{2TB} f_k \simeq \frac{2B}{A}\int_0^T f(t)A\,dt$$

$$(5.84)\qquad S'_{II} = \sum_1^{2TB} f_k^2 \simeq 2B\int_0^T f^2(t)\,dt$$

$$S'_{III} = \sum_1^{2TB} |f_k| \simeq 2B\int_0^T |f(t)|\,dt$$

dove 2B/A e 2B sono da ritenere delle costanti, quindi inessenziali ai fini della discussione che segue. Converra' allora riferirsi alle (5.84) in relazione al problema in discussione.

Ora conviene definire il rapporto S/N, che, in perfetta analogia con quanto piu' volte fatto, potra' essere definito (in tensione) come rapporto fra i valori attesi in presenza ed in assenza del segnale e la deviazione standard (valutata in presenza del segnale).

Allora nel caso di singolo impulso si ha

S+N − N

(5.85) $$\left.\frac{S}{N}\right|_v = \frac{\overline{n(t)+A}-\overline{n(t)}}{\sqrt{\overline{n^2(t)}}} = \frac{A}{\sigma_N}$$

Nel caso invece si operi con lo

a) <u>integratore a correlazione</u>

si avra' inserendo la (5.79) e poi la (5.80) nella prima delle (5.84)

$f_N = n(t)$

$f_A = n(t)+A$

(5.86)
$$\overline{S'_{IN}} = \overline{\Sigma f_k} = \overline{\Sigma n_k} = 0$$
$$\overline{S'_{IA}} = \overline{\Sigma f_k} = \overline{\Sigma n_k} + \Sigma A = A \cdot 2TB$$

e per la varianza in presenza di segnale

(5.87) $$\overline{(S'_{IA}-\overline{S'_{IA}})^2} = \overline{(\Sigma n_k)^2} = \Sigma \overline{n_k^2} = \sigma_N^2 \cdot 2TB$$

che poi coincide con quella in assenza del segnale.

Ne viene allora che il rapporto segnale/rumore all'uscita di un integratore a correlazione diviene:

(5.88) $$\left.\frac{S}{N}\right|_{vc} = \frac{\overline{S'_{IA}}-\overline{S'_{IN}}}{\sqrt{\overline{(S'_{IA}-\overline{S'_{IA}})^2}}} = \sqrt{2TB}\cdot\frac{A}{\sigma_N} = \sqrt{2TB}\left.\frac{S}{N}\right|_v$$

o in altre parole l'effetto di integrazione sul tempo T equivale a migliorare il rapporto S/N in tensione del fattore $\sqrt{2TB}$.

Nell'

b) <u>integratore quadratico</u>

si ha invece:

$$\overline{S'_{IIN}} = \overline{\Sigma n_k^2} = \Sigma \overline{n_k^2} = 2TB\,\sigma_N^2$$

$$\overline{S'_{IIA}} = \overline{\Sigma (n_k+A)^2} = \Sigma \overline{n_k^2} + 2A\Sigma \overline{n_k} + \Sigma A^2 = 2TB(\sigma_N^2+A^2)$$

Per quanto concerne la varianza valgono le relazioni:

$$S'_{IIA}-\overline{S'_{IIA}}=\Sigma(n_k+A)^2-2TB(\sigma_N^2+A^2) =\Sigma(n_k^2-\sigma_N^2)+2\Sigma n_k A$$

da cui

$$\overline{(S'_{IIA}-\overline{S'_{IIA}})^2}=\overline{[\Sigma(n_k^2-\sigma_N^2+2n_kA)]^2} =\Sigma\{\overline{n_k^4}+\sigma_N^4+ \tag{5.89}$$

$$+4\overline{n_k^2}A^2-2\sigma_N^2\overline{n_k^2}+4\overline{n_k^3}A-2\sigma_N^2\overline{n_k A}\}=$$

$$= \Sigma\{\overline{n_k^4}+\sigma_N^4+4\sigma_N^2A^2-2\sigma_N^4\}$$

essendo $\overline{n_k}=\overline{n_k^3}=0$ data la simmetria della densita' di probabilita' del rumore.

Per l'ipotesi di un rumore gaussiano vale inoltre, come e' facile dimostrare, la relazione:

$$\overline{n_k^4} = 3\,\sigma_N^4 \tag{5.90}$$

per cui la (5.89) diviene:

$$\overline{(S'_{IIA}-\overline{S'_{IIA}})^2} = \{2\sigma_N^4+4\sigma_N^2A^2\}\ 2TB \tag{5.91}$$

Dalle (5.87), (5.91) si ha allora il rapporto segnale/rumore per l'integratore quadratico:

$$\left.\frac{S}{N}\right|_{vQ} = \frac{\overline{S'_{IIA}}-\overline{S'_{IIN}}}{\sqrt{\overline{(S'_{IIA}-\overline{S'_{IIA}})^2}}} \simeq \frac{2\ TB\ A^2}{2\sqrt{TB}\ \sigma_N^2} = \{\sqrt[4]{TB}\left.\frac{S}{N}\right|_v\}^2 \tag{5.92}$$

avendolo valutato nel caso S/N<<1 di maggior interesse.

Dalla (5.82) e' possibile concludere che una integrazione quadratica per un tempo T e' equivalente a migliorare il rapporto segnale a rumore di $\sqrt[4]{TB}$.

Si consideri ora il caso dello

c) <u>integratore lineare</u>

Nell'ipotesi di rumore guassiano allora la terza delle (5.84) sempre per la (5.79) diviene:

$$(5.93)\qquad \overline{S'_{IIIN}}=\Sigma\,\overline{|n_k|}=\Sigma\,|\overline{n_k}|=\Sigma\, 2\cdot\int_o^\infty n_k p(n_k)dn_k =$$

$$= \Sigma\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_o^\infty n_k\, e^{-\frac{n_k^2}{2\sigma_N^2}}\, d\,\frac{n_k}{2\,\sigma_N} = \Sigma\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\,\sigma_N\int_o^\infty e^{-\frac{n_k^2}{2\sigma_N^2}}\, d\,\frac{n_k^2}{2\sigma_N^2} =$$

$$= 2TB\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\,\sigma_N$$

Per la (5.80) si ha ancora (per $A/\sigma_N<<1$):

$$(5.94)\qquad \overline{S'_{IIIA}}=\Sigma\,\overline{|n_k+A|}=\Sigma|\overline{n_k+A}|= \Sigma\ \{\int_{-A}^{\infty}(n_k+A)p(n_k)dn_k$$

$$-\int_{-\infty}^{-A}(n_k+A)p(n_k)dn_k\}= 2\ T\ B\cdot\{A\int_{-A}^{\infty}p(n_k)dn_k +$$

$$-A\int_{-\infty}^{-A}p(n_k)dn_k+\int_{-A}^{\infty}n_k p(n_k)dn_k-\int_{-\infty}^{-A}n_k p(n_k)dn_k\}=$$

$$= 2\,T\,B\cdot\{A[\int_{-A}^{\infty}p(n_k)dn_k+\int_{\infty}^{A}p(n_k)dn_k] +$$

$$+\int_{-A}^{\infty}n_k p(n_k)dn_k-\int_{\infty}^{A}n_k p(n_k)dn_k\}\simeq$$

$$\simeq\frac{2\ T\ B}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_N}\{2A^2+2\sigma_N^2\, e^{-\frac{A^2}{2\sigma_N^2}}\}\simeq\frac{2\ T\ B}{\sqrt{2\pi}\sigma_N}\{2A^2+2\sigma_N^2-A^2\} =$$

$$=\frac{2\ T\ B}{\sqrt{2\pi}}\{2\sigma_N+\frac{A^2}{\sigma_N}\}$$

Per la varianza valgono invece le relazioni

$$(5.95)\quad \overline{|S'_{IIA}-\overline{S'_{IIIA}}|^2}=\Sigma\{\overline{|n_k+A|^2}-|\overline{n_k+A}|^2\}=\Sigma\{\overline{(n_k+A)^2}-|\overline{n_k+A}|^2\}=$$

$$= 2TB\{A^2+\overline{n_k^2}-(\frac{2\sigma_N}{\sqrt{2\pi}}+\frac{A^2}{\sqrt{2\pi}\sigma_N})^2\} =$$

$$= 2TB\{A^2+\sigma_N^2-\frac{2\sigma_N^2}{\pi}-\frac{A^4}{2\pi\sigma_N^2}-\frac{2A^2}{\pi}\} \simeq$$

$$\simeq 2TB\ A^2(1-\frac{2}{\pi}) + 2TB\ \sigma_N^2(1-\frac{2}{\pi})$$

dove l'ultimo passaggio e' valido per $A/\sigma_N \ll 1$, che poi costituisce il caso di maggiore interesse.

Pertanto per l'integratore lineare il rapporto segnale/ rumore diviene (ancora nel caso $A/\sigma_N \ll 1$):

$$(5.96)\quad \left.\frac{S}{N}\right|_{vL} = \frac{\overline{S'_{IIIA}}-\overline{S'_{IIIN}}}{\sqrt{\overline{|S'_{IIIA}-\overline{S'_{IIIA}}|^2}}} \simeq \frac{2\ T\ B\ \frac{A^2}{\sqrt{2\pi}\ \sigma_N}}{\sqrt{2TB}\sqrt{1-\frac{2}{\pi}}\ \sigma_N} = \{\sqrt[4]{\frac{T\ B}{\pi-2}}\left.\frac{S}{N}\right|_v\}^2$$

Le (5.88), (5.92) e (5.96) danno in conclusione i miglioramenti ottenibili con i tre tipi di estrattori. In realta' le (5.92) e (5.96) sono poste in evidenza in forma quadratica, onde realizzare un immediato confronto con la (5.88).

Dette relazioni sono riportate in potenza in tab. 5.2 dove in luogo di 2TB e' posto il numero N di impulsi "integrati" conformemente al tema radar.

L'effetto di estrazione o integrazione coerente e' quindi quello di migliorare il rapporto segnale/ rumore di N ossia al raddoppiare del numero di impulsi integrati il miglioramento e' di 3 dB. L'integrazione non coerente di tipo quadratico o lineare comporta invece un miglioramento secondo la radice quadrata di N ossia si ha 1.5 dB di miglioramento al raddoppiare del tempo di integrazione.

Converra' anche notare che la varianza dell'uscita e' differente a seconda sia presente o meno il segnale A nel caso degli integratori quadratici e lineari, mentre e' indipendente (v. (5.87)) nel caso degli integratori coerenti.

Tab.5.2

Integrazione coerente	Integrazione non coerente	
	Estrattore quadratico	Estrattore lineare
$\frac{S}{N}\Big\|_C = N\cdot\frac{S}{N}\Big\|_I$	$\frac{S}{N}\Big\|_Q = \left\{\sqrt{\frac{N}{2}}\,\frac{S}{N}\Big\|_I\right\}^2$	$\frac{S}{N}\Big\|_L = \left\{\sqrt{\frac{N}{2\pi-4}}\cdot\frac{S}{N}\Big\|_I\right\}^2$
$\frac{S}{N}\Big\|_I$ è il rapporto segnale a rumore (in potenza) su singolo impulso		

D'altro canto e' possibile ancora osservare che la differenza fra gli integratori quadratici e lineari e' dell'ordine di 0.1 dB.

Le conclusioni dell'analisi semplificata affrontata sono facilmente estendibili a casi piu' complicati, ed in particolare in fig.5.17 e' riportato il guadagno di integrazione (γ) per una integrazione pre-rivelazione (estrattore coerente) e per un'integrazione di post-rivelazione (estrattore quadratico) elaborata in termini di P_D e P_{fa}, operando una integrazione (e quindi somma) dei segnali dopo un rivelatore quadratico.

Detto guadagno di integrazione puo' essere definito dalla relazione:

$$\frac{S}{N}\Big|_N = \frac{1}{\gamma}\,\frac{S}{N}\Big|_I \qquad (5.97)$$

dove

$\frac{S}{N}\Big|_I$ e' il rapporto segnale/rumore sul singolo impulso necessario ad ottenere una certa P_D, fissato un valore di P_{fa}, non operando alcuna integrazione

$\frac{S}{N}\Big|_N$ e' l'analogo rapporto richiesto su singolo impulso considerando una integrazione su N impulsi

E' possibile notare che per un estrattore coerente vale $\gamma = N$.

Ricordando d'altro lato l'equazione radar il valore di S/N, scelto in conformita' agli andamenti di fig.1.16, su cui fare le valutazioni di portate, corrispondera' al valore

$S/N|_I$ e quindi su singolo impulso sara' sufficiente un rapporto $S/N|_N$ ossia γ volte inferiore.

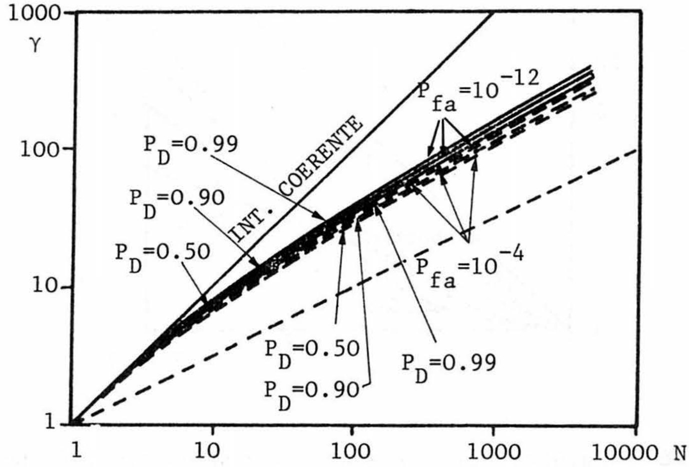


Fig.5.17 - Guadagno di integrazione per integrazione coerente (o perfetta) e per integrazione quadratica (da [7]), in funzione del numero di impulsi integrati.

Sara' possibile anche definire la perdita per integrazione non coerente (come riduzione nelle prestazioni, in relazione a quanto possibile con una integrazione coerente) secondo la:

$$L_i = 10\log(N/\gamma) \qquad (5.98)$$

come distanza (in dB) fra l'andamento relativo all'estrattore coerente di cui in fig.5.17 e quello relativo al non coerente, per un certo valore di N.

In fig.5.18 e' riportato l'andamento della (5.98) secondo diverse analisi disponibili in letteratura valutando l'integrazione di segnali rivelati di inviluppo (v. cap.1) o quadraticamente. In particolare la curva "a" indica l'andamento delle perdite, che si sarebbe ottenuto qualora il guadagno di integrazione andasse secondo $\sqrt{N}(=\gamma)$, da cui e' possibile notare che la dipendenza secondo $\sqrt{N}$ vale solo asintoticamente, mentre per usuali valori di N (10÷100) conviene una legge del tipo $N^{0.6}\div N^{0.8}$.

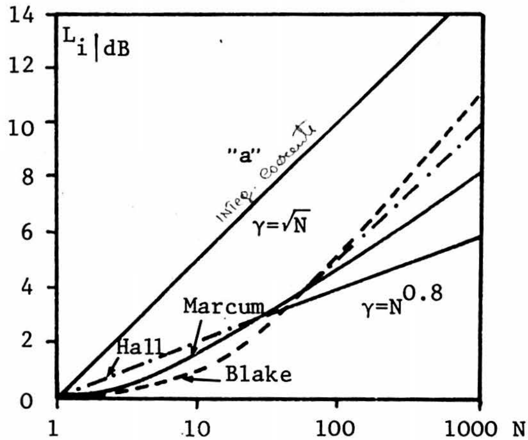


Fig.5.18 - Perdita per integrazione non coerente (N=numero di impulsi integrati).

(2.1) $P_C(\sigma) = \frac{1}{\bar{\sigma}} e^{-\frac{\sigma}{\bar{\sigma}}}$ $\sigma \geq 0$

(2.2) $P_R(\sigma) = \frac{4\sigma}{\bar{\sigma}^2} e^{-\frac{2\sigma}{\bar{\sigma}}}$ $\sigma \geq 0$

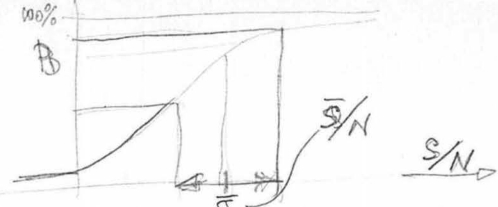
5.11. Bersagli fluttuanti

La rivelazione di bersagli fluttuanti e' stata analizzata da Swerling [8] e Schwartz [9].

Le due densita' di probabilita' adottate per la "cross-section" sono ovviamente quelle corrispondenti alle (2.1) e (2.2).

Converra' dapprima fare delle considerazioni qualitative relativamente all'effetto delle fluttuazioni sulla sensibilita' globale. Considerando infatti la rivelazione su singolo bersaglio, appare semplice ritenere che, se si considera di avere ottenuto una P_D del 90% con un bersaglio non fluttuante e la σ inizia a fluttuare, allora detta probabilita' sara' raggiunta difficilmente. Infatti se la σ cala, la P_D decresce e per certo in media non potra' essere migliorata per le volte che la σ aumenta. Al contrario se la P_D e' molto bassa, la fluttuazione migliorera' la sensibilita'; infatti per σ elevato la P_D cresce e quindi relativamente ad una P_D molto bassa, detto incremento potra' ritenersi definitivo.

La fig.5.19 rappresenta l'andamento del rapporto segna-



le/rumore (il segnale e' valutato corrispondentemente alla $\bar{\sigma}$), necessario secondo i modelli di fluttuazione (2.1) e (2.2), relativamente al corrispondente rapporto nel caso non fluttuante. In altre parole in ascissa e' riportata la perdita per fluttuazione definita secondo la:

$$(5.99) \qquad L_f = 10 \log \frac{\bar{S}/N \; \text{(bersaglio fluttuante valutato per } \bar{\sigma}\text{)}}{S/N \; \text{(bersaglio non fluttuante)}}$$

mentre in ordinata sono riportate le corrispondenti P_D. L'andamento di fig.5.19 vale per una larga gamma di valori di P_{fa} intorno a 10^{-8}.

In realta' solo raramente il radar realizzera' la rivelazione su singoli impulsi, allora conviene considerare il caso di rivelazione dopo integrazione su N impulsi; per analizzare detto caso si consideri il

a) modello di Swerling 2 e 4 — *Fluttuazioni Rapide Vedi Pag. 94*

per cui il segnale verra' ipotizzato fluttuante da "sweep" a "sweep", in altre parole verra' ipotizzato il segnale scorrelato in "sweep" successivi.

Allora per ogni impulso riflesso di livello modesto, in media, per N molto grande, ne esistera' uno a livello notevole, per modo che e' da ritenere che per $N \to \infty$ le perdite per questo tipo di fluttuazione sono irrilevanti. Cio' non avverra' per bassi valori di N, in particolare per $N \to 1$ le perdite tenderanno a quelle di fig.5.19. In fig.5.20 sono riportati due andamenti che indicano il rapporto S/N (bersaglio non fluttuante) e $\bar{S}/N$ (bersaglio fluttuante) necessario per ottenere una P_D del 50 e 90% al variare di N.

Dall'andamento di fig.5.20 e' possibile desumere che gia' per 10 impulsi integrati la perdita diviene dell'ordine del dB per P_D=90%, mentre per P_D=50% diviene pari ad una frazione di dB.

L'andamento di fig.5.20 e' stato ottenuto nel caso di integrazione non coerente (rivelatore tipo quadratico), ma le perdite desumibili, leggendo le differenze fra le ascisse fra curve continue e tratteggiate, sono direttamente applicabili anche al caso di integrazione coerente.

Qualora si voglia considerare invece il caso relativo al

Fluttuazioni Lente

b) modello di Swerling 1 e 3 — *Vedi pag 9.4*

allora il segnale verra' ipotizzato completamente correlato

da uno sweep al successivo. Per ogni valore di P_{fa} e N, P_D diviene funzione dello specifico rapporto segnale a rumore, ossia per ogni valore di σ (che si manterra' costante per tutti gli N "sweep") si avra' un valore di P_D; converra' quindi parlare di P_D media secondo la

(5.100) $$\bar{P}_D = \int P_D(\sigma) \cdot p(\sigma)\, d\sigma$$

dove la p(σ) e' data dalla (2.1) o (2.2).

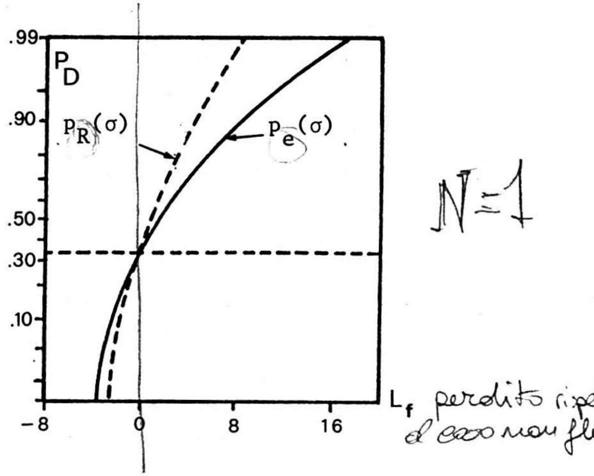


Fig.5.19 - Andamento delle perdite per fluttuazioni al variare della P_D.

Tracciando gli andamenti di $\bar{P}_D$ in funzione di $\bar{S}/N$ e confrontando i risultati con la P_D e S/N relativi al caso non fluttuante [10], e' stato possibile osservare che le perdite corrispondenti sono praticamente indipendenti da N, come doveva essere, infatti, l'integrazione comporta un guadagno eguale per ogni valore di σ.

Pertanto le perdite per il caso di segnali correlati negli sweep successivi sono date dalle L_f di cui in fig.5.19 e sono da ritenersi indipendenti da N.

In conclusione le perdite per fluttuazione possono essere valutate dall'andamento di fig.5.19 per N=1 e, considerando l'effetto di integrazione, e' possibile ritenere che dette perdite rimangano costanti nel caso dei modelli Swerling 1, 3 ossia a fluttuazione lenta, mentre nel caso di fluttuazione rapida (Swerling 2, 4) detta perdita decresce all'aumentare del numero di impulsi integrati secondo un

Rapido (Decrescono con l'aumento di N)

Lenti (Ind. da N cmq maggiori di quelli del mod. Rapido)

andamento desumibile dalla fig.5.20.

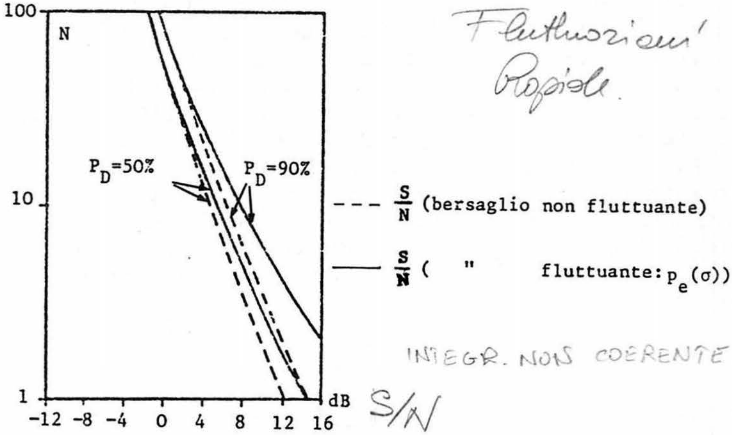


Fig.5.20 - Andamento del rapporto segnale-rumore per bersagli fluttuanti e non fluttuanti al variare del numero di impulsi integrati ($P_{fa} \sim 10^{-10}$, rivelatore quadratico).

Il fatto che detta perdita e´ inferiore in questo secondo caso relativamente al primo, puo´ essere giustificato ancora dalle considerazioni **che** seguono. Si supponga infatti di aver ricevuto un´eco di bassa potenza (rispetto alla media), qualora l´eco successiva e gli altri ancora fossero di pari livello chiaramente la rivelazione sara´ poco probabile e questo fatto degradera´ globalmente la P_D (v. (5.100)); se invece l´eco successiva aumenta (echi indipendenti-Swerling 2, 4) allora l´integrazione tendera´ a portarsi a lavorare sulla potenza media e la perdita conseguente verra´ recuperata.

5.12. Integrazione video (come filtraggio subottimo)

Dalle considerazioni dei parr.5.9 e 5.10 appare evidente che l´operazione di filtraggio angolare si riduce ad una

operazione di integrazione. Infatti il filtro ottimo corrispondente al segnale di cui in fig.5.14 puo' essere considerato come la cascata di due filtri; il primo avra' per risposta al Dirac un impulso di durata τ, il secondo invece una sequenza di (2n+1) "Dirac".

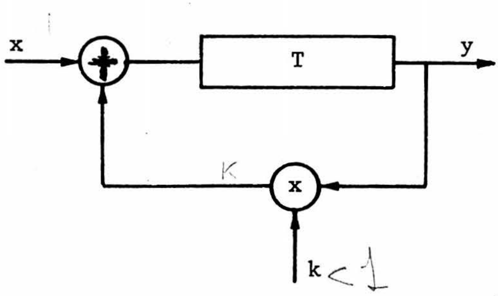
Allora corrispondendo questo ultimo filtro ad una memorizzazione **dei segnali** di piu' sweep, converra' pensare ad una rivelazione fra i due filtri per ridurre la complessita' della realizzazione, realizzando una integrazione non coerente. Detta rivelazione comporta una perdita desumibile delle considerazioni del par.5.10 (v. fig.5.18).

In particolare un sistema di integrazione puo' essere approssimato da un filtro RC di cui una semplice realizzazione potra' essere quella riportata in fig.5.21 facendo riferimento ad una tecnica campionata. Infatti ad una eccitazione impulsiva dell'ingresso corrisponde in uscita la successione:

(5.101) $$1 \quad K \quad K^2 \quad K^3 \ldots$$

che puo' essere assimilata ad una decrescita esponenziale secondo la:

(5.102) $$\tau = T/\ln(1/K)$$



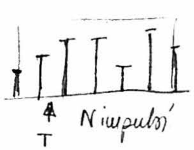
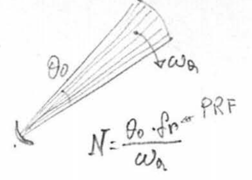
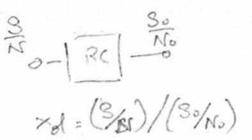


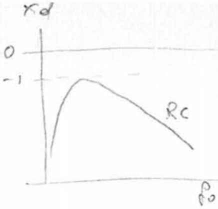
Fig.5.21 - Schematizzazione di un integratore video.

In altre parole il circuito di fig.5.21 e' assimilabile ad un circuito RC, con costante di tempo (5.102) ottimizzabile sulla dimensione del fascio di antenna (v. par.1.8d)).

Ipotizzando un fascio rettangolare di N impulsi (ossia in tempo N•T), ricordando che il prodotto ottimo larghezza







di banda - dimensione dell'impulso vale 0.2 (v. fig.1.19) (per una perdita di circa 1 dB rispetto al filtro adattato(*)) si ha:

$$(5.103) \qquad \tau = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{N\cdot T}{0.2} = \frac{T}{\ln 1/K} \rightarrow K = e^{-0.4\frac{\pi}{N}} \simeq 1-0.4\,\frac{\pi}{N}$$

dove l'ultima relazione e' valida per N sufficientemente grande.

La relazione (5.103) lega il valore ottimo di K al numero di impulsi nel fascio, ma la scelta di K potra' essere effettuata anche sulla base della esigenza di una conveniente risoluzione angolare compatibilmente con modeste perdite in S/N, come precisato alla fine del par.5.9.

L'analisi del circuito di fig.5.21 puo' essere condotta valutando:

a) il segnale in uscita (A_o) a regime per applicazione di un gradino di valore A_i. Nei passi successivi all'applicazione del gradino si ha infatti:

$$A_i$$

$$A_i(1+K)$$

$$(5.104) \qquad A_i(1+K+K^2)$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$A_i(1+K+K^2+\ldots)=A_o \rightarrow A_o = A_i/1-K$$

b) il rumore in uscita (N_o) dovuto ad un ingresso ancora di tipo rumore (impulsi scorrelati → somma in potenza), la cui potenza sia N_i:

(*) Detta perdita dovra' essere aggiunta a quelle dei paragrafi che precedono, dovute alla integrazione non coerente. D'altro canto converra' osservare che il fascio d'antenna e' usualmente discosto dal rettangolare ipotizzato ed e' meglio adattato ad una risposta di tipo RC, pertanto detta perdita spesso non viene tenuta in conto.

$$
\begin{aligned}
& N_i \\
& N_i + K^2 N \\
(5.105) \qquad & N_i + K^2 N_i + K^4 N_i \\
& \cdot \\
& \cdot \\
& N_i (1 + K^2 + K^4 + \ldots) = N_o \rightarrow N_o = N_i / 1 - K^2
\end{aligned}
$$

E' possibile allora valutare il rapporto segnale-rumore in uscita ($A_o^2/N_o = S_o/N_o$) in funzione del rapporto segnale rumore in ingresso ($A_i^2/N_i = S_i/N_i$):

$$
(5.106) \qquad F = \frac{\dfrac{S_o}{N_o}}{\dfrac{S_i}{N_i}} = \frac{1-K^2}{(1-K)^2} = \frac{1+K}{1-K}
$$

Inserendo la (5.103) nella (5.106) si ha $F \simeq 2/(0.4\pi/N) \sim N$, come era da attendersi, ricordando che detto miglioramento vale in termini video.

D'altro lato il guadagno diviene

$$
(5.107) \qquad G = \frac{A_o}{A_i} = \frac{1}{1-K}
$$

Nella realizzazione pratica di tali integratori possono presentarsi altri problemi. Ad esempio converra' pensare a integratori video realizzati con CCD (Charge Compled Devices). Sono infatti oggi commercialmente(*) disponibili registri a scorrimento di segnali analogici, che realizzano lo scorrimento di una informazione da una posizione del registro ad un'altra ad opera di un impulso di clock. In realta' nel trasferimento del segnale (cariche) da una posizione all'altra, rimane normalmente un residuo (dell'ordine $10^{-3} \div 10^{-6}$) nella posizione iniziale cosi' che ad ogni impulso che entra nella linea di ritardo T (fig. 5.21), corrisponde in uscita una forma d'onda del tipo di quella ripor-

---

(*) La Fairchild, Plessey, Thomson... producono linee di ritardo analogiche di un migliaio di elementi che operano su una dinamica di $40 \div 60$ dB e con frequenze di scorrimento $10 \div 14$ MHz.

tata in fig.5.22.

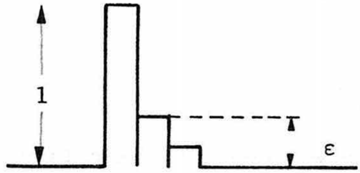


Fig.5.22 - Possibile risposta impulsiva della linea di ritardo T di fig.5.21.

Detto ε questo residuo allora seguendo l'evoluzione del residuo nei vari passaggi attraverso la linea di cui in fig. 5.21, si ha

	Segnali	Residui			
1	A_i				$A_i\varepsilon$
2	$A_i(1+K)$			$A_i\varepsilon(1+K)$	$A_i\varepsilon K$
3	$A_i(1+K+K^2)$		$A_i\varepsilon(1+K+K^2)$	$A_i\varepsilon(1+K)K$	$A_i\varepsilon K^2$
4	$A_i(1+K+K^2+K^3)$	$A_i\varepsilon(1+K+K^2+K^3)$	$A_i\varepsilon(1+K+K^2)K$	$A_i\varepsilon(1+K)K^2$	$A_i\varepsilon K^3$

$$A_o = \frac{A_i}{1-K} \qquad + \qquad \frac{A_i\varepsilon}{1-K} \quad + \quad \frac{A_i\varepsilon K}{1-K} \quad + \quad \frac{A_i\varepsilon K^2}{1-K} \quad + \dots \quad = R_o$$

da cui

(5.108)
$$\begin{cases} A_o = \dfrac{A_i}{1-K} \\ R_o = \dfrac{A_i\varepsilon}{(1-K)^2} \end{cases}$$

dove R_o rappresenta il residuo in uscita e poiche' dalla (5.103) si ha

(5.109)
$$N \simeq \frac{0.4 \cdot \pi}{1-K} \qquad\qquad K \simeq \frac{5N-2\pi}{5N}$$

allora $1/1-K>>1$ e quindi il residuo cresce di piu' relativa-

mente al segnale utile.

Converra' imporre a questo punto:

$$(5.110) \qquad \frac{R_o}{A_o} \leq x$$

scegliendo convenientemente x sulla base della voluta risoluzione in distanza.

Dalla (5.110) per le (5.108) si ha allora

$$(5.111) \qquad \varepsilon \leq (1-K)x \quad \rightarrow \quad K \leq \frac{x-\varepsilon}{x}$$

Dato ε e stabilito un certo valore di x e' possibile in definitiva dalla (5.111) valutare il massimo valore di K e quindi il massimo guadagno (v. A_o/ A_i di (5.107)) possibile con la struttura di fig. 5.21.

In realta' ulteriore fattore limitante per un integratore video e' dovuto al fatto che il guadagno K puo' non essere costante magari anche per effetti di non linearita' (cio' che e' ad es. sempre presente nei CCD).

Allora dalla (5.107) per una sua variazione dK (su K) si ha:

$$(5.112) \qquad \left| \frac{dG}{G} \right| = \left| - \frac{dK}{1-K} \right|$$

imponendo

$$(5.113) \qquad \left| \frac{dG}{G} \right| \leq \beta$$

considerando eventuali perdite relative ad una soluzione di ottimo [ric. (5.103)], ne viene:

$$(5.114) \qquad |dK| \leq \frac{\beta}{G}$$

Per ogni dK ne discende quindi una limitazione nel guadagno G. Da questo tipo di valutazioni e' possibile ritenere che una realizzazione a CCD e' possibile fino a valori di $N \sim 20 \div 25$.

Naturalmente con piu' integratori video in cascata e' possibile aumentare il guadagno, ma la struttura in oggetto diviene piu' complicata.

19/04/89 Mercoledì.

5.13. Estrazione radar [11]

Nel par.5.9 si e' parlato di filtraggio, integrazione e quindi estrazione delle informazioni.

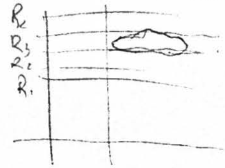
Conviene ora riprendere questo argomento per arrivare a definire meglio possibili aree di elaborazione dei segnali. In realta' ad un certo punto della catena di elaborazione converra' prendere una decisione di presenza o meno di un segnale e mandare questa informazione (in realta' solo le presenze, con un codice della posizione in distanza e azimut) all'eventuale calcolatore che segue. Detto calcolatore potra' essere un sistema terminale e quindi dare delle indicazioni ad un operatore, ad una centrale operativa.., o anche potra' ulteriormente elaborare questi dati, valutando ad es. le informazioni nelle diverse scansioni e quindi prendere decisioni a livello superiore. Naturalmente il calcolatore accettera' in ingresso un limitato numero di possibili informazioni al secondo ("rate").

Converra' d'altro canto pensare ad una separazione, anche se mentale, fra tutto cio' che e' a monte del giudizio di presenza e che opera in tempo reale e che viene detto elaborazione del segnale e cio' che e' a valle che verra' indicato con il termine di elaborazione di dati.

Naturalmente il confine fra le due aree e' abbastanza fittizio, in quanto le tematiche concettuali si ricoprono, mentre le filosofie di progetto possono essere differenti, infatti mentre nell'elaborazione dei segnali si fa spesso uso di tecniche realizzative di tipo "dedicato", nell'elaborazione dei dati le metodiche sono senza meno quelle dei calcolatori; in realta' questo confine si sposta anche continuamente con l'evoluzione della tecnologia.

In ogni caso, rivolgendo particolare attenzione alle problematiche proprie degli elaboratori di segnale, converra' distinguere gli integratori di tipo non coerente in due categorie: analogici e numerici. Nel secondo caso oltre al campionamento bisognera' ricorrere ad una quantizzazione in ampiezza.

In linea di principio quelli che offrono le migliori prestazioni sono gli integratori analogici come quello descritto nel paragrafo che precede, in quanto rappresentano l'esatto equivalente del filtro adattato su un treno di segnali ripetitivo. Peraltro gravi problemi di realizzabilita' e di costo delle linee di ritardo analogiche, che costituiscono il cuore di questi dispositivi, sconsigliano nella maggior parte dei casi il loro impiego, in quanto con essi si possono eseguire in pratica integrazioni solo su un numero molto limitato di ripetizioni, al contrario di quanto sa-



rebbe desiderabile (v. ad es. conclusioni par.5.12).

Particolarmente attraenti risultano percio' gli integratori numerici soprattutto oggi, grazie alla notevole diffusione raggiunta dai circuiti integrati.

Peraltro qualora si operi a molti livelli (bit), l'integratore numerico da un punto di vista di sistema si identifica con l'integratore analogico. Pertanto converra' introdurre un'ulteriore distinzione fra gli integratori: in dinamica e binari. I primi corrispondono ad operare come integratori analogici (v. par.5.12), i secondi implicano una quantizzazione ad un solo livello e verranno ripresi nel seguito.

Naturalmente al problema di integrazione come filtraggio ottimo angolare si associa un problema di estrazione radar.

Si consideri, per fissare ancora le idee, un radar di scoperta impiegato come sistema di misura a se' stante. In questo caso il ricevitore e' connesso generalmente al PPI sul cui schermo ogni bersaglio appare come una macchia luminosa nella posizione corrispondente (in una scala prefissata) a quella che il bersaglio occupa nello spazio, definita da distanza ed azimut rispetto al radar.

La presentazione e' ottenuta modulando l'intensita' del fascio del tubo con i segnali forniti dal ricevitore e corrispondenti agli echi provenienti dai bersagli. Per estrarre le informazioni dal radar, un operatore osserva lo schermo, decide quali macchie siano da considerare bersagli, e ne rileva le posizioni, sovrapponendo ad essi, ad es., una marca generata nell'indicatore stesso, le cui coordinate sullo schermo (nel riferimento scelto per la rappresentazione) sono indicate su due numeratori. Se le informazioni debbono essere trasferite ad un utente esterno, le coordinate della marca possono essere rese disponibili nella forma piu' adatta per la trasmissione.

Chiaramente, un metodo di estrazione manuale dei dati del tipo indicato pone notevoli limitazioni alla capacita' di informazione dell'intero sistema.

A meno, quindi, di non accettare la presenza di un numero di operatori inammissibile in pratica, in molti casi non resta altra scelta che quella di ricorrere a un mezzo per l'estrazione automatica dei dati rilevati dal radar, che disponga della necessaria capacita' di elaborazione.

Per chiarire qualitativamente tutte le funzioni che un estrattore automatico deve compiere, e' bene seguire nei particolari quanto accade quando l'estrazione e' affidata ad un operatore.

Si consideri ancora, per semplicita', un radar bidimen-

sionale che abbia 6 impulsi nel fascio, connesso ad un PPI.

In fig.5.23 e' grossolanamente mostrato l'andamento nel tempo della tensione presente ai morsetti di uscita del ricevitore, a valle del rivelatore, composto dal segnale corrispondente alla successione degli echi provenienti dai bersagli e dal rumore generato nell'apparato radar stesso.

L'operatore, osservando lo schermo dell'indicatore, fissa (mentalmente o agendo fisicamente sui controlli a sua disposizione) una soglia di separazione (fig.5.23a)) fra segnale e rumore e vede la situazione schematicamente mostrata in fig.5.23b).

Egli e' quindi portato a considerare falsi allarmi le macchie A, B e C, ed a classificare bersaglio la sola macchia D; di questo bersaglio egli valuta l'inizio all'azimut a_n e la fine all'azimut a_{n+5}, ed assegna ad esso, pertanto, l'azimut $(a_n+a_{n+5})/2$ e la distanza R_D (fig.5.23b)). L'operatore effettua ancora una specie d'integrazione dei ritorni attribuibili allo stesso bersaglio, e ne decide la presenza soltanto se in questa integrazione viene superato un certo limite(*).

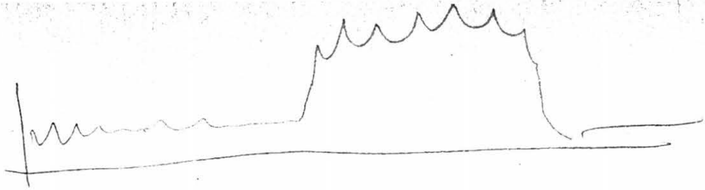
Converra' pensare che questa tecnica corrisponde ad avere convertito il dato di ingresso al filtro, che lavora in azimut, in digitale in particolare ad 1 bit e quindi su di esso si e' proceduto alla integrazione. Si tratta in altre parole di una realizzazione in forma numerica dell'integratore video di cui al par.5.12.

Chiaramente le stesse operazioni sopra descritte e nello stesso ordine, debbono essere eseguite in un estrattore automatico, assegnando ad ordini logici opportunamente programmati le decisioni che nella schematizzazione precedente appaiono prese dall'operatore.

L'estrattore pertanto deve contenere:

- circuiti per la generazione della prima soglia di separazione tra segnale e rumore e per la definizione del livello da assegnare a questa soglia in funzione del rumore presente;

(*) In realta' le fasi del processo di estrazione manuale non sono cosi' chiaramente distinte come mostra la grossolana schematizzazione che si e' fatta. Infatti, per il trascurabile spostamento angolare dell'antenna tra due successivi impulsi, sullo schermo del tubo avviene una parziale integrazione dei ritorni provenienti dallo stesso bersaglio.



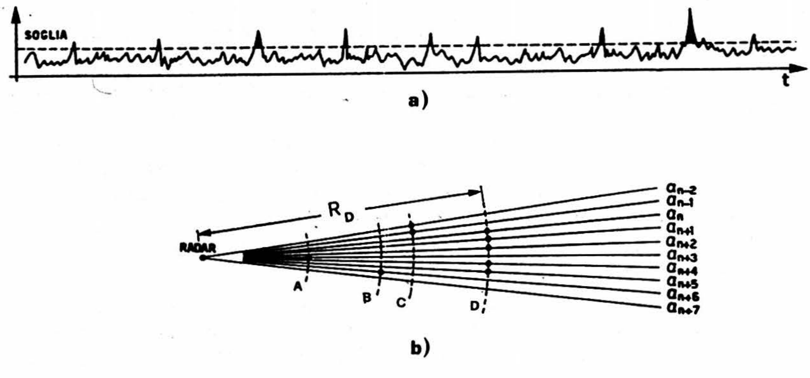


Fig.5.23 - Schematizzazione del processo di rivelazione di un bersaglio.

- circuiti per l'integrazione dei vari ritorni relativi al medesimo bersaglio;
- circuiti per la discriminazione dei bersagli dai falsi allarmi e quindi di definizione della seconda soglia;
- circuiti per la decisione circa l'inizio e la fine dei vari bersagli e per il calcolo delle coordinate da attribuire ad essi.

Inoltre le coordinate dei bersagli debbono essere rese disponibili nella forma adatta per la trasmissione all'utilizzatore. Un apparato che compia tutte le operazioni indicate puo' essere praticamente realizzato soltanto ricorrendo alla tecnica numerica di rappresentazione ed elaborazione. Questo implica che, prima di ogni altra operazione, tutte le grandezze che intervengono siano quantizzate in ampiezza e campionate.

In definitiva, quindi, un estrattore automatico risulta in generale costituito (fig.5.24) dalle seguenti tre parti fondamentali che compiono, nell'ordine, le funzioni prima elencate:

- il quantizzatore;
- l'elaboratore;
- il misuratore delle coordinate.

Estrattore Automatico.

Nel quantizzatore sono compresi i circuiti per la conversione in forma numerica del dato relativo alla direzione

di puntamento dell'antenna e per la misura (in termini di distanza) del tempo inteso come ritardo rispetto all'ultimo impulso di sincronizzazione ricevuto dal radar.

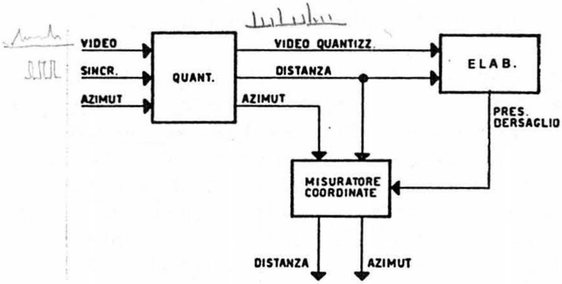


Fig.5.24 - Schema a blocchi di un estrattore numerico.

Il quantizzatore riceve dal ricevitore del radar il video grezzo (segnale piu' rumore), gli impulsi di sincronizzazione ed il dato di puntamento dell'antenna e fornisce in uscita con risoluzione prefissata nel tempo:

- la successione dei picchi di segnale e di rumore che superano la soglia stabilita (video quantizzato) quantizzati sia in ampiezza (normalmente a 2 soli livelli) che in tempo (in accordo con la risoluzione scelta);
- l'azimut verso il quale e' puntata l'antenna negli istanti definiti dalla successione dei picchi di cui sopra;
- il ritardo di questi istanti rispetto all'ultimo impulso di sincronizzazione, espresso in termini di distanza ($R=c\cdot\Delta t/2$) (v. fig.1.4).

Il video quantizzato ed il dato di distanza sono inviati all'elaboratore, nel quale viene effettuata la correlazione tra i picchi che si presentano alla medesima distanza, fino a stabilire se, in base ad un criterio prefissato, la successione considerata e' relativa ad un bersaglio o ad un rumore.

Se il criterio di decisione e' verificato, l'elaboratore fornisce un segnale di abilitazione (presenza bersaglio) che dura, a meno di ritardi sistematici, per tutto il tempo per il quale il bersaglio e' battuto dal radar.

In corrispondenza di questo segnale, nel misuratore sono indicate le coordinate di inizio e di fine del bersaglio e sono valutati l'azimut e la distanza da attribuire al suo baricentro.

Il quantizzatore agisce in distanza nel senso che stabilisce gli zeri e gli uni su uno soglio di distanza

5.14. Estrattore a finestra mobile (Moving Window)

In un particolare estrattore di dati radar detto a finestra mobile o a coincidenza, le operazioni cui sopra si e' fatto cenno, vengono realizzate nel seguente ordine:

- la quantizzazione e' ottenuta dividendo la distanza in celle elementari, con frequenza corrispondente ad una frazione della durata del subimpulso secondo quanto precisato nel par.5.7 ed attribuendo ad ogni cella lo 0 a seconda che l'ampiezza del video superi o meno una soglia prefissata T (prima soglia: soglia di quantizzazione). Si tratta quindi di un estrattore binario(*);
- l'integrazione e' effettuata esaminando il contenuto delle celle contigue in azimut che cadono in una "finestra", che ne comprende tante quante sono gli impulsi nel fascio; detta finestra viene a spostarsi di una cella in azimut per ogni periodo di ripetizione radar. Naturalmente esistono tante finestre, tutte sincrone quanti sono i punti in analisi in distanza;
- si decide che si ha presenza di bersaglio se il contenuto in detta finestra supera una certa soglia M (seconda soglia). In particolare l'azimut di inizio θ_i si fa corrispondere allo sweep per cui avviene l'inizio della fase di superamento mentre la fine del bersaglio θ_f e' determinata dal puntamento corrispondente alla fine della zona di superamento.

La situazione descritta e' schematizzata in fig.5.25.

L'analisi dell'estrattore in questione puo' essere condotta in due tempi:

a) individuare l'ottimizzazione delle soglie T ed M ricorrendo al criterio di Neyman-Pearson stabilendo eventuali perdite rispetto all'integratore perfetto;
b) determinare l'errore sistematico e casuale nella determinazione di θ_i e θ_f.

L'analisi cui verra' fatto cenno si riferisce a bersagli non fluttuanti e nell'ipotesi che il fascio di antenna

(*) Talvolta con "moving window" in letteratura si intende un estrattore che opera secondo il principio che segue, ma in dinamica. A meno dell'effetto della prima soglia i risultati che seguono rimangono validi.

possa essere assimilato a un fascio rettangolare per modo che valga la sequenza di fig. 5.14. Naturalmente le perdite relative a questa situazione possono essere valutate secondo gli andamenti di fig.1.19, infatti l´estrattore a finestra mobile, a meno della tecnica di quantizzazione, appare molto vicino ad un filtro adattato al segnale di fig.5.14.

Nell´ipotesi posta, la successione di "1" e "0" nella finestra puo´ essere vista come una sequenza di Bernoulli, talche´ la probabilita´ che nella finestra si contino almeno M "1" e´ semplicemente:

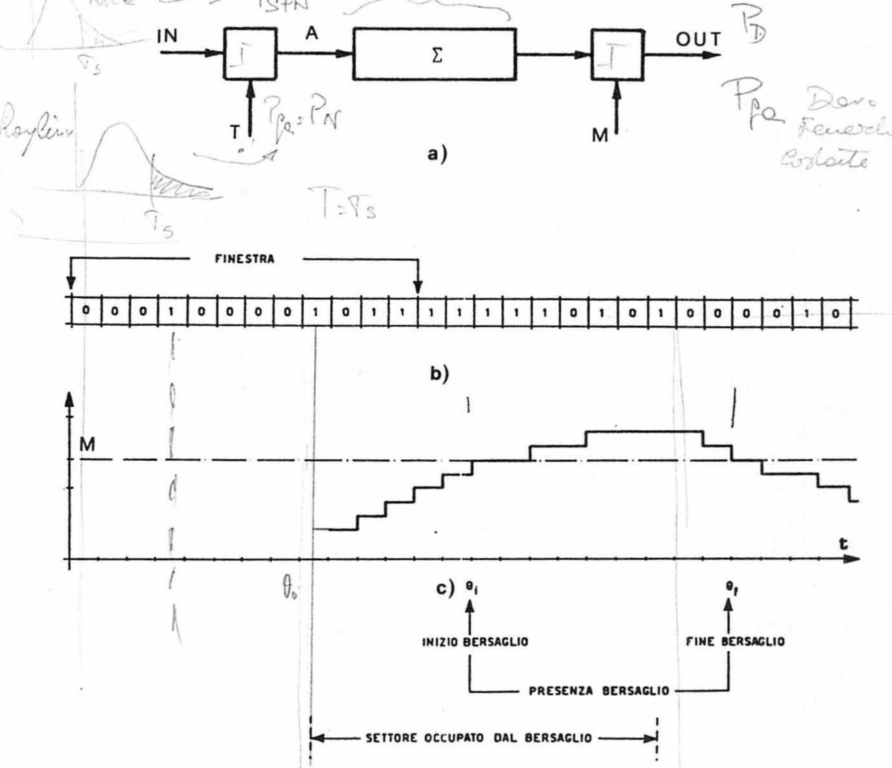


Fig.5.25 - a) Schematizzazione del rivelatore a finestra mobile
b) Dati in azimut all'uscita della prima soglia (A)
c) Contenuto dell´integratore e seconda soglia.

$$P = \sum_{k=M}^{N} \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \tag{5.115}$$

essendo p la probabilita' che il contenuto di una cella sia "1" ed N il numero delle celle nella finestra.

Se la finestra cade in una zona di solo rumore, p e' chiaramente la probabilita' di falso allarme elementare, per la quale, nell'ipotesi usuale di rumore bianco e gaussiano all'ingresso del ricevitore, si ha:

$$P_N = \exp\left(-\frac{T^2}{2\sigma^2}\right) \tag{5.116}$$

dove T e' il livello della soglia di quantizzazione come definito in fig.5.25a).

Quando la finestra cade in una zona di segnale piu' rumore, p e' invece la probabilita' di rivelazione elementare, che puo' essere posta nella forma:

$$P_{S+N} = Q(s,T) \tag{5.117}$$

essendo "s" l'ampiezza del segnale normalizzata al valore quadratico medio del rumore ($s=A/\sqrt{2}\sigma$) e Q(s,T) l'integrale della distribuzione di Rice (v. (1.47)), esteso da T a infinito.

Sostituendo dunque a p nella (5.115) la P_N data dalla (5.116) o la P_{S+N} data dalla (5.117), la stessa (5.115) fornisce, nei due casi rispettivamente, la probabilita' di falso allarme:

$$P_{fa} = \sum_{k=M}^{N} \binom{N}{k} P_N^{\,k} (1-P_N)^{N-k} \tag{5.118}$$

e la probabilita' di rivelazione:

$$P_D = \sum_{k=M}^{N} \binom{N}{k} P_{S+N}^{\,k} (1-P_{S+N})^{N-k} \tag{5.119}$$

che competono all'elaboratore per definiti valori di M e T e per un rapporto segnale-rumore ($S/N=s^2$).

Un'idea dell'influenza dei vari parametri si puo' trarre dalla fig.5.26 nella quale e' riportato l'andamento della

Non vale la pena di ottimizzare con estrema precisione in quanto abbiamo suppost. l' forse Rettangolare, mentre in realtà è gaussiano.

P_D in funzione del rapporto segnale-rumore, con $P_{fa}=10^{-7}$ per N=12 e vari valori di M.

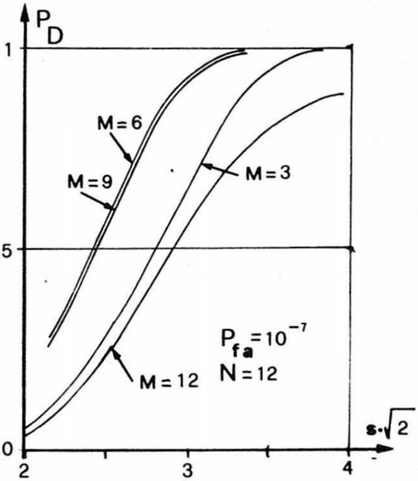


Fig.5.26 - Andamento della P_D al variare di S/N.

Il problema del dimensionamento del rivelatore a finestra mobile e' in pratica posto nei termini seguenti:

OTTIMIZZAZIONE DELLE SOGLIE.

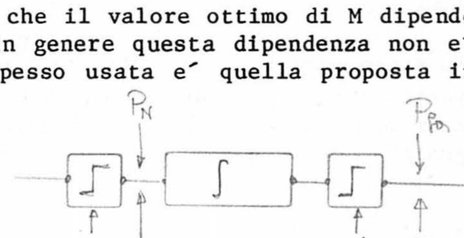
- noto N e fissate a priori P_{fa} e P_D, determinare i corrispondenti valori di T e M perche' "s" sia minimo;
- ovvero, fissati P_{fa} ed "s", scegliere i valori delle soglie perche' P_D sia massimo.

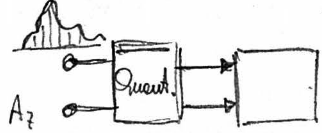
Si rileva immediatamente che, noto N, per ogni valore di M e' univocamente determinata T una volta fissata la P_{fa}, e che, definito T, e' ancora univocamente determinato il valore di P_D per ogni valore di "s".

Il problema di rendere minimo "s" fissata che sia la P_D o, cio' che e' lo stesso, di rendere massima la P_D fissato che sia "s", si riduce dunque a scegliere per ogni N un valore opportuno per M.

E' stato dimostrato che il valore ottimo di M dipende esclusivamente da N ed in genere questa dipendenza non e' critica. Una relazione spesso usata e' quella proposta in [12]:

(5.120) $$M = 1.5\sqrt{N}$$





che e' valida per $P_{fa}=10^{-5}\div10^{-10}$ e $P_D=0.5\div0.9$.

Per valori di P_{fa} piu' alti una approssimazione migliore e' quella proposta in [13], che poi e' stata rielaborata [5] dando luogo all'andamento di fig. 5.27.

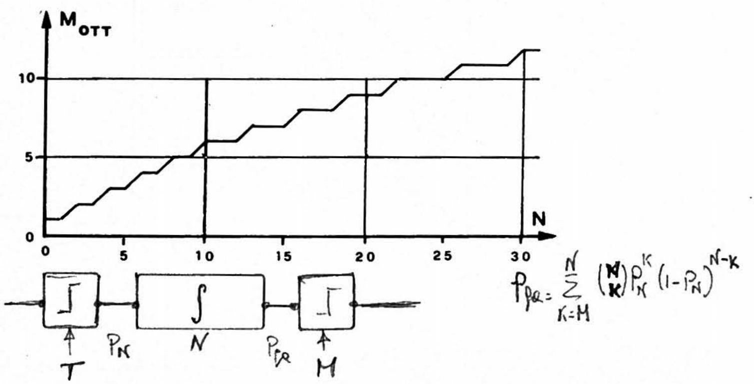


Fig.5.27 - Andamento di M ottimo al variare di N.

Allora il problema diviene quello di determinare, per un certo valore di P_{fa} e quindi di P_N (v. (5.118)) il valore di T necessario (v. (5.116)), e per questo valore di T di determinare "s" se e' fissata P_D, o P_D se e' fissato "s", dalle (5.119) e (5.117).

Per semplificare le valutazioni si e' costruito il diagramma di fig.5.28 nel quale la (5.118) e la (5.119) sono state riportate assumendo, per ogni N, $M=M_{OTT}$ di fig.5.27. L'uso del diagramma e' ovvio: entrando con P_{fa} e P_D, si leggono direttamente, per l'N che si considera, il valore da assegnare alla soglia di quantizzazione ed il valore minimo di "s" che consente di ottenere la voluta probabilita' di rivelazione con la probabilita' di falso allarme assegnata; entrando con P_{fa} e "s", si leggono il valore di T ed il valore di P_D che il fissato valore di "s" consente.

Esaminata la tecnica di progettazione dell'estrattore a finestra mobile e' ora possibile confrontare i risultati di sensibilita' di questo estrattore relativamente all'integratore non coerente di tipo lineare o quadratico e all'integratore coerente.

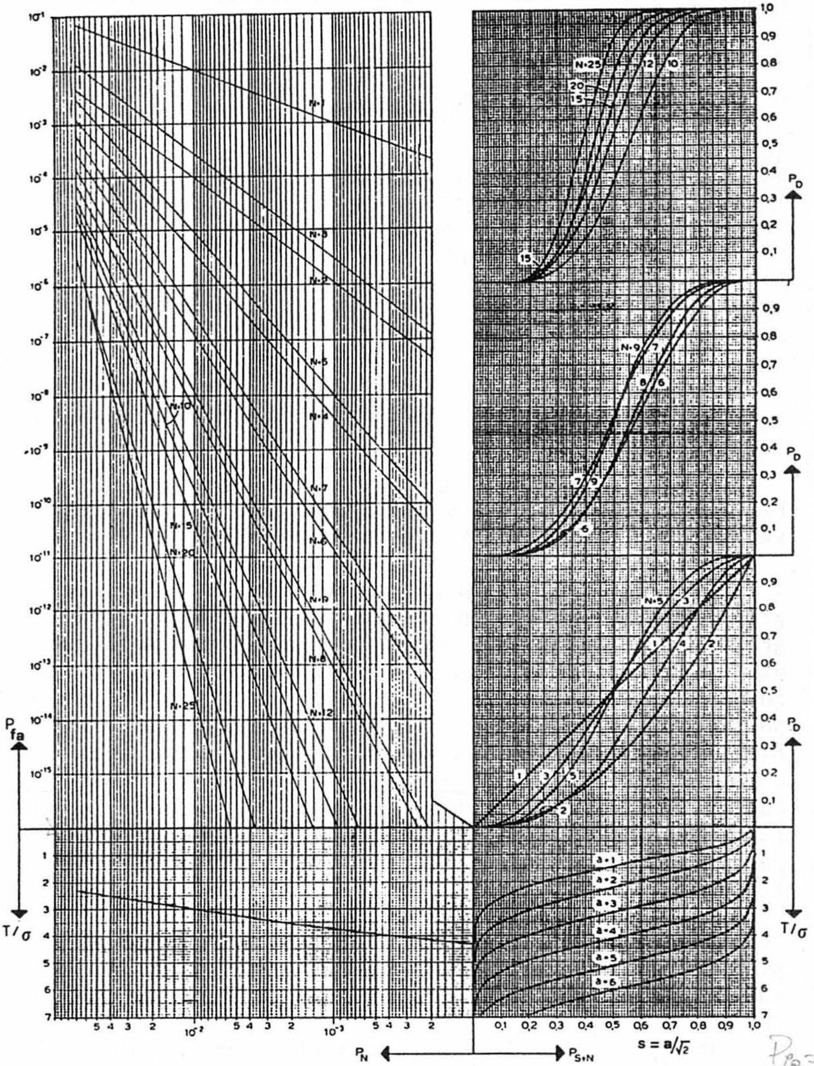
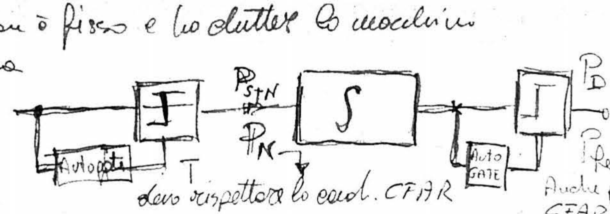


Fig.5.28 - Diagramma utile alla progettazione di un estrattore a finestra mobile.



In fig.5.29 e´ riportato l´andamento del rapporto S/N necessario su singolo impulso per avere una P_D=0.9 (con $P_{fa}=10^{-10}$) al variare del numero di impulsi integrati (N).

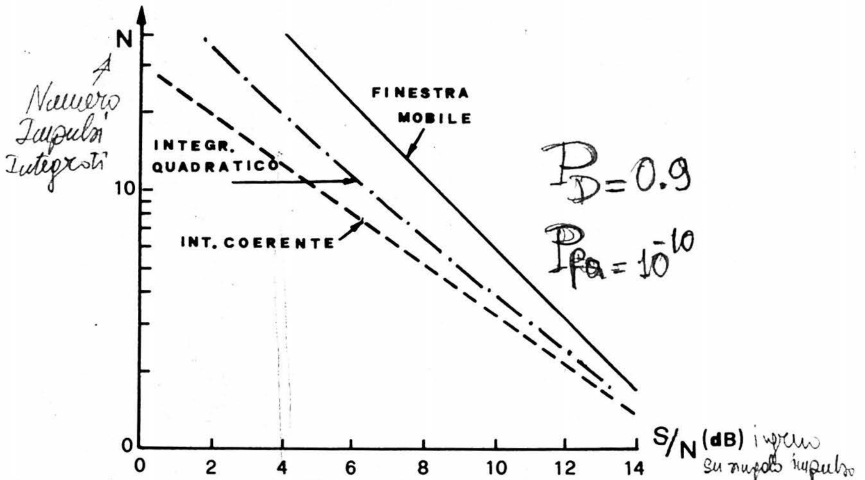


Fig.5.29 - Confronto di sensibilita´ fra integratore coerente, integratore quadratico e finestra mobile.

E´ possibile notare che l´andamento in questione e´, in prima approssimazione, parallelo a quello relativo all´integratore quadratico. Il confronto tra gli andamenti relativi all´integratore quadratico e integratore coerente indicano le perdite relative gia´ riportate in fig.5.18, mentre e´ possibile notare che per N>10 dall´estrattore a finestra mobile e´ richiesto un rapporto S/N maggiore di circa 1.3÷1.5 dB, che puo´ ritenersi quindi la perdita per aver operato con tecnica numerica a doppia soglia. E´ possibile dimostrare che detta perdita e´ pressocche´ indipendente oltre che da N anche dalla P_{fa} e P_D almeno se si opera con $P_{fa}=10^{-5}\div 10^{-10}$, $P_D=0.5\div0.9$.

Pertanto e´ possibile concludere dicendo che la tecnica "finestra mobile", talvolta preferita come tecnica di integrazione in quanto comporta un insieme di circuiti effettivamente molto semplici, comporta una perdita dell´ordine del dB.

Converra´ ora dare un cenno al comportamento in azimut dell´estrattore discusso nel paragrafo che precede.

Si consideri infatti un bersaglio posto ad una certa distanza dal radar, che occupi il settore da θ_{io} a θ_{fo} (fig.5.25b). Nella finestra mobile, per la cella di distanza interessata dal bersaglio, si osserva una densita´ di "1"



l'autogate ho l'inconveniente di avere delle perdite, cioè a 10^{-6} si ho 3dB di perdita.
$P_N \simeq 10^{-1} - 10^{-2} \Longrightarrow P_{fo} \simeq 10^{-5} \div 10^{-6}$ conviene

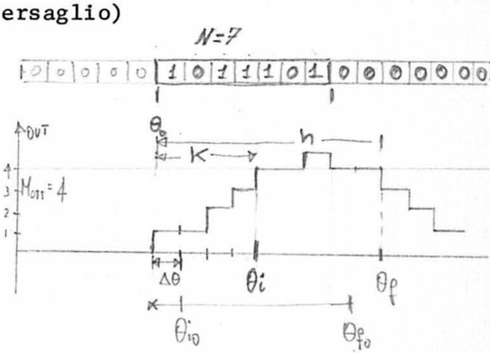
mettere l'autogate sul primo in quanto P_N grande comporta piccole perdite, mentre su P_{fo} le perdite sono grandi (vedi fig 4.12)

dapprima crescente e poi decrescente, mentre il bersaglio entra nel fascio e ne esce. Si tratta di determinare il settore nel quale il numero di "1" nella finestra resta superiore al valore della seconda soglia (v.fig.5.25b).

Si consideri dapprima il caso in cui sia trascurabile il rumore fuori dal settore occupato dal bersaglio, vale a dire sia nulla la probabilita' di falso allarme. In tale ipotesi, detti:

- $\Delta\theta$ il passo con il quale si muove la finestra, pari all'angolo di cui ruota l'asse del fascio tra due successivi impulsi;
- θ_o l'azimut relativo all'ultimo passo della finestra in corrispondenza del quale la finestra stessa cade ancora tutta nella zona di solo rumore;
- θ_i l'azimut per il quale il numero di "1" nella finestra supera per la prima volta il valore M della soglia (inizio bersaglio);
- θ_f l'azimut per il quale questo numero ridiviene minore del valore della soglia (fine bersaglio)

si puo' porre evidentemente:



(5.121)
$$\theta_{io} = \theta_o + \Delta\theta$$
$$\theta_{fo} = \theta_o + N\,\Delta\theta$$
$$\theta_i = \theta_o + k\,\Delta\theta$$
$$\theta_f = \theta_o + h\,\Delta\theta$$

essendo k e h due numeri interi per i quali valgono le limitazioni:

(5.122) $$M \leq k \leq N$$

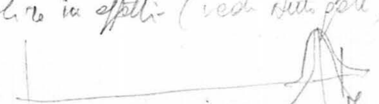
Infatti servono almeno M bit per superare la soglia M, inoltre se N bit non superano M allora non vi è bersaglio

$$N + 1 \leq h \leq N + 1 + (N-M) = 2\,N + 1 - M$$

Il settore nel quale il bersaglio appare presente si estende dunque dal passo k al passo h contati a partire da θ_o ed all'azimut del bersaglio si attribuisce una misura:

(5.123) $$\theta_m = \frac{\theta_i + \theta_f}{2} = \theta_o + \frac{k+h}{2}\,\Delta\theta = \theta_o + m\,\Delta\theta$$

Il II autogate ho un valore medio con una soglia quindi non ho perdite in effetti (vedi Autogate)



essendo invece:

$$\theta_{mo} = \theta_o + \frac{N+1}{2}\,\Delta\theta = \theta_o + m_o\,\Delta\theta$$

il suo valore effettivo.

I valori di k, h e quindi di m dipendono dalla particolare successione di "1" e "0" che appare nella finestra, ed il comportamento del rivelatore nel senso che si sta esaminando e' quindi completamente descritto dalle distribuzioni p(k), p(h) e p(m) determinate dalle probabilita' con le quali le possibili successioni si presentano.

Nel caso in oggetto ricordando gli andamenti di fig. 5.25, gli andamenti di p(k) e p(h) saranno simmetrici intorno ad N ed il valore medio si spostera' verso i bordi della finestra al crescere del rapporto S/N. In fig.5.30 sono riportati dei particolari andamenti di p(k) e p(h).

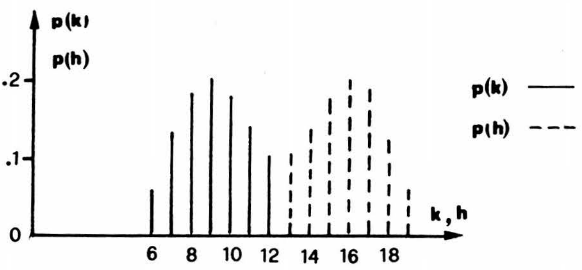


Fig.5.30 - Andamento di p(k) e p(h).

Naturalmente assumeranno particolare importanza gli andamenti dei valori medi e della σ delle distribuzioni di cui sopra; di questi ultimi alcuni andamenti sono riportati in fig. 5.31.

Converra' ora porre in relazione i risultati della accuratezza angolare ottenuti, con quelli possibili secondo criteri di stima ottima come posti nel cap.3 e riassunti nella (3.32). pag 139

In realta' la (3.32) e' stata specializzata per diversi tipi di antenne ed una sua valutazione (che poi si riduce alla valutazione di K) e' stata effettuata da Swerling [19], valutando la stima ottima (limite di Cramer-Rao) per un dia-

$\Delta\theta = \frac{K\theta_B}{\sqrt{\frac{2E}{\eta}}}$

Deve Spett. Bilater. di Rumore $\frac{M}{2}$

θ_B = apertura fascio

gramma di antenna a due vie di tipo gaussiano ($e^{-\theta^2/2\cdot\theta_g^2}$).

Detto N_g il numero di impulsi emessi quando il fascio percorre un angolo $2\cdot\theta_g$, l'energia globale e' pari a $E\cdot N_g$ (dove E e' l'energia su singolo impulso ricevuta nelle condizioni di puntamento ottimo) e la (3.32) puo' essere riscritta

Accuratezza Angolare

$$\Delta\theta = \frac{K\,\theta_g}{\sqrt{\left(\frac{S}{N}\right)_i}\cdot\sqrt{N_g}} \qquad (5.124)$$

$$K = \frac{1.26}{\sqrt{\left(\frac{S}{N}\right)_i}} \longrightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_i \ll 1$$

$$K = 1.06 \longrightarrow \left(\frac{S}{N}\right)_i \gg 1$$

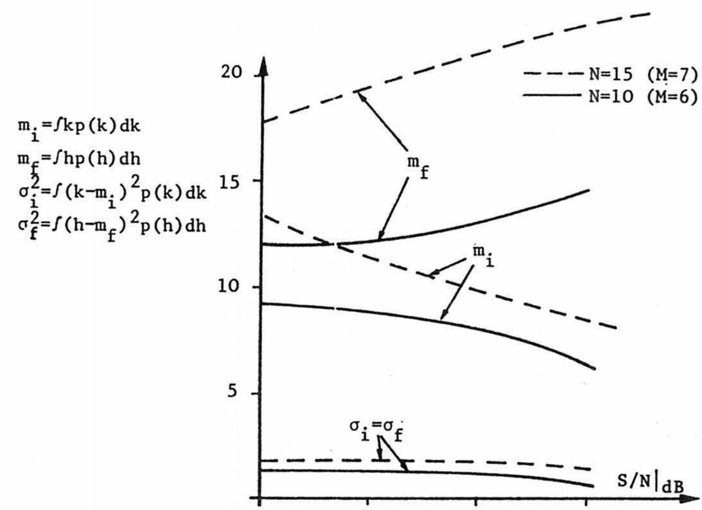


Fig.5.31 - Andamenti del valor medio e della deviazione standard di p(k) e p(h) al variare del rapporto S/N (valutato su semplice impulso).

In fig.5.32 e' riportato l'andamento normalizzato di $\Delta\theta$, ossia l'accuratezza normalizzata:

$$\frac{\Delta\theta}{\theta_g}\cdot\sqrt{N_g} = \frac{K}{\sqrt{(\frac{S}{N})_i}} \tag{5.125}$$

Per l'estrattore a finestra mobile si ha un errore nella misura angolare che puo' essere scritto per un confronto con la (5.125) (v. (5.123)):

$$\frac{\sigma_m}{N/2}\sqrt{N} = \frac{\sigma_i\sqrt{2}}{\sqrt{N}}$$

(ipotizzando σ_i e σ_f indipendenti) ed alcuni suoi valori, dai dati di fig.5.31, sono riportati in fig. 5.32.

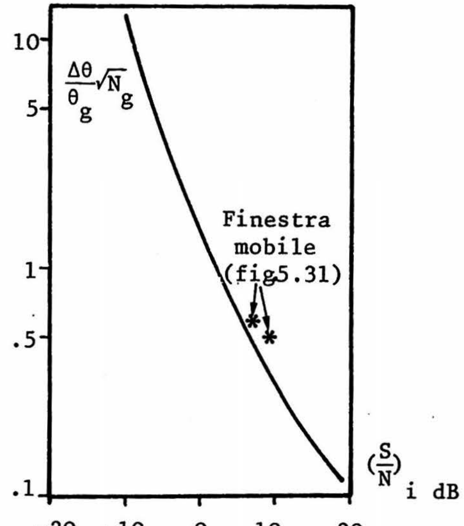


Fig.5.32 - Andamento dell'accuratezza angolare normalizzata al variare del rapporto S/N su singolo impulso.

In definitiva con la tecnica a finestra mobile si e' avuto un peggioramento nella accuratezza angolare dell'ordine del 20÷25% e questo risultato puo' ritenersi di tipo generale anche per l'integratore video e per gli estrattori binari, che verranno proposti nel paragrafo che segue. In real-

ta' converra' osservare che operando una media fra primo ed ultimo superamento per la finestra mobile si ha una piena simmetria, cosa che non sussiste nell'integratore video, e negli altri che verranno indicati nel seguito, dove all'errore dovuto ad un finito rapporto segnale/rumore deve essere aggiunto un errore di polarizzazione (bastera' pensare alla soglia decisionale posta dopo la struttura di cui allo schema di fig.5.21 ed alla relativa evoluzione in azimut).

Dall'andamento di fig.5.31 sembrerebbe che l'errore angolare rimane costante (se non addirittura diminuisce) per bassi valori di S/N. Cio' in realta' e' dovuto al fatto che gli andamenti di fig.5.31 sono condizionati alla presenza del segnale, mentre la stima azimutale che conduce alla (5.124) e' realizzata indipendentemente dal valore di S/N.

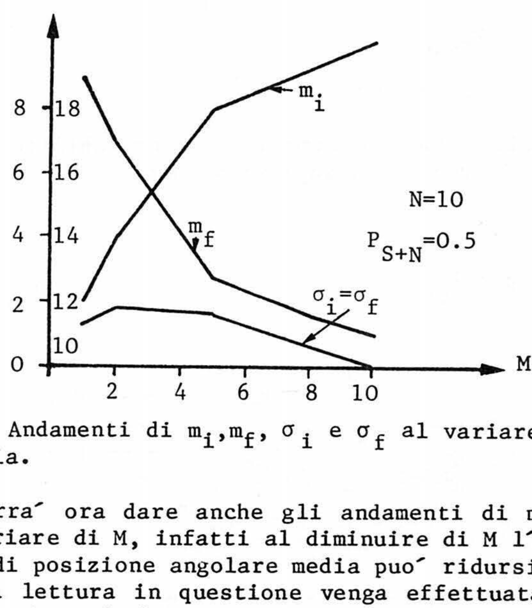


Fig.5.33 - Andamenti di m_i,m_f, σ_i e σ_f al variare della seconda soglia.

Converra' ora dare anche gli andamenti di m_i, m_f, σ_i e σ_f al variare di M, infatti al diminuire di M l'errore sistematico di posizione angolare media puo' ridursi, qualora, ad es., la lettura in questione venga effettuata solo sul fronte di salita (m_i), per modo da poter essere pronti ad una lettura successiva angolare (incremento della risoluzione angolare); ossia dall'andamento di fig.5.33 appare immediato come in talune applicazioni conviene variare la seconda soglia per ottimizzare le precisioni angolari invece della sensibilita'.

L'entita' della perdita al diminuire di M puo' essere valutata considerando il fatto che tutto corrisponde ad un adattamento ad un diverso valore di N che verra' indicato con N_i e che puo' essere calcolato dall'andamento di fig.

5.27, in altre parole il numero di impulsi integrati appare diminuito, con la conseguente perdita data dal rapporto 10 log N/N_i. Converra' anche osservare che una variazione sensibile di M comporta un'analisi di piu' campioni in angolo, quindi un incremento in P_D, che a questo punto appare immediato valutare.

A titolo di esempio si consideri N=12 ed a M_{OTT}=6 (v. fig.5.27) si sostituisca M=3. Dagli andamenti di fig.5.26 si osservera' una perdita di circa 1.5 dB, mentre il valore di N corrispondente a M=3 e' addirittura 5(=N_i); allora ci si doveva attendere una perdita di ∿3 dB. In realta' tutto avviene come se si potesse fare nel fascio un doppio esame di zone scorrelate per cui se sul singolo esame si ottengono valori di P_D e P_{fa} dell'ordine

$$P_{fa} = 10^{-6}$$

$$P_D = 0,8$$

per un doppio esame (considerando la probabilita' di errore al di sotto di una certa soglia) si ha:

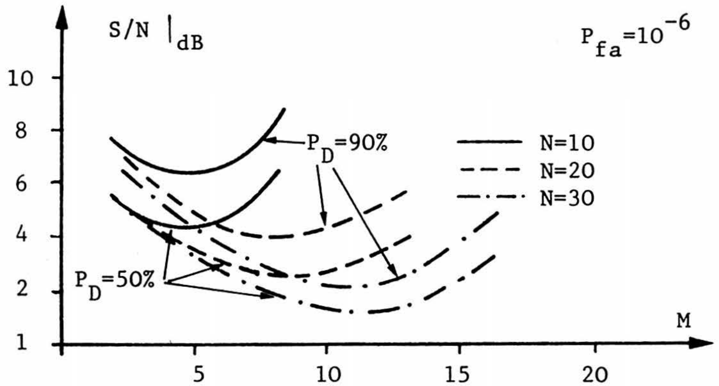


Fig.5.34 - Andamento del rapporto S/N necessario ad ottenere uno specificato valore di P_D al variare della seconda soglia.

$$(5.126)\qquad \begin{cases} P_{fa_2} = 1 - (1-P_{fa})^2 \simeq 2P_{fa} & \rightarrow\ 2\cdot 10^{-6} \\ P_{D2} = 1 - (1-P_D)^2 \simeq 2P_D - P_D^2 & \rightarrow\ 0.96 \end{cases}$$

che riportate sugli andamenti di fig.1.16 (si consideri la scarsa influenza della modesta variazione di P_{fa}) danno ragione di un incremento di circa 1.5 dB, tale da giustificare gli andamenti di fig.5.26. Ragionamenti non molto dissimili dovranno essere fatti per considerare il caso di aumento di M, infatti bastera´ pensare all´inserzione nel fascio di celle di solo rumore; naturalmente per M=N non sara´ piu´ possibile rivelare una sequenza per ipotesi rettangolare.

In fig.5.34 sono riassunte alcune situazioni che in larga massima sono estendibili ad altre. In ordinate sono riportati gli S/N necessari per ottenere le P_D specificate e quindi l´entita´ delle perdite e´ immediatamente valutabile.

In fig.5.35 e´ inoltre riportato per ogni valore della P_{fa} voluta il corrispondente valore di P_N per diversi valori di M di cui in fig.5.34. Gli andamenti del tipo di quelli di fig.5.34 possono essere utilizzati per ottimizzare M tenendo presente anche P_N che e´ possibile voler minimizzare per diminuire il "rate" dei segnali in ingresso all´estrattore.

Naturalmente sara´ possibile a questo punto analizzare diversi altri estrattori che possono operare senza memorizzare tutti i dati (alle varie distanze) contenuti nel fascio di antenna, operando in altre parole con tecniche ricorsive che possono considerarsi un evvicinamento all´integrazione video.

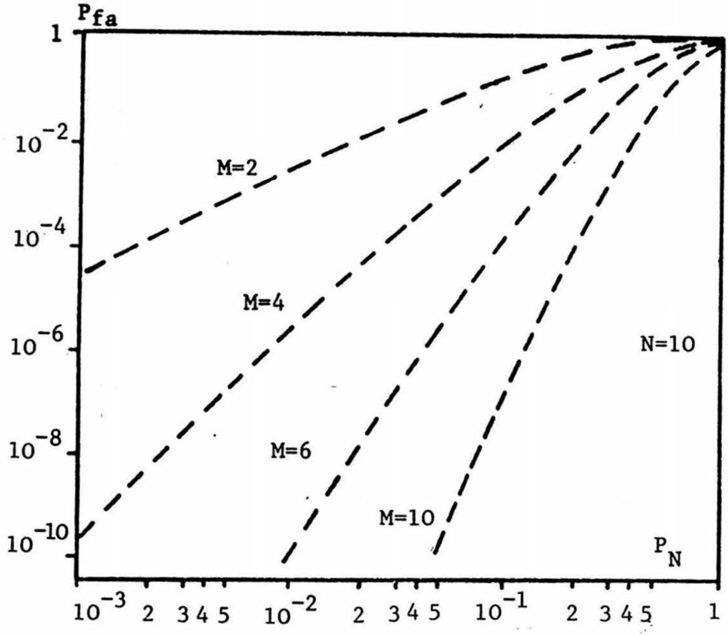


Fig.5.35 - Andamento della P_N al variare di P_{fa} per diversi valori di M.

5.15. Cenni sulla tecnica ad accumulazione e a "success run"

La tecnica binaria o numerica (a 1 bit) puo' essere anche applicata utilizzando una schematizzazione che ricorda l'integratore video. Il segnale video quantizzato a due livelli e' inviato ad un contatore tipo "up-down" che, operando in azimut, accumula una quantita' fissa α se l'ingresso e' a livello alto (eco probabilmente presente), e sottrae una quantita' fissa β se il livello e' basso (eco probabilmente assente).

In questo modo livelli bassi cancellano una memoria di

livelli alti; l'accumulo e' memorizzato nel suo valore corrente per ogni cella in distanza, detto accumulo e' il risultato della elaborazione α-β. degli "sweep" precedenti.

Viene pertanto segnalata presenza di segnale, quando l'"accumulo" raggiunge una soglia (numerica) M, analoga a quella prefissata per la "finestra mobile".

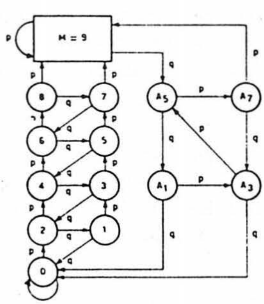
Una volta raggiunta detta soglia, e' possibile riportare a zero il contatore con due tecniche. E' possibile infatti decidere finito il bersaglio, quando si succedono N_z zeri o livelli bassi [14] o anche, senza accumulare la successione di sweep (sempre a un bit) corrispondenti a N_z zeri, e' possibile cambiare i valori di α e/o β (dopo aver raggiunto M) (nel senso di aumentare β), per modo da raggiungere facilmente la "decisione di fine bersaglio" [15].

D'altro lato l'accumulatore puo' essere limitato a M, impedendo che il conteggio stesso superi questo valore.

Il valore di M anche in questo caso non e' critico in quanto indipendente dal rapporto segnale/rumore e poco dipendente da P_{fa}, esso in prima approssimazione puo' essere ottenuto moltiplicando il valore M del paragrafo che precede per α.

Poiche' lo stato dell'accumulatore in ogni istante del conteggio dipende solo dallo stato precedente del conteggio e dal contenuto della cella in distanza in esame, il sistema puo' essere ottimizzato secondo una catena di Markov, del tipo di quella riportata in fig.5.36 (per la seconda tecnica di scarica).

L'ottimizzazione condotta in [14] e [15] ha portato a definire in fase di carica i pesi $\alpha=2\div3$, $\beta=-1$; mentre per la scarica e' parso conveniente usare una sequenza di $3\div5$ zeri o dei nuovi pesi del tipo $\alpha=2$, $\beta=-4$.



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A7	A5	A3	A1
0	q		p											
1	q			p										
2		q			p									
3			q			p								
4				q			p							
5					q			p						
6						q			p					
7							q			p				
8								q		p				
9										p		q		
A7										p			q	
A5											p			q
A3	q											p		
A1	q												p	

Fig.5.36 - Grafo di stati per la valutazione dell'accumulatore: p = probabilita' di un livello alto in ingresso; q = probabilita' di un livello basso in ingresso.

La fase di carica viene ottimizzata tenendo presente la sensibilita´ del sistema ed e´ stato dimostrato che una tale tenica ha portato ad una ulteriore perdita di 0.2-0.3 dB relativamente alla finestra mobile; la scelta delle sequenze di zeri o dei pesi in fase di scarica potra´ essere condizionata dalle prestazioni richieste in azimut.

In particolare e´ necessario dover tener presente diverse esigenze nell´analisi dell´elaborazione in angolo: la precisione in angolo dell´eventuale bersaglio e la conseguente risoluzione e quindi la necessita´ di avere una probabilita´ molto bassa che un determinato bersaglio si "spezzi" in piu´ di un bersaglio (sempre in angolo). Tutte queste problematiche ottimizzate per i radar di avvistamento (dove l´uso di tali tecniche e´ parso particolarmente conveniente), ha portato alla definizione delle modalita´ di scarica come sopra indicate, evitando una scarica troppo rapida ed anche una troppo lenta.

D´altro canto e´ possibile osservare che le modalita´ di funzionamento sopra richiamate, possono spesso consigliare di definire l´azimut del bersaglio sulla base della fine azimutale del bersaglio stesso, piuttosto che sulla media fra azimut iniziale e finale, riducendo in tal modo l´errore medio (di polarizzazione) che poi e´ funzione del rapporto segnale/rumore, che nell´accumulatore si aggiunge all´errore dovuto alla varianza.

Un diverso modo di affrontare il problema della integrazione in forma numerica, e´ quello possibile ricorrendo all´analisi di particolari "run" o eventi. La macchina che nasce va sotto il nome di success-run [16], [17], [18].

Vi sono in realta´ eventi che hanno un´alta probabilita´ nella regione di rumore ed una bassa nella regione di segnale e viceversa. Allora e´ possibile scegliere un evento che abbia bassa probabilita´ di verificarsi nella regione di segnale e contare per quanti passi esso non si presenta; quando il numero di detti passi supera un certo valore predisposto allora e´ possibile asserire che il bersaglio e´ presente.

In [18] e´ stato analizzato in particolare il caso che l´evento possa essere considerato una successione di tre zeri e si tiene conto degli eventi che si "ricoprono".

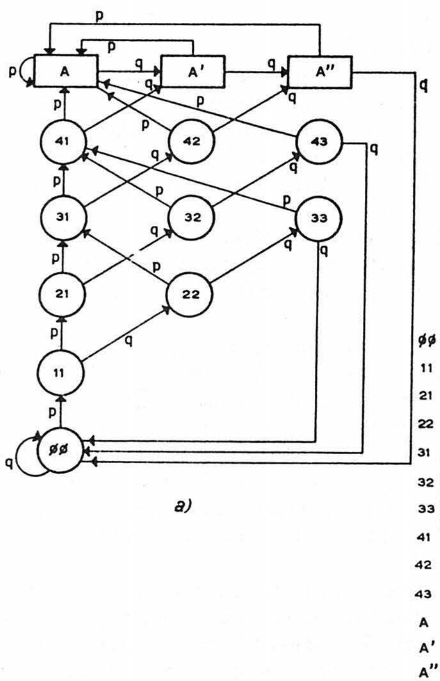
La schematizzazione che segue in questo caso mette in evidenza la problematica in esame:

"Step" in azimut :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Superamenti 1^a soglia:	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0
Stato contatore :	0	0	1	2	3	0	0	0	1	2	3	4	5	6

Infatti la prima riga indica il numero della traccia cui ci si riferisce, la seconda il contenuto della cella e la terza il numero segnato dal contatore degli eventi.

Allora il singolo stato del contatore puo´ essere ancora descritto in termini di catena markoviana, in quanto lo stato del contatore in ogni istante dipende solamente dallo stato dell´istante precedente e dalla presenza in ingresso di uno "0" e di un "1".

In fig.5.37a) e´ riportato il grafo di flusso e in fig. 5.37b) la relativa matrice di trasmissione.



a)

b)

	ØØ	11	21	22	31	32	33	41	42	43	A	A'	A"
ØØ	q	p											
11			p	q									
21					p	q							
22					p		q						
31								p	q				
32								p		q			
33	q							p					
41											p	q	
42											p		q
43	q										p		
A											p	q	
A'											p		q
A"	q										p		

Fig.5.37 - Schematizzazione di un "Success-run" [16]
a) grafo di flusso
b) matrice di trasmissione.

Ogni sequenza di tre zeri riporta il contatore nello stato di zero e l´arrivo di un "1" lo riporta sulla colonna principale, cancellando ogni ricordo degli "0" precedenti.

Se il conteggio supera 4 il contatore viene a trovarsi in uno degli stati A,A´ e A" che indicano la presenza del bersaglio. L´analisi in [16] e´ stata condotta valutando:

- la probabilita' di falso allarme e rivelazione come funzione dei parametri caratteristici sia del radar che del rivelatore;
- le perdite come incremento del rapporto segnale/rumore utile alla rivelazione rispetto ad un integratore a finestra mobile.

Anche con questo tipo di estrattore la P_{fa} puo' essere valutata considerando il raggiungimento di distribuzioni stazionarie per gli stati di cui in fig.5.37a); la p (e quindi q=1-p) andra' considerata come la probabilita' che il solo rumore superi la prima soglia (che poi e' oggetto di ottimizzazione) secondo la (5.116).

Per quanto riguarda la probabilita' di rivelazione, questa puo' essere definita come il complemento ad uno della probabilita' di quei cammini che, negli N passi che si considerano, non arrivano mai in A o A' o A", partendo da una certa configurazione iniziale (in luogo di p in questo caso dovra' essere considerata la (5.117)).

Il problema dell'ottimizzazione riportato in [16] e' consistito pertanto nello scegliere T, N_z (o numero di zeri) ed M onde rendere massima la P_D, una volta fissati N,P_{fa} ed il rapporto S/N.

Naturalmente per ogni N, fissato N_z ed M, T sara' funzione della P_{fa} richiesta. Le coppie ottime N_z ed M sono (2,5), (3,7), (4,9) e non influenzano, in modo significativo, la sensibilita', cosi' che la loro scelta definitiva puo' essere riservata alle valutazioni inerenti il comportamento in azimut. Per quanto riguarda le perdite e' possibile dimostrare che l'estrattore "success-run" comporta una ulteriore perdita dell'ordine di 1÷1.5 dB rispetto alla "finestra mobile".

Un tale tipo di estrattore, pur presentandosi interessante da un punto di vista concettuale, non sembra presentare dei vantaggi rispetto a quelli descritti in precedenza. D'altro canto oggi si usa spesso come integratore binario la moving-window poiche' il problema della memorizzazione di dati digitali puo' ritenersi completamente risolto, per l'alto grado di integrazione della componentistica in questione.

5.16. Applicazione del criterio della massima verosimiglianza nel caso di integrazione non coerente

Il problema della integrazione non coerente dei segnali radar come posto nel par.5.10, puo' essere rivisto facendo riferimento ai criteri posti nel par.4.2.

Assumendo che il segnale sia costituito da ν impulsi indipendenti con inviluppo $r_1, r_2 \ldots r_\nu$, definiti dalle distribuzioni (1.34) o (1.54) (a seconda sia presente o meno il segnale), il problema consiste nel determinare se questi impulsi sono dovuti al segnale piu' rumore o al rumore solo. Ritenendo i vari impulsi indipendenti, la densita' di probabilita' (dell'inviluppo) degli N campioni indipendenti diviene nel caso di assenza del segnale (condizionata alla presenza del solo rumore N):

$$p(Y|N) = \prod_{i=1}^{\nu} q(r_i) \tag{5.127}$$

dove q(r) e' data dalla (1.34).

Nel caso invece il segnale sia presente si ha:

$$p[Y|(S+N)] = \prod_{i=1}^{\nu} q_s(r_i) \tag{5.128}$$

dove $q_s(r)$ e' data dalla (1.54).

Il rapporto di verosimiglianza (4.1) (dal rapporto fra le (5.128) e (5.127) diviene (per le (1.34) e (1.54)):

$$L(Y) = \frac{p[Y|(S+N)]}{p(Y|N)} = e^{-\nu \cdot s^2} \cdot \prod_{i=1}^{\nu} I_o[r_i s\sqrt{2}/\sigma] \tag{5.129}$$

Ora il criterio della massima verosimiglianza consiste nel confrontare L(Y) con una soglia, che converra' chiamare λ ; allora la (5.129) diviene

$$e^{-\nu \cdot s^2} \cdot \prod_{i=1}^{\nu} I_o[r_i s\sqrt{2}/\sigma] \geq \lambda \tag{5.130}$$

che, facendo i logaritmi, da' luogo alla

$$\sum_{i=1}^{\nu} \ln I_o[r_i s \sqrt{2}/\sigma] \geq \ln\lambda + n\frac{s^2}{2} = \lambda_1 \tag{5.131}$$

L'aver operato il logaritmo della (5.130) ha comportato una semplificazione, senza ledere il significato dalla diseguaglianza avendo operato con leggi monotone.

La (5.131) puo' ulteriormente essere semplificata ricorrendo agli sviluppi delle Bessel (1.49).

In particolare nel caso di basso rapporto segnale-rumore e' possibile scrivere:

$$I_o(z) \simeq 1 + \frac{z^2}{4} \rightarrow \ln(1+\frac{z^2}{4}) \simeq \frac{z^2}{4}$$

e quindi la (5.131) diviene

$$\frac{s^2 \cdot 2}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{\nu} \frac{r_i^2}{4} \geq \lambda_1 \rightarrow \sum_{i=1}^{\nu} r_i^2 \geq \lambda_2 \tag{5.132}$$

quindi si e' giunti all'integratore di tipo quadratico.

Nel caso invece si operasse con alti rapporti segnale-rumore (v. seconda relazione della (1.49)):

$$I_o(z) \simeq \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \rightarrow \ln I_o(z) \sim z - \frac{1}{2}\ln z - \ln\sqrt{2\pi} \sim z$$

la (5.131) diviene allora:

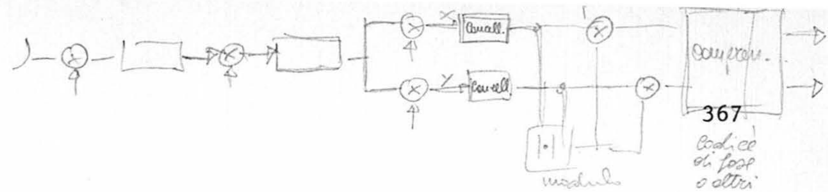
$$\frac{s\sqrt{2}}{\sigma} \sum_{i=1}^{\nu} r_i \geq \lambda_1 \rightarrow \sum_{i=1}^{\nu} r_i \geq \lambda_3$$

e quindi si e' ottenuto l'integratore lineare.

Tutto cio' e' valso a chiarire che i vari criteri di ottimizzazione portano in genere a risultati non discosti.

5.17. Soglia adattiva dopo integrazione

Dopo aver realizzato una integrazione non coerente, in conformita' alle tecniche descritte nei paragrafi che precedono, potra' essere disposta una soglia adattiva, qualora non si sia raggiunta la condizione CFAR.



Onde dare un cenno della applicabilita' delle tecniche, di cui nel capitolo che precede, ai segnali in uscita dall'integratore, converra' distinguere fra i casi di integratore binari (che operano su segnali quantizzati ad un bit) ed integratori che operano in dinamica (eventualmente su segnali analogici).

Nel caso di:

a) <u>integratori binari</u>

La prima soglia, si e' detto, e' responsabile della P_{fa} in uscita.

D'altro lato l'analisi nei paragrafi che precedono e' stata condotta considerando che i segnali in azimut siano scorrelati; questa ipotesi in genere non e' soddisfatta, basta pensare ad un residuo di clutter (distribuito e stazionario) che, come e' stato detto piu' volte, e' un fenomeno a banda stretta.

Allora se il radar interessa zone con segnale scorrelato in angolo e poi zone con forte correlazione la condizione CFAR non e' certamente piu' soddisfacente: l'integratore guadagna sul clutter cosi' come sul segnale.

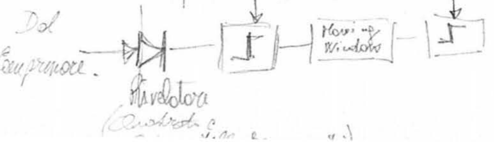
La tecnica di disporre un autogate onde realizzare la prima soglia non sara' in genere valida, infatti questa potrebbe adattarsi a varie potenze di clutter, ma operando in distanza non potra' adattarsi alle varie correlazioni.

In realta' l'elemento che guarda la correlazione e' l'integratore, quindi la soglia adattiva dovrebbe essere la seconda, ma questa soglia non e' modificabile senza alterare l'intera filosofia di progetto.

Per questo tipo di integratore, che in realta' mal si presta a disporre una condizione CFAR con ingressi correlati, l'unica azione possibile potrebbe essere quella di operare ad anello chiuso. In altre parole un eventuale aumento della P_{fa} in uscita potra' essere letto dal calcolatore, che in genere segue l'estrattore. Ammesso che questo calcolatore sopporti il "rate" dei dati di ingresso, esso stesso potra' disporre di alzare la prima soglia cosi' da cercare, eventualmente in "scan" successivi di raggiungere il CFAR.

Ne nasce un sistema controreazionato, di tipo non lineare che avra' problemi di transitori; una tale tecnica in genere non e' consigliabile sia per la sua efficacia, sia anche perche' compromette la separazione naturale che esiste fra elaborazione di segnale ed elaborazione di dati.

Il problema si presenta in modo diverso per:



b) Integratori in dinamica

Per rendersi conto qualitativamente di questa problematica converra' ritenere che, qualsiasi sia il modello del clutter o rumore, dopo integrazione (converra' limitarsi a quella non coerente) si tendera' a una distribuzione di tipo gaussiana (per un numero di impulsi sufficientemente alto). In realta' converra' pensare l'integratore come un dispositivo che opera una media, pertanto, fissato il numero N di dati oggetto della media, il suo valor medio tendera' ad essere indipendente dal grado di correlazione degli stessi dati.

Cio' non e' vero per la varianza della distribuzione dopo la media, che in realta' all'aumentare del grado di correlazione, aumentera' come se gli impulsi mediati fossero minori. Se ad es. e' possibile ritenere che gli N impulsi siano correlati a gruppi di M allora, detta σ^2 la varianza del processo di ingresso, dopo media la varianza diviene $\sigma^2/(N/M)=M\cdot\sigma^2/N$.

Allora il disporre di un sistema, che stimi solo il valore medio, non consentira' l'ottenimento del CFAR.

Sara' pertanto necessario disporre una soglia adattiva, dopo l'integratore analogico, che stimi sia il valore medio che la deviazione standard (v. ad es. la quinta delle
(206) (4.5)). $T=K_4\sqrt{\mu_2}+m_1$

In realta' la valutazione di un sistema a soglia adattiva dopo integrazione si presenta piuttosto complessa nella sua analisi. Infatti la soglia potra' essere stimata sia valutando cio' che succede in distanza, sia prendendo anche i vari contributi in azimut. Naturalmente nell'ambito delle dimensioni del fascio (o anche numero N di impulsi sul bersaglio) i vari segnali saranno correlati all'uscita dell'integratore, allora in azimut converra' prendere solo i segnali corrispondenti a uno su N sweep.

Considerando un rumore gaussiano indipendente da sweep e sweep e quindi operando con un integratore di tipo quadratico (integrazione dopo rivelatore quadratico) in [19] sono state valutate le perdite per un "autogate" di tipo AND che operi appunto dopo integrazione, su n celle solo in distanza.

Le perdite che si ottengono sono di molto inferiori a quelle di cui in fig.4.22. Sbagliato.

Per rendersi conto di questo fatto sara' sufficiente pensare che dopo integrazione le distribuzioni tendono ad avere un alto rapporto valore medio/deviazione standard, quindi un piccolo guadagno G (v. fig.4.13) consentira' di ottenere la condizione CFAR: piccolo valore di G implica un

modesto contributo di fluttuazione sulla soglia e quindi modesta perdita.

In fig.5.38 sono riportate da [19] le perdite in funzione del numero di celle integrate (N), per diverse celle in distanza (n). Dette perdite sono praticamente indipendenti dal tipo di modello del bersaglio usato (fluttuante e non fluttuante) e dal valore di P_D.

Tutto cio', a dimostrare che dopo integrazione in dinamica, gli "autogate" potranno essere usati, infatti danno luogo a modeste perdite, inoltre le tecniche di stima (v. stimatore di soglia di fig. 4.2) dovranno essere opportunamente studiate qualora si volesse tener conto anche di eventuali segnali di clutter correlati in azimut.

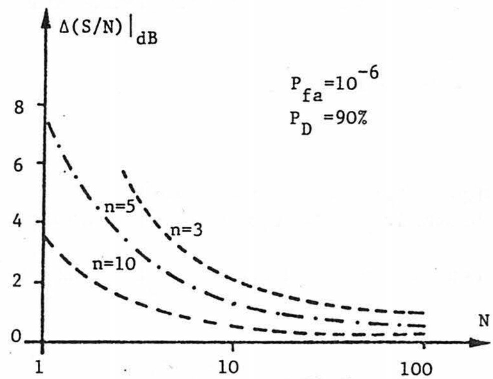


Fig.5.38 - Andamento delle perdite dovute all'uso di una soglia adattiva (che opera una media su n celle in range) dopo integrazione su N impulsi.

5.18. Cancellazione in ambiente non gaussiano

Il problema della cancellazione del clutter in ambiente non gaussiano e' divenuto negli ultimi anni sempre piu' importante, infatti, nei moderni radar, si lavora quasi sempre con alte risoluzioni.

In realta' allo scopo converra' fare riferimento per il clutter al

a) modello K [20]

secondo il quale e' stato verificato che un clutter puo' essere modellato nella sua variabilita' nel tempo con due com-

ponenti indipendenti, con differenti tempi di correlazione, che contribuiscono insieme a realizzare la distribuzione di ampiezza.

La componente a fluttuazione veloce, che spesso e' identificata dalla variazione della interferenza fra i vari "scatter", ha un tempo di correlazione (per il mare) dell'ordine di 10 ms e puo' essere decorrelata da impulso ad impulso operando in agilita' di frequenza. La componente a fluttuazione lenta che puo' essere associata all'insieme degli "scatter", ha un tempo di correlazione dell'ordine del secondo e non e' affetta dalla agilita' di frequenza.

Al fine di descrivere questo fatto analiticamente la nuova variabile modellante il clutter nella sua variabilita' potra' essere descritta dal prodotto delle due variabili indipendenti:

(5.133) $$x = y \cdot z$$

dove

y ha un lungo tempo di correlazione
z e' decorrelabile dalla agilita' di frequenza.

La densita' di probabilita' di x e' allora data facilmente dalla:

(5.134) $$p(x) = \int p_1(y) \cdot p_2\left(\frac{x}{y}\right) \frac{dy}{y}$$

dove

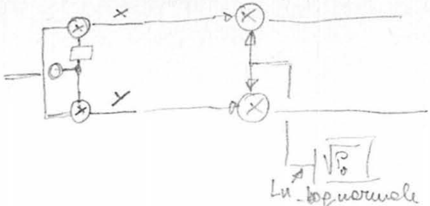
$p_1(y)$ e' la d.d.p. di y

$p_2(z)$ e' la d.d.p. di z valutata per $z = \frac{x}{y}$

Operando con agilita' e' possibile ovviamente mediare z ed ottenere informazioni su y.

Da analisi sperimentali e' stato ottenuto che la componente a lungo tempo di correlazione puo' essere modellata con la "chi":

(5.135) $$p_1(y) = \frac{2y^{2\nu-1}}{\Gamma(\nu)} e^{-y^2} \qquad \nu > 0$$



dove ν dipende dai parametri stessi che definiscono lo stato del clutter, mentre la $p_2(z)$ e' una distribuzione Rayleigh di valor medio "y".

Dalla eq.(5.134) si ha allora per la x la d.d.p.:

$$p_k(x) = \frac{2b}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{bx}{2}\right)^{\nu} K_{\nu-1}(bx) \qquad (5.136)$$

dove

$K_\nu(.)$ e' la funzione di Bessel modificata
ν e' il parametro di forma
b e' il parametro che indica la potenza.

Sulla linea del modello sopra introdotto e' possibile ora ottenere la valutazione di cancellazioni in ambiente non gaussiano.

Peraltro considerando anche le difficolta' analitiche e' spesso preferibile ricorrere ad una diversa modellizzazione; e' possibile infatti introdurre un

b) modello a frequenza intermedia (IF)

In realta' si ricordera' che il processo Rayleigh puo' essere realizzato tramite due componenti gaussiane con valor medio nullo, la cui rivelazione conduce appunto alla Rayleigh. Allora e' possibile approssimare (in media) qualsiasi distribuzione di ampiezza, modulando contemporaneamente le varianze delle due componenti gaussiane con una variabile P_c che abbia una opportuna d.d.p..

In particolare e' evidente che se P_c e' di tipo lognormale (LN) (cui peraltro ci si riferira' nel seguito), l'uscita rivelata r(t) in media puo' essere approssimata ancora da una LN e cio' specialmente per alti valori di σ_g.

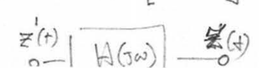
D'altro canto dando un opportuno tempo di correlazione alla variabile P_c e' possibile generare ogni variabilita' nel tempo del fenomeno descritto dal modello e quindi condurre opportune analisi ad es. sulla cancellazione di un MTI.

Considerando infatti lo schema di fig.5.39, x ed y sono le componenti in fase e quadratura di un processo gaussiano (ric. fig.1.13) con varianza unitaria e valor medio nullo. A rappresenta il segnale utile (ric. (1.39)) e z (generata dal filtraggio di una variabile z' ancora gaussiana) e' una variabile gaussiana aleatoria con valor medio nullo e varianza R_o, che e' modificata attraverso un dispositivo non lineare con legge esponenziale (al fine di ottenere la P_c con d.d.p. LN) e quindi da un fattore di guadagno a. pag 54

$r = \sqrt{[x+A]^2 + y^2}$

$\theta = \mathrm{Atn}\,\frac{y}{x+A}$

(1.39) $z(t) = n(t) + s(t) = [x(t) + A] \cos\omega_c t + y(t) \sin\omega_c t$



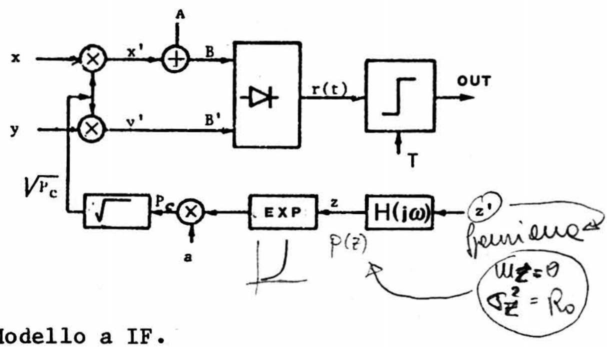


Fig.5.39 - Modello a IF.

Quanto sopra puo' essere posto analiticamente nelle relazioni di immediata comprensione:

(5.137) $$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R_o}}\, e^{-z^2/2R_o}$$

(5.138) $$\begin{cases} P_c = a \cdot e^z \rightarrow dP_c = a \cdot e^z dz \\ q(P_c) = p(z)\Big|_{P_c} \cdot \dfrac{dz}{dP_c} \end{cases}$$

da cui

(5.139) $$q(P_c) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\,\sigma_{g_1} P_c}\, e^{-[\ln^2(P_c/P_{cm})/8\sigma_{g_1}^2]}$$

dove

$$\sigma_{g_1}^2 = \frac{R_o}{4}$$

$$a = P_{cm}$$

ossia la varianza di z determina il fattore di shaping σ_{g_1} della distribuzione LN, mentre il guadagno "a" determina il valore mediano ossia il termine di potenza di P_c.

A questo punto e' possibile valutare la distribuzione media dell'inviluppo r (v. fig.5.39) tramite la relazione

(5.140) $$p(r) = \int_0^{\infty} \frac{r}{P_c} e^{-\frac{r^2}{2P_c}} q(P_c)\, dP_c$$

infatti si tratta di un processo Rayleigh modulato da P_c.

Da un'analisi della (5.140) [21] e' stato possibile approssimare la p(r) con una LN (v. tab.2.7) che pero' non ha lo stesso fattore di "shaping" della (5.139). Infatti eseguendo un confronto in termini di P_{fa} media ed utilizzando la terza delle (4.5) ossia determinando la soglia con la seguente espressione:

(5.141) $$T = K_2 \sqrt{m_2}$$

e' stato dimostrato che la d.d.p. LN approssimante la r di fig.5.39, essendo P_c definito dalla d.d.p. (5.139), ha un fattore di shaping:

(5.142) $$\sigma_g \simeq \sigma_{g_1} + 0.1$$

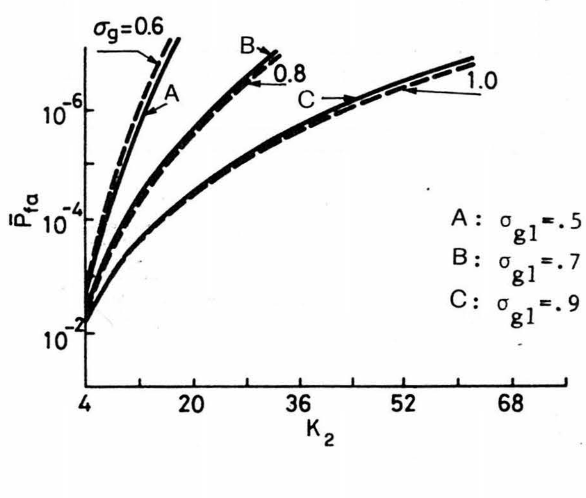


Fig.5.40 - Andamento della P_{fa} media
——— modello IF
------- d.d.p. LN

In realta' il confronto in termini di P_{fa} media ($\bar{P}_{fa}$) e' riportato in fig.5.40, da questi andamenti infatti e' stato possibile ricavare la validita' della (5.142).

In [21] e' stata effettuata anche la valutazione delle curve di rivelazione, calcolando la

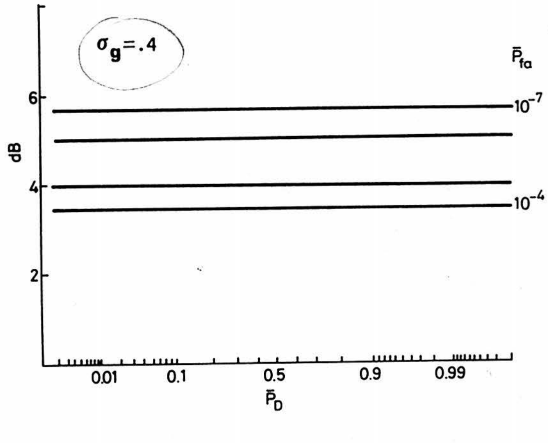
$$\bar{P}_D = 1 - \int_o^\infty \int_o^T q_s(r) \cdot q(P_c) \cdot dr \cdot dP_c \qquad (5.143)$$

dove

$q_s(r)$ e' definito dalla (1.54)

$q(P_c)$ e' definito dalla (5.139)

Confrontando gli andamenti ottenuti dalla (5.143), con quelli relativi al caso gaussiano (v. fig.1.16), sono state ottenute le perdite nel caso di rivelazione in ambiente non gaussiano che sono riportate in fig.5.41.



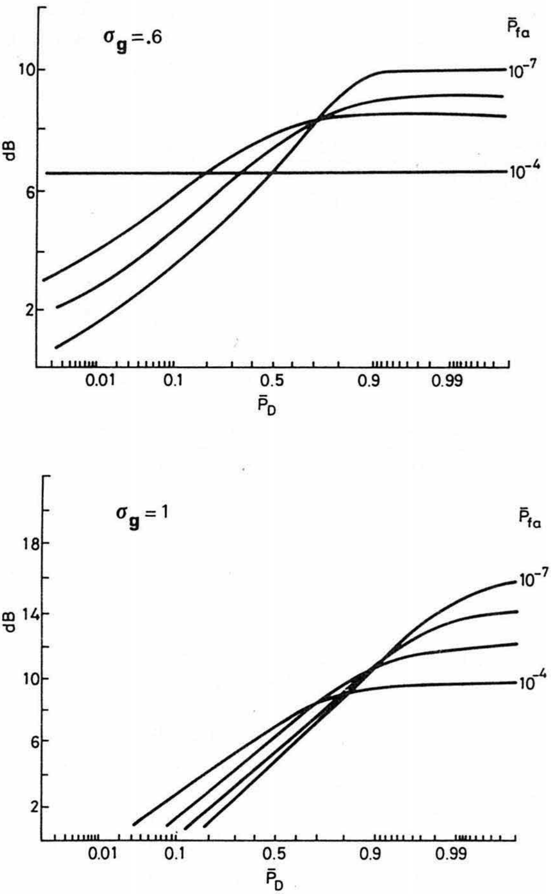


Fig.5.41 - Perdite in sensibilita´ al variare della probabilita´ di rivelazione.

Definito pertanto il modello del clutter nella sua distribuzione di ampiezza, allora dovranno essere valutate le caratteristiche di

c) cancellazione

In realta' l'andamento azimutale del clutter e' in qualche modo legato alla caratteristica del filtro $H(j\omega)$ (che potra' essere determinata da indagini sperimentali) di fig.5.39. E' possibile peraltro fare delle ipotesi o considerare P_c estremamente correlato (banda stretta di $H(j\omega)$), oppure ammettere una notevole variabilita' in P_c (banda larga di $H(j\omega)$) in accordo con le considerazioni di cui nella definizione del modello K.

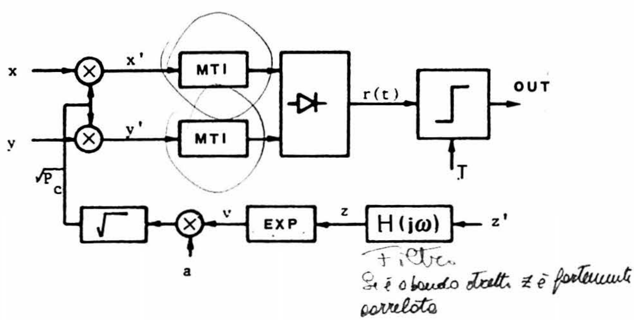


Fig.5.42 - Diagramma a blocchi della tecnica di cancellazione.

In ogni caso il problema si presenta come schematizzato in fig.5.42; nel seguito si riterra' lo MTI costituito da un semplice o doppio cancellatore.

Nel caso che P_c sia descritto da un fenomeno a banda stretta, allora P_c stesso puo' essere ritenuto costante durante l'azione di cancellazione.

In particolare pensando in ingresso al cancellatore presente un clutter (il valore della sua potenza sara' ancora P_c) ed un rumore (potenza P_n), in ogni istante la d.d.p. in uscita dai cancellatori sara' gaussiana e quindi:

$$P_{fa} = \int_T^\infty \frac{r}{\sigma_u^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_u^2}} dr \qquad (5.144)$$

dove (v. (5.13) e (5.14)):

$$(5.145) \qquad \sigma_u^2 = G\,\frac{P_c}{IF} + G \cdot P_n$$

e' la potenza (clutter piu' rumore) in uscita dai cancellatori.

Si ricordera' che G vale 2 per un semplice cancellatore e 6 per il doppio.

Considerando che P_c e' una variabile aleatoria con d.d.p. LN la (5.144) puo' essere mediata al variare di P_c:

$$(5.146) \qquad \bar{P}_{fa} = \int_0^{\infty} P_{fa} \cdot q(P_c)\, d\,P_c$$

dove $q(P_c)$ e' definito dalla (5.139).

Normalizzando T alla potenza in uscita media $(\overline{\sigma_u^2})$ e' possibile ottenere per la $\bar{P}_{fa}$ una espressione che e' indipendente da G (guadagno dello MTI), ma ovviamente e' funzione della IF, del rapporto potenza media del clutter a rumore $\bar{P}_c/P_n$ e ovviamente di σ_{g_1} (per σ_{g_1}=0 si ottiene la distribuzione di Rayleigh, e la condizione CFAR e' facilmente assicurata).

La (5.146) puo' essere allora riscritta:

$$(5.147) \qquad \bar{P}_{fa} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \exp\left\{ \frac{-(T')^2}{\left[\left(\frac{\bar{P}_c}{P_n}\right) \frac{\exp(2\sqrt{2}\sigma_{g_1} x - 2\sigma_{g_1}^2)}{IF} + 1\right]} \left[\left(\frac{\bar{P}_c}{P_n}\right) \frac{1}{IF} + 1\right] \right\} dx$$

avendo fatto le seguenti posizioni:

$$x = \ln(P_c/P_{cm})/2\sqrt{2}\,\sigma_{g_1}$$

$$T' = T/\{2 \cdot G(\frac{\bar{P}_c}{IF} + P_n)\}$$

Dalla (5.147) si vede che $\bar{P}_{fa}$ dipende da $\bar{P}_c/P_n$ e che la condizione CFAR puo' essere ottenuta solo usando tecniche adattive se non e' possibile cancellare fortemente il clutter.

Valutando la (5.147) in funzione di T' e confrontando il risultato con la P_{fa} ottenibile (sempre al variare della soglia normalizzata alla radice della potenza (v. (5.141)) nel caso di d.d.p. Rayleigh e LN e' stato possibile notare quanto segue:

- quando la cancellazione (IF) del clutter e' tale da ridurre il clutter stesso sufficientemente sotto al livello del rumore la d.d.p. di r di fig.5.42 approssima la Rayleigh (come doveva essere) e la condizione CFAR e' semplice da ottenere;
- al crescere dei residui in uscita dal cancellatore la d.d.p. di r e' approssimabile da una LN, il cui fattore di forma (σ_{eq}) e' appunto funzione dei residui stessi.

In particolare in fig.5.43 e' tracciato l'andamento di σ_{eq} al variare del rapporto rumore ($G \cdot P_n$) a residui di clutter ($G \cdot \bar{P}_c/IF$) per diversi valori di σ_g.

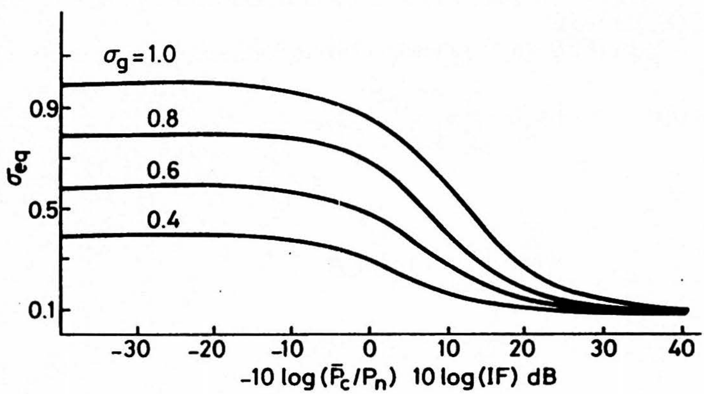


Fig.5.43 - Andamento del fattore di forma di una LN che approssimi la d.d.p. di r (v.fig.5.42).

Da queste curve e' possibile notare che quando il rapporto clutter medio a rumore e' alto (nonostante lo MTI), la r approssima la LN con lo stesso fattore di forma ($\sigma_{eq} \simeq \sigma_g$). D'altra parte se il valore di IF e' sufficientemente alto la d.d.p. di uscita approssima la Rayleigh, peraltro questo accade se il livello di clutter medio, in uscita dal MTI, e' 20 o 30 dB al di sotto del rumore (per $\sigma_g \sim 0.6 \div 1$).

D'altra parte ricordando i livelli del clutter in ingresso al ricevitore e' facile intuire le implicazioni di questo risultato sulla progettazione dei dispositivi di cancellazione.

Qualora poi si volesse considerare l'effetto sulla cancellazione di una modulazione di P_c ($H(j\omega)$ a banda larga: fig.5.42), non sono disponibili dei risultati generali; d'altro canto sempre in [21] sono indicate alcune valutazioni per un particolare andamento spettrale di $H(j\omega)$.

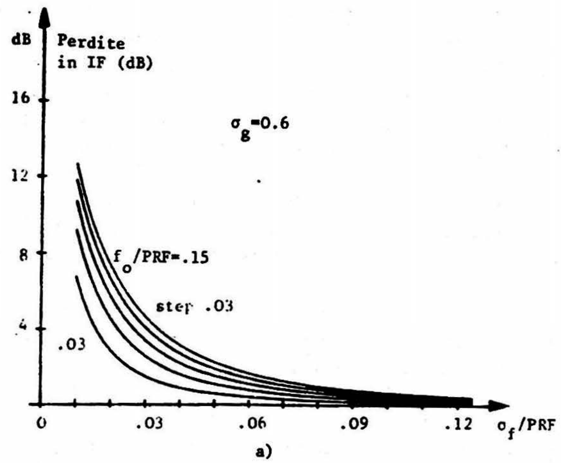
Dal punto di vista analitico il problema non presenta difficolta' concettuali, in quanto il tutto e' legato alla funzione di correlazione di $\sqrt{P_c}$, che puo' essere valutata dalla schematizzazione di fig. 5.42, di poi la correlazione di x' e y' e' valutabile considerando l'indipendenza di x e y da $\sqrt{P_c}$.

Passare quindi dalle correlazioni alla cancellazione e' possibile con le considerazioni di cui al par.5.5.

In figg.5.44 e 5.45 (da [21]) sono riportate le perdite, in improvement factor (relativamente al caso gaussiano) nel caso che $H(j\omega)$ sia tipo RC con frequenza di taglio f_o al variare della larghezza spettrale normalizzata (σ_f/PRF) del clutter gaussiano.

E' possibile notare come queste perdite crescono al crescere di σ_g; infatti il crescere delle code della distribuzione all'ingresso del MTI puo' essere visto come un allargamento dello spettro.

Secondo quanto indicato valutazioni specifiche dovranno essere fatte caso per caso sulla base di indagini anche sperimentali.



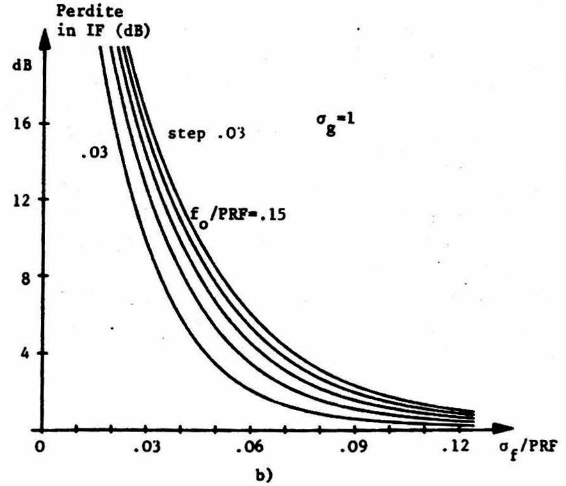


Fig.5.44 - Perdite in IF per un semplice cancellatore.

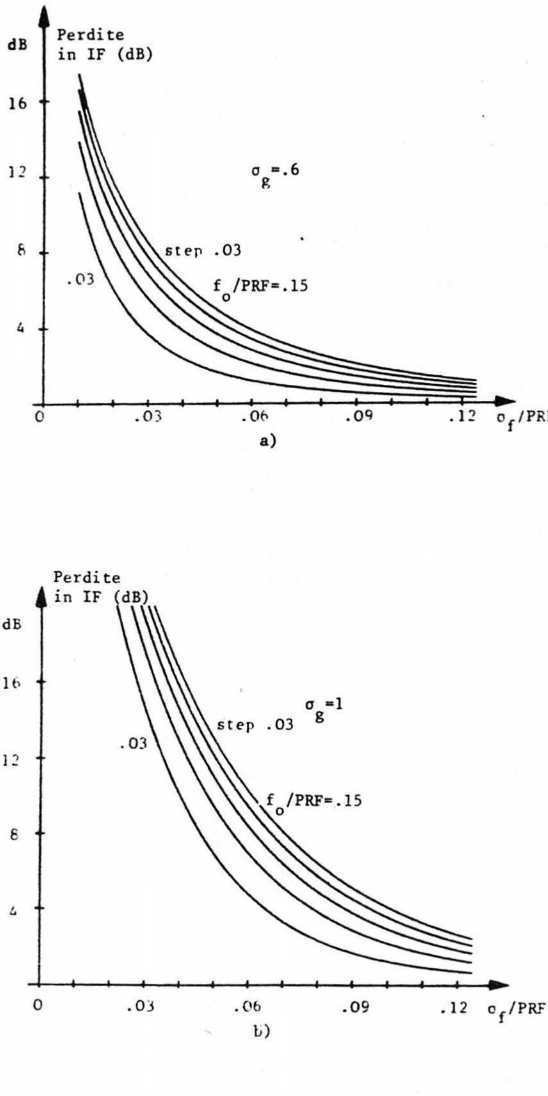


Fig.5.45 - Perdite in IF per un cancellatore doppio.

Bibliografia

[1] LAWSON-UHLENBECK: "Threshold signals", Boston Technical Publishers, MIT 1964.
[2] BETTINI, C.A.PENAZZI: "Analisi sul campionamento dei segnali radar", RT Selenia n.71094IN, 1971.
[3] T.BUCCIARELLI, G.PICARDI: "Sensibilita' e precisione nella elaborazione campionata dei segnali radar", Elettronica e Telecomunicazioni, n.1, 1972.
[4] P.F.GUARGUAGLINI: "Valutazione delle perdite di SNR per campionamento del segnale ricevuto in un sistema radar RT", Selenia n.71079IN, 1971.
[5] S.ROTELLA, F.MARCOZ: "Analisi di un rivelatore a finestra mobile", Alta Frequenza, Dic. 1967.
[6] NATHANSON: "Radar Design Principles", Mc Graw-Hill, 69.
[7] MARCUM: "A statistical Theory of Target Detection by Pulsed Radar", IRE Trans., Vol.IT-6, Aprile 1960.
[8] SWERLING: "Probability of Detection for Fluctuating Targets", Rand C, Res. Memo RM-1217, 1954.
[9] SCHWARTZ: "Effects of signal fluctuation on the detection of pulse signals in noise", Trans. IRE, Vol.IT-2, June 1956.
[10] BERKOWITZ: "Modern Radar", J. Wiley-Sons, 1965.
[11] G.GRASSO, S.ROTELLA: "Estrazione automatica dei dati radar", Alta Frequenza, Sett. 1967.
[12] SCHWARTZ: "A coincidence procedure for signal detection", Trans. IRE, Vol.IT-4, Dic. 1956.
[13] SWERLING: "The double threshold method of detection", RM 1008, Dic. 1952.
[14] F.MARCOZ, G.GALATI: "A suboptimal decision technique: the Accumulator Extractor", Alta Frequenza, Feb. 1972.
[15] B.MINGUZZI, G.PICARDI: "Experimental analysis of two types of digital extractors", Alta Frequenza, n.11, 70.
[16] F.MARCOZ, S.ROTELLA: "Analysis of a success-run detector", Alta Frequenza, n.2, 1968.
[17] F.MARCOZ: "Success-Run detector - azimuth measurement", Alta Frequenza, n.2, 1970.
[18] F.MARCOZ: "Analisi di un contatore digitale tipo 'Success-Run'", RT-64/155, In Selenia S.p.A.
[19] SWERLING: Proc. IRE 1956, 44-1146-1155.
[20] K.D.WARD: "High resolution radar sea clutter", RSRE Newletter and Research Review, n.4, 1980.
[21] G.PICARDI, R.SEU, D.ZEI: "Lognormal clutter cancellation", Proc. IEE, Vol.134, Pt. F.N.1, Feb.1987, pp.35-41.
[22] G.GRASSO, P.F.GUARGUAGLINI: "Clutter residues of a coherent MTI radar receiver", IEEE Trans., Vol.AES-5, pp.195-204, March 1969.

6. CANCELLAZIONE ADATTIVA DEL CLUTTER

6.1. Introduzione

Il problema della cancellazione adattiva in un sistema radar puo' essere affrontato con due differenti metodi: stimare il segnale e quindi consentirne la rivelazione oppure stimare il clutter e quindi eliminarlo.

Il primo metodo si basa su una analisi spettrale di tutto il segnale radar e quindi il riconoscimento viene fatto sulla base della sua distribuzione spettrale nello spazio in esame (si ipotizza che il clutter ed i segnali abbiano differente distribuzione nello spazio).

Pertanto esso potra' essere realizzato mettendo a punto

- filtri a pettine con tecniche tipo DFT, FFT, CZT;
- elaboratori che operano in distanza (tipo autogate), onde predisporre il guadagno o soglie adattive sui vari filtri (potranno essere adottati anche eventuali stimatori in azimut);
- eventuali tecniche di aggancio in frequenza sui vari bersagli ed inseguimento degli stessi (eventualmente anche nello spazio) per selezionare il clutter.

In ogni caso dovranno essere tenute in debito conto le metodologie di "stagger" per eliminare le ambiguita' in frequenza.

Il secondo metodo consiste invece nella:

- stima della doppler media del banco di clutter (ric. ad es. la pioggia che ha uno spettro spostato su una doppler legata alla velocita' del vento);
- stima della forma dello spettro specie se si e' in presenza di piu' clutter contemporanei.

Dalle informazioni disponibili alla uscita degli stimatori di cui sopra e' possibile allora la realizzazione del filtro adattivo nei seguenti modi:

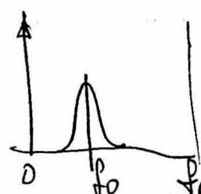
. determinando convenientemente i pesi del filtro trasversale che realizza la funzione MTI, onde consentire la

cancellazione del clutter stimato;

. variando la frequenza dell´oscillatore locale per modo di annullare la doppler del clutter, avendo predisposto un cancellatore per distribuzioni a doppler nulle. Questa ultima soluzione si dimostra piu´ efficiente per dimensioni e costi, naturalmente e´ applicabile solo qualora si possa ricorrere alla sola adattivita´ nella posizione del filtro e non nel suo andamento in frequenza.

I due metodi di cui sopra ad una analisi piu´ attenta non sono casi separabili uno dall´altro e, qualora si possa stimare solo la doppler media, il metodo della stima del clutter si presenta ancora piu´ economico e semplice.

Nel seguito verranno descritte alcune delle metodologie di adattivita´, anche se una completa analisi a tutt´oggi non puo´ dirsi completa, anzi oggi questo tema e´ oggetto di studi e ricerche. In particolare ci si riferira´ a radar di avvistamento anche se le considerazioni che seguono potranno essere estese facilmente a qualsiasi tipo di radar.



6.2. Stima della frequenza media del clutter

a) <u>Tecnica di stima</u>

Una tecnica per ottenere la stima della frequenza media del clutter, in zone in cui e´ ipotizzabile un regime stazionario, e´ quella di valutare la differenza di fase fra gli echi corrispondenti a successivi "sweep" e quindi operare una media sia in distanza su diverse celle sia in angolo.

Un possibile schema realizzativo per una tale soluzione e´ riportato in fig.6.1 che puo´ essere ritenuta una particolare tecnica di controllo automatico in frequenza (AFC).

All´uscita dei mixer di ingresso (M_1, M_2) il segnale clutter (complesso) puo´ essere descritto dalla

$$\sigma_v(t) = \gamma_v(t)\, e^{j[\phi_d(t)-\phi_R(t)]} \tag{6.1}$$

dove

$\gamma_v(t)$ rappresenta il clutter riportato in banda base

$\phi_d(t)$ e´ la fase relativa alla doppler media

$\phi_R(t)$ e´ la fase del segnale di riferimento ottenuta sfasando (ad opera del sistema di controreazione) la fase del coho.

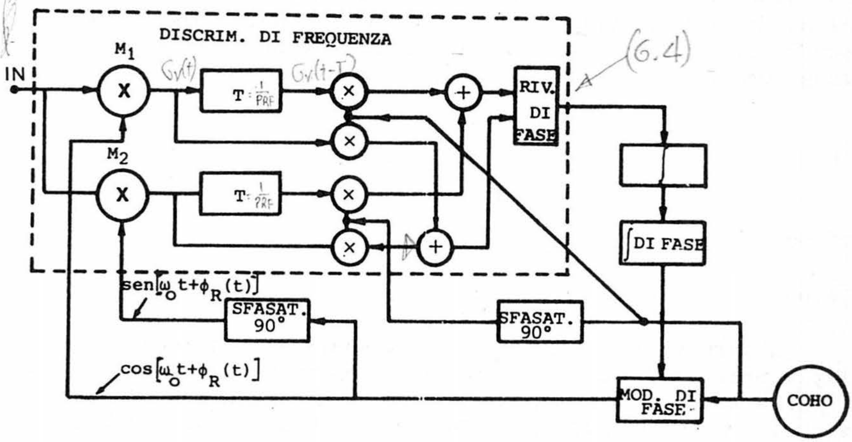


Fig.6.1 - Possibile tecnica di stima di frequenza media del clutter.

La (6.1) puo' essere riscritta considerando:

(6.2) $$\gamma_v(t) = x(t) + jy(t) = \rho(t)\, e^{j\phi(t)}$$

secondo notazioni usuali relative alla descrizione di un rumore a banda stretta.

Il segnale $\sigma_v(t)$ attraverso la doppia linea di ritardo T di fig.6.1 (T=1/PRF) (il tutto equivale ad un ritardo in media frequenza) diviene:

(6.3) $$\sigma_v(t-T) = \gamma_v(t-T)\, e^{j[\phi_d(t-T) - \phi_R(t-T)]}$$

I mixer, su cui agisce direttamente il coho o il coho sfasato di 90°, servono a riportare in media frequenza le componenti del segnale $\sigma_v(t)$ e $\sigma_v(t-T)$.

Il rivelatore di fase che segue, agendo sul segnale (6.1) e (6.3), realizza quindi:

(6.4) $$\varepsilon(t)=[\phi_d(t)-\phi_d(t-T)]-[\phi_R(t)-\phi_R(t-T)] + \\ + [\phi(t)-\phi(t-T)]$$

e costituisce l'errore del sistema di controreazione.

Per rendersi conto della validita' dello schema a bloc-

chi presentato si supponga preliminarmente che le fluttuazioni derivanti dalla aleatorieta' del clutter, ossia $[\phi(t)-\phi(t-T)]$ possano essere eliminate dalla operazione di media in range ed azimut. Scrivendo d'altro canto

$$(6.5)\qquad \begin{cases} \phi_d(t) = \omega_d\ t \\ \phi_R(t) = \omega_R\ t \end{cases}$$

si ha

$$(6.6)\qquad \varepsilon(t) = (\omega_d - \omega_R) \cdot T$$

L'errore (in frequenza) del segnale di riferimento, relativamente alla doppler (media), opportunamente mediato su diverse celle in distanza, servira' a correggere la frequenza stessa del riferimento. Peraltro detta correzione avverra' sulla base di un filtraggio (o media) in azimut e se realizzata modulando di fase il coho, dovra' corrispondere ad un incremento di fase ogni PRF. Detta operazione (schematizzata in fig.6.1 come integratore di fase) verra' applicata su gruppi di celle in distanza, considerando la regione di stazionarieta' del clutter, la presenza di eventuali codici e l'eventualita' di aggancio su bersagli da rivelare. In altre parole ω_R costituira' una stima di ω_d.

Converra' riscrivere:

$$(6.7)\qquad \phi_c(t) = \phi(t) + \phi_d(t)$$

e quindi la (6.4) diviene (nelle ipotesi convenzionali di descrizione tramite termini infinitesimi):

$$(6.8)\qquad \varepsilon(t) \simeq [\dot{\phi}_c(t) - \dot{\phi}_R(t)] \cdot T$$

D'altro lato l'anello di controllo, dettagliato in fig. 6.1, puo' essere schematizzato come in fig. 6.2, dove come grandezze di ingresso sono riportate le velocita' corrispondenti alle doppler oggetto di studio. In fig.6.2 e' anche riportata la correzione per agilita' di PRF e della frequenza di trasmissione. Esplicitando la dipendenza dalla velocita' nella (6.7) si ha infatti:

$$\varepsilon'(t) = \frac{4\pi}{c} f_T\, T(v-\hat{v}) = H(v-\hat{v})$$

Il fattore moltiplicativo H (v. fig.6.2), che e' insito nel processo di discriminazione, varia quindi nel tempo con le leggi di stagger ed agilita' di frequenza adottate. Per

eliminare tale dipendenza (formalmente indicata con il processo di moltiplicazione per H in fig.6.2) si dovra' introdurre:

- una divisione controllata prima dell'integratore per normalizzare tale errore;
- una moltiplicazione dopo l'integratore per restituire la corretta informazione di frequenza.

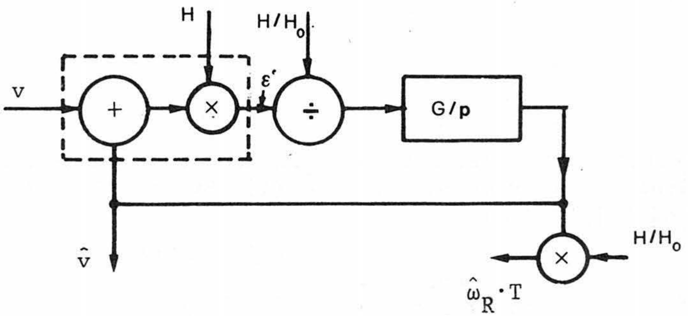


Fig.6.2 - Diagramma a blocchi dell'anello di AFC di cui in fig.6.1.

A valle dell'integratore viene infatti ricostruita la frequenza da misurare ed il modulatore di fase di fig.6.1 serve ad imporre la doppler stimata (e quindi la fase di riferimento) sul segnale come disponibile dal coho.

Onde valutare la capacita' di correzione del sistema di controllo (di cui in fig.6.1), sulle fluttuazioni del clutter, converra':

- applicare una frequenza di riferimento pari alla frequenza media del clutter $\dot{\phi}_R = \bar{\dot{\phi}}_c$ (anello aperto);
- valutare la fluttuazione di frequenza in uscita dal discriminatore e la fluttuazione residua dovuta alle medie effettuate in distanza ed azimut;
- valutare la fluttuazione che ad anello chiuso si riporta sulla frequenza di riferimento o stima di f_d.

Pertanto considerato un discriminatore di frequenza con caratteristica

(6.9) $$\varepsilon_o(t) = \dot{\phi}$$

ipotizzato azzerata la componente media della frequenza di ingresso con quella del segnale di riferimento e ritenuto il clutter di tipo gaussiano:

$$(6.10) \qquad S(f) = \frac{P}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_f}\, e^{-\frac{f_o^2}{2\sigma_f^2}} \rightarrow \rho(\tau) = e^{-\frac{\tau^2}{2\sigma_\tau^2}}$$

dove

$$\sigma_\tau = 1/2\pi\sigma_f$$

la distribuzione spettrale del segnale in uscita dal discriminatore di frequenza (per la (15.88b) di [1] o (8.142) p.387 di [2]) diviene

$$(6.11) \qquad S_{\dot{\phi}}(f) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\omega_b \sum_{m=o}^{\infty} \frac{e^{-\omega^2/\{2(m+1)\omega_b^2\}}}{(m+1)^{3/2}}$$

dove

$$(6.12) \qquad \omega_b = \sqrt{2}\cdot 2\,\pi\,\sigma_f$$

Ritenendo che la media in azimut, realizzata dall'anello di inseguimento, esegua un filtraggio con banda molto stretta rispetto alla banda del clutter (σ_f), converra' valutare la densita' spettrale a frequenza zero e ritenerla piatta nella banda di interesse dell'anello stesso:

$$(6.13) \qquad S_{\dot{\phi}}(0) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\omega_b \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(m+1)^{3/2}} \simeq 3.26\cdot\omega_b$$

Peraltro all'integrazione in azimut per un certo settore N·T (realizzato dall'anello di inseguimento) corrispondera' un filtraggio la cui funzione di trasferimento sara' del tipo a 20 dB/decade (RC con costante di tempo NT) con larghezza di banda:

$$(6.14) \qquad B = \frac{1}{N\,T} = \frac{f_r}{N}$$

D'altro lato poiche' la banda di rumore di un tale filtro vale $\pi B/2$, allora la potenza di rumore connessa alla stima diviene:

(6.15) $$P_{\dot\phi} = 3.26\ \omega_b \frac{\pi}{2}\frac{f_r}{N} = 5.12\ \omega_b \frac{f_r}{N}$$

Ora qualora si operi con n campioni in distanza, ossia scorrelati, che realizzano quindi una media, la varianza di $P_{\dot\phi}$ si riduce ancora di n e quindi l'errore di stima di f_d che ne consegue diviene

(6.16) $$\sqrt{\overline{\Delta f_d^2}} = .9\sqrt{\frac{f_b}{n}\ \frac{f_r}{N}} = 1.51\sqrt{\frac{\sigma'_v}{\lambda n}\ \frac{f_r}{N}}$$

usando una simbologia convenzionale.

A questo punto dai valori di σ'_v (riportati in letteratura) e' possibile calcolare la deviazione standard della stima in frequenza.

D'altro canto converra' ora valutare la

b) Degradazione dell'IF

dovuta alla stima errata della doppler media, infatti l'uscita dei mixer M_1 e M_2 di fig.6.1 potra' costituire l'ingresso di un MTI vettoriale.

Considerando lo spettro del clutter di tipo gaussiano (v. (6.10)) e' possibile legare σ_f alla banda a 3 dB (f_c):

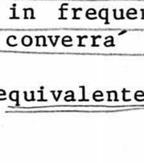
$$e^{-f_c^2/(2\sigma_f^2)} = 0.707$$



da cui

(6.17) $$f_c = 0.83\ \sigma_f$$

e considerare che, ad opera dell'errata stima della frequenza media del clutter, tutto avviene come se la banda del clutter si fosse allargata secondo la



(6.18) $$f'_c \simeq \sqrt{f_c^2 + \overline{\Delta f_d^2}}$$

infatti nel processo di demodulazione la frequenza portante fluttua e quindi si tratta di una somma in frequenza di grandezze che, data la media in distanza, converra' considerare scorrelate.

Alla (6.18) corrisponde quindi una σ_f equivalente

(6.19) $$\sigma_{f1} = \sqrt{\sigma_f^2 + 1.45\ \overline{\Delta f_d^2}}$$

A questa banda piu' larga corrisponde un piu' piccolo coefficiente di correlazione cui e' immediatamente associabile una valutazione dell'Improvement Factor secondo ben no-

te relazioni. In realta' e' possibile ricavare il nuovo coefficiente di correlazione (v. (6.10)):

$$(6.20) \qquad \rho_1(\tau) = \exp(-\tau^2 \cdot 2\pi^2 \cdot \sigma_{f1}^2)$$

che, normalizzato al valore ottenibile nel caso di stima perfetta ($\overline{\Delta f_d^2}=0$), da' luogo alla (ric.(6.16)):

$$(6.21) \qquad \gamma(\tau) = \frac{\rho_1(\tau)}{\rho(\tau)} = \exp[-\tau^2 \cdot 2\pi^2 \cdot (\sigma_{f1}^2 - \sigma_f^2)] =$$

$$= \exp[-\tau^2 \cdot 2\pi^2 \cdot 1.45\ \overline{\Delta f_d^2}] = \exp[-\tau^2 \cdot 2\pi^2 \cdot 1.45 \cdot (1.51)^2 \frac{\sigma_v' f_r}{\lambda nN}] \simeq$$

$$\simeq \exp[-65 \frac{\sigma_v'}{\lambda nN} \cdot \tau^2 \cdot f_r]$$

Pertanto moltiplicando la (6.21) per $\rho(\tau)$ si ha il nuovo valore del coefficiente di correlazione e quindi il nuovo valore dell'Improvement Factor, una volta specificato il tipo di MTI usato, e quindi la degradazione dell'IF sara' dato dalla:

$$(6.22) \qquad \Delta IF\Big|_{dB} = 10 \log \frac{IF}{IF_1}$$

Degradazione

dove

IF rappresenta l'Improvement Factor valutato in corrispondenza di $\rho(\tau)$

IF_1 rappresenta l'improvement factor valutato in corrispondenza di $\rho_1(\tau)$.

6.3. Cancellazione con banchi di filtri (MTD)

Supponendo il segnale utile immerso in un rumore o disturbo a distribuzione gaussiana il criterio di massima verosimiglianza corrisponde a massimizzare il rapporto segnale a disturbo (che in particolare potrebbe essere clutter), ossia ci si riconduce alla teoria del filtro adattato.

In accordo con la teoria del filtraggio adattato un elaboratore ottimo puo' essere pensato costituito da un filtro "sbiancante" (che realizza in qualche modo la cancellazione del clutter), un filtro adattato al singolo impulso

(in un ambiente definito da un disturbo "bianco") ed un banco di filtri doppler adattato al treno di impulsi ricevuto dal bersaglio. In particolare la fig.6.3 mostra un tale elaboratore, ipotizzando il segnale in ingresso gia' filtrato in distanza (filtro adattato sul singolo impulso).

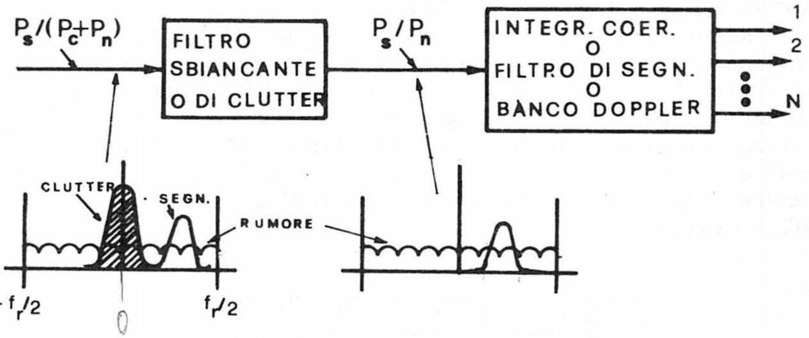


Fig.6.3 - Schematizzazione della tecnica di elaborazione con banco di filtri.

Il filtro sbiancante si adatta sullo spettro del clutter, tenuto conto del rapporto clutter-rumore (P_c/P_n); in tal modo il clutter e' portato al livello di rumore (sbiancato). In fig.6.3 sono riportati i livelli relativi di segnale e rumore nel caso che il segnale sia presente in una zona non affetta da clutter ed abbia uno spettro limitato. Lo sbiancamento implica che, per ottenere visibilita' sui segnali che superano il clutter, il clutter stesso non sia soppresso completamente (cioe' portato sotto al livello di rumore).

Il treno di impulsi e' allora integrato coerentemente nel banco di filtri che segue ed il massimo miglioramento del rapporto segnale a clutter e' dato dalla relazione (v. fig.6.3)



$$\text{(6.23)} \qquad IF\Big|_{max} = \frac{\dfrac{P_s}{P_n/N}}{\dfrac{P_s}{P_c}} = \frac{P_c}{P_n}\, N$$

dove

P_s e' la potenza del segnale in ingresso
P_c " " " " clutter in ingresso
P_n " " " " rumore in ingresso
N " il numero dei filtri doppler dislocati nella campata definita dalla PRF (f_r).

D'altro lato l'operazione di filtraggio sbiancante così come posta in fig.6.3 fa' si che il problema dei lobi laterali dovuti al banco di filtri doppler sia poco importante relativamente all'uso dello stesso banco di filtri anche come filtro di cancellazione, secondo le modalita' che verranno descritte nel seguito.

Naturalmente a questo punto diverse filosofie di elaborazione sono possibili pensando a soluzioni subottime per ottenere la cancellazione o sbiancamento dei disturbi; alcune di queste metodologie sono individuate in fig.6.4. Ovviamente passando dalle schematizzazioni di fig.6.4a) a quelle di fig.6.4d) sara' possibile individuare soluzioni sempre piu' economiche ed in particolare l'ultima che e' molto usata.

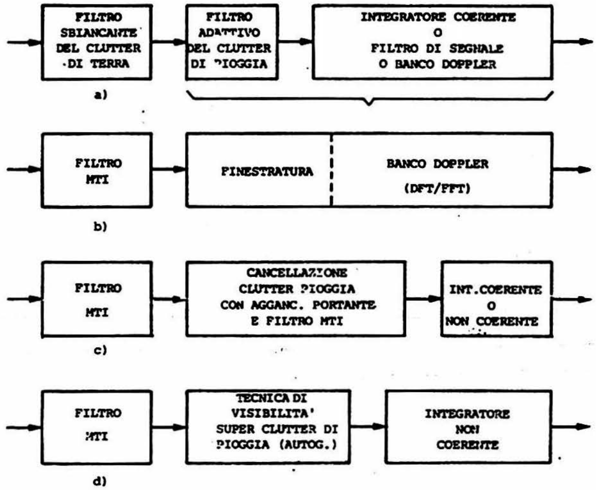


Fig.6.4 - Tecniche di cancellazione adattiva
a) ottima
b) subottima con DFT
c) cancellazione separata di due eventuali clutter
d) cancellazione di un solo clutter e visibilita' in superclutter per la pioggia (con autogate)

In realta' nei tre ultimi schemi a blocchi di fig.6.4 e' stata individuata una prima sezione per la cancellazione del clutter di terra (per radar con postazione fissa), realizzata con un filtro MTI (perdendo in tal modo l'adattivita' nella forma dello spettro). La cancellazione del clutter

di pioggia puo´ allora essere ottenuta o utilizzando lo stesso banco di filtri doppler o accordando (v. par. 2) un secondo filtro MTI sulla sua portante media (v. fig.6.4c) oppure anche con un autogate (v. fig. 6.4d) che, peraltro, permette la visibilita´ dei segnali solo ai livelli superiori a quelli della pioggia.

Ovviamente con la tecnica del banco di filtri doppler la rivelazione dei segnali utili (fuori dell´intervallo dei residui del clutter di terra e pioggia) puo´ essere migliorata notevolmente (v. fig.6.4b) e puo´ anche essere estratta l´informazione doppler. D´altro lato il filtraggio doppler oggi sostituisce spesso la tecnica di integrazione non coerente, tipo "moving-window", infatti la realizzazione di banchi doppler, eventualmente con algoritmi veloci tipo FFT, non e´ oggi un problema, in termini di dimensioni e costi.

Naturalmente rimane il problema della presenza di disturbi improvvisi e di intensita´ notevole, che in una moving-window (essendo quantizzato l´ingresso) danno luogo ad una sola presenza e quindi l´uscita praticamente non ne e´ influenzata, mentre nel caso di un banco di filtri, non esistendo in ingresso alcuna limitazione, danno luogo ad un segnale in uscita che puo´ essere di notevole entita´. Peraltro una diversa tecnica per la cancellazione di detti disturbi puo´ essere quella usata quando si lavora con impulsi codificati; infatti un limitatore duro (ad es. dopo MTI) garantisce il CFAR e riduce l´energia di disturbi spuri mentre il filtro di compressione (integratore in distanza) restituisce la dinamica. Una terza via ancora per ridurre detti disturbi sara´ quella relativa ad una indagine preliminare e spaziale per l´eliminazione a priori di situazioni non riconducibili a possibili echi radar.

In fig.6.5 e´ messa in evidenza l´operazione

a) DFT come integratore coerente e banco doppler

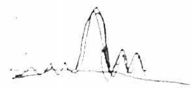
Si ricordera´ che al filtraggio ottimo (azimutale) di un segnale, costituito da una successione di N impulsi, ciascuno dei quali con spettro F(jω), corrisponde la funzione di trasferimento:

$$H(j\omega) = F^{*}(j\omega)\,\frac{\text{sen}\, N\,\frac{\omega T}{2}}{\text{sen}\,\frac{\omega T}{2}} \qquad (6.24)$$

dove

N e´ il numero di impulsi nel fascio ipotizzato rettangolare

T e´ il periodo di ripetizione radar



Il termine $F^*(j\omega)$ individua il filtro adattato al singolo impulso mentre il termine

$$\frac{\operatorname{sen} N \frac{\omega T}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\omega T}{2}} \tag{6.25}$$

individua il filtraggio in angolo.

Converra' osservare che per effetto di una frequenza doppler sul segnale in ricezione, la (6.24) traslera' complessivamente intorno ad essa: $H(j\omega) \leftrightarrow H[j(\omega+\omega_d)]$.

Un banco di filtri Doppler che abbia una forma analoga a quella individuata dalla (6.25) e' d'altro canto facilmente realizzabile tramite DFT. Infatti, come schematizzato in fig.6.5, si consideri un filtro FIR (Finite Impulse Response), i cui pesi siano

$$W_{nK} = e^{-jn\alpha(K)} = e^{-jn2\pi \frac{K}{N}} \tag{6.26}$$

dove K indica il filtro K-esimo. La risposta impulsiva di tale filtro e'

$$h_K(t) = \sum_{n=o}^{N-1} \delta(t-nT)\, e^{-j2\pi n \frac{K}{N}} \tag{6.27}$$

e la sua funzione di trasferimento sara' data dalla trasformata di Fourier:

$$H_K(f) = \sum_{n=o}^{N-1} e^{j2\pi n(fT-K/N)} \tag{6.28}$$

ossia

$$\left|H_K(f)\right| = \left|\frac{\operatorname{sen}[\pi N(fT-K/N)]}{\operatorname{sen}[\pi(fT-K/N)]}\right|$$

che realizza la forma (6.25) (spostata sulle possibili frequenze doppler definite dalla K/NT), operando praticamente un riallineamento dei vari vettori rappresentativi del segnale di ingresso (v. fig. 6.5).

Peraltro, quando N e' una potenza di 2, e' possibile impiegare la trasformata di Fourier veloce (FFT) che permette di realizzare la DFT (v. (6.26)) non con N^2 moltiplicazioni, come sarebbe richiesto dalla formula stessa della DFT, ma con $(N\log_2 N)/2$ moltiplicazioni.

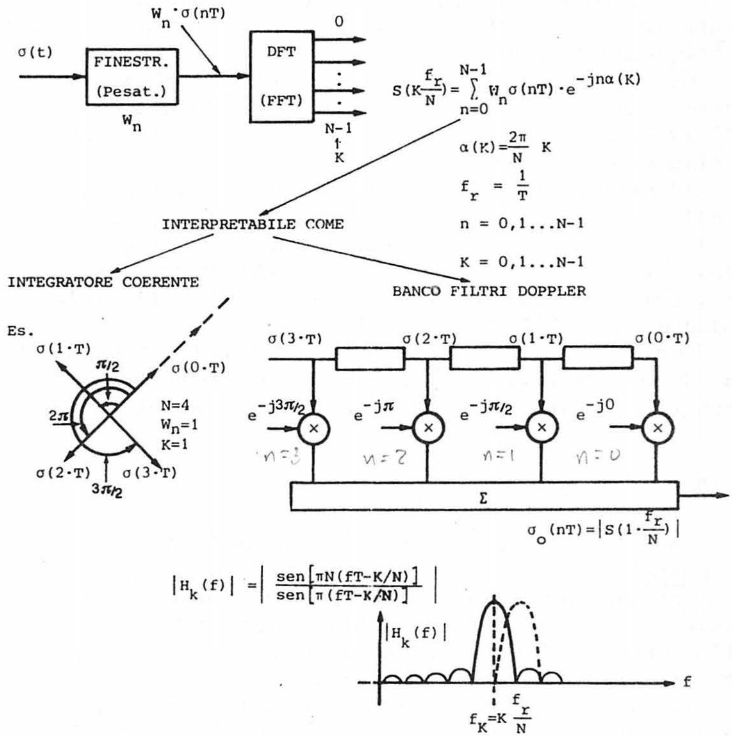


Fig.6.5 - Schematizzazione della operazione DFT.

E´ possibile anche notare che i campioni in uscita da un elaboratore DFT sono campioni in uscita da un filtro Doppler, che opera nel dominio del tempo. Pertanto usando una PRF costante, la DFT "sliding" (operante sulle varie stringhe azimutali, che si aggiornano da sweep a sweep) consentira´ una analisi adattata alla sequenza di ingresso (in quanto esistera´ sempre una particolare DFT che globalmente interessera´ gli N campioni caratteristici di qualsiasi bersaglio) e quindi consentira´ anche una stima azimutale molto precisa (infatti in ogni intervallo corrispondente alla PRF sara´ disponibile un campione determinato dalla posizione angolare del bersaglio). Sfortunatamente pero´ PRF costanti producono velocita´ cieche (oltre a scarsa attivita´ ECCM) e l´usuale algoritmo DFT (o FFT) non e´ compatibile con una PRF "stagger". D´altro canto l´uso della tecnica stagger

consente anche di risolvere i problemi di ambiguita' propri della individuazione della velocita' o frequenza doppler, in quanto in genere sui bersagli aerei si lavora in ambiguita' di frequenza doppler.

Dalle considerazioni sopra riportate e' possibile evidenziare una soluzione che consiste nell'usare una doppia PRF, commutando ogni M periodi dall'una all'altra (tecnica di elaborazione "batch").

Ad esempio pensando ad un radar con 20 impulsi nel tempo sul bersaglio, converra' considerare M=10, onde degradare di poco le prestazioni nella misura angolare e combinare (dopo aver risolto eventualmente l'ambiguita' in doppler) i risultati delle due DFT che si succedono, nella stessa cella in distanza, nell'evoluzione in azimut.

Con un rapporto di PRF pari a $K=f_{r1}/f_{r2}$ (essendo f_{r1} la piu' bassa delle due PRF, con la corrispondente velocita' cieca V_1) si avra' una velocita' cieca combinata pari a

$$V = \frac{V_1}{1-K} \tag{6.29}$$

Una tale tecnica richiede una DFT che opera a salti ("hopping") e senza sovrapposizione ("non-overlapping"), che fornisce in uscita un campione, corrispondente ad una certa "range cell", per ogni intervallo pari a M "sweep", intervallo che viene detto usualmente di elaborazione coerente (Coherent Processing Interval - CPI).

Il voler lavorare con PRF "stagger" in modo "sliding", con un intervallo di processing ancora M, e' possibile usando una "DFT generalizzata", che puo' essere interpretata come un integratore coerente che ancora opera un riallineamento dei vari vettori (v. fig.6.5), ruotandoli di spazi angolari non eguali. Usando poi una PRF stagger in modo random e' possibile ottenere intervalli doppler non ambigui molto elevati, ma l'elaboratore diviene molto complicato.

D'altro canto con lo stagger il clutter occupa celle doppler che usando una sola PRF, possono essere libere dal clutter stesso, analogamente il bersaglio (usualmente, come detto, ambiguo in doppler) viene anche spesso ad interessare diverse frequenze.

Se la combinazione di questi due effetti porta un vantaggio o meno dipende dal particolare schema stagger adottato e dagli altri parametri radar, come verra' evidenziato nel seguito.

Converra' ora analizzare un po' piu' in dettaglio le

b) Problematiche connesse all'uso della DFT anche come cancellatore di clutter

L'uso dei pesi esponenziali (ric. (6.26) e fig. 6.5), ottimi dal punto di vista di estrazione di un segnale sinusoidale immerso in rumore bianco, comporta pero' una degradazione in termini di IF, in quanto non si impiegano i pesi ottimi in presenza di clutter, d'altro lato ci si guadagna in termini di potenza di calcolo, per i particolari algoritmi veloci adottabili, e quindi in facilita' di realizzazione pratica.

Adottando un tale tipo di elaboratore, occorre anche tener presente diversi tipi di problemi, in particolare per la presenza di clutter mobili occorre predisporre particolari tecniche per estrarre il segnale utile. Una prima tecnica corrisponde ad esaminare l'uscita di ogni filtro e su di essa sistemare una soglia adattiva, tipo autogate, che sulla base di un esame in distanza decide la presenza di clutter e quindi riesce ad ottenere la condizione CFAR. Naturalmente per la limitata zona di analisi in distanza detta soglia fluttuera' e conseguentemente si hanno delle perdite che possono essere anche notevoli, infatti si tratta di predisporre una soglia decisionale finale e quindi con P_{fa} dell'ordine $10^{-5} \div 10^{-7}$.

Le varie uscite dai vari filtri potranno essere combinate con un rivelatore di presenza in uno qualsiasi dei filtri (OR).

In realta' presso i laboratori della MIT [3] e' stata messa a punto una filosofia di progetto costituita da un doppio cancellatore MTI, con azione sbiancante per il clutter di terra, seguito da un banco di filtri FFT con soglie adattive (struttura "batch"), che ha la funzione di cancellazione di clutter mobili insieme a quella di integrazione coerente. Un tale tipo di struttura viene usualmente chiamato "rivelatore di bersagli mobili" (Moving Target Detector - MTD). Le soglie, di cui sopra, spesso vengono predisposte con "mappe di clutter", che vengono automaticamente riaggiornate a frequenza piuttosto bassa (dipendente dalla evoluzione del clutter stesso nel tempo).

Un'altra tecnica adottabile, come gia' accennato, per combattere i clutter mobili consiste nell'usare una PRF multipla per cui si ha una alta probabilita' che l'eco di ritorno abbia a competere, per almeno una delle due PRF, solo con il rumore e non con il clutter centrato ad una particolare frequenza, tutto cio' perche' il clutter e il bersaglio agiscono in campate diverse di frequenza ed il bersaglio usualmente si trova ad operare in ambiguita' di fre-

quenze doppler.

D'altro canto operando con piu' PRF nasce spesso il problema degli echi di ritorno di seconda traccia. La cancellazione di tali echi e' possibile se la PRF e' costante. Allora ancora una volta converra' adottare una PRF costante per gruppi di sweep, durante i quali si procedera' alla elaborazione.

Un altro problema conseguente all'uso della DFT (o FFT) e' quello dell'allargamento spettrale (il quale provoca un peggioramento in termini di risoluzione) e della comparsa di lobi laterali. Tali problemi sono inisiti nel concetto stesso di DFT tipo "batch", in quanto tale operazione corrisponde al prodotto di una sequenza impulsiva azimutale, ad es. di tipo sinusoidale, per una finestra di tipo rettangolare, che limita in tempo la sequenza stessa. Ad una moltiplicazione in tempo corrisponde una convoluzione in frequenza e quindi lo spettro originario verra' convoluto con uno spettro del tipo senx/x, corrispondente alla finestra in tempo. Si ha per conseguenza un allargamento spettrale dipendente dalla lunghezza della finestra (piu' corta e' la finestra, maggiore e' l'allargamento). Inoltre sempre per effetto della convoluzione si ha la comparsa di lobi laterali, che sono particolarmente fastidiosi nei problemi di cancellazione del clutter.

Si abbia ad es. un segnale utile di tipo sinusoidale con frequenza centrata su un particolare filtro doppler ed il clutter si trovi su di un filtro discosto dal precedente, il filtro che riceve il segnale utile ricevera' dai suoi lobi laterali anche un contributo di clutter che puo' essere rilevante. Infatti i lobi laterali decrescono con legge del tipo senx/x, ed il clutter, come e' ben noto, puo' trovarsi in potenza ad un livello 20÷50 dB sopra il segnale stesso; pertanto il filtro di segnale potra' ricevere un contributo di clutter dai lobi laterali, fino a mascherare il segnale utile. Tutto cio' corrisponde ancora ad un allargamento spettrale del clutter.

Per attenuare i lobi laterali converra' modificare la finestra che da rettangolare, potra' avere degli andamenti avviati ai bordi, secondo metodologie ben note anche nella elaborazione in distanza. Cio' potra' essere ottenuto premoltiplicando i vari campioni corrispondenti ai vari sweep realizzando delle "finestre" particolari. In tal modo si riesce ad ottenere dei lobi laterali piccoli quanto si vuole a scapito di un allargamento del lobo principale, in altre parole la legge senx/x viene a modificarsi convenientemente. Naturalmente disporre delle finestre particolari corrisponde anche a non realizzare piu' un filtro adattato nella estra-

zione di una sinusoide e quindi ad una perdita per disadattamento. Al fine di valutare tale

c) <u>perdita dovuta alla rete di pesatura che opera in tempo</u>

si consideri, generalizzando il discorso di cui sopra, un segnale utile [$\sigma(t)$] piu' rumore [$\nu(t)$] in ingresso all'elaboratore DFT:

$$(6.30) \qquad \psi(t)=\sigma(t)+\nu(t) \quad \text{con} \quad \sigma(t)=\sigma_v(t)\, e^{j\omega_T t}$$

Si ha allora per la potenza relativa le espressioni:

$$(6.31) \qquad \begin{aligned} P_{si} &= \sigma(t)\cdot\sigma^*(t) = \sigma_v\, \sigma_v^* = \sigma_T^2 \\ P_{ni} &= \nu(t)\, \nu^*(t) = \sigma_n^2 \end{aligned}$$

da cui il rapporto segnale a rumore in ingresso all'elaboratore DFT diviene:

$$(6.32) \qquad \left.\frac{S}{N}\right|_i = \frac{\sigma_T^2}{\sigma_n^2}$$

Per effetto del pesaggio g(t), considerato reale, si ha

$$(6.33) \qquad \psi_g(t) = \psi(t)\, g(t) = \sigma(t)g(t) + \nu(t)\cdot g(t)$$

e l'uscita del K-esimo filtro della DFT diviene:

$$(6.34) \qquad y_k = \sum_{i=o}^{N-1} \psi_g(iT)\, e^{-j2\pi\frac{iK}{N}}$$

Perchè non $\psi_g(t+iT)$

Supponendo ora che il segnale in ingresso sia costituito da un segnale sinusoidale centrato sulla frequenza del filtro K-esimo ossia $f_T=f_k=K/NT$:

$$(6.35) \qquad \sigma(iT)= Ae^{j\phi}\, e^{j2\pi\frac{K}{NT}iT} = Ae^{j\phi}\, e^{j2\pi\frac{iK}{N}}$$

e ricordando la (6.33), la (6.34) diviene:

$$(6.36) \qquad y_k= \sum_{i=o}^{N-1} Ae^{j\phi}\, g(iT)+ \sum_{i=o}^{N-1} \nu(iT)g(iT)e^{-j2\pi\frac{iK}{N}}$$

da cui con ovvi passaggi:

$$(6.37)\qquad P_k=\overline{y_k\, y_k^*}=\overline{\sum_{i=o}^{N-1} Ae^{j\phi}\, g(iT) \sum_{\mu=o}^{N-1} Ae^{-j\phi} g(\mu T)} +$$

$$+\overline{\sum_{i=o}^{N-1} \nu(iT)g(iT)e^{-j2\pi\frac{iK}{N}} \sum_{\mu=o}^{N-1} \nu(\mu T)g(\mu T)e^{-j2\pi\frac{\mu K}{N}}} =$$

$$=\sigma_T^2\{\sum_{i=o}^{N-1} g(iT)\}^2+\sigma_n^2\sum_{i=o}^{N-1} g^2(iT)=\sigma_{To}^2+\sigma_{no}^2$$

avendo posto $\sigma_T^2=A^2$.

Della (6.37) e' possibile valutare il rapporto segnale a rumore in uscita e quindi il miglioramento uscita ingresso:

$$(6.38)\qquad P_{dB} = 10 \log \frac{\dfrac{\sigma_{To}^2}{\sigma_{no}^2}}{\dfrac{\sigma_T^2}{\sigma_n^2}} = 10 \log \frac{\{\sum_{i=o}^{N-1} g(iT)\}^2}{\sum_{i=o}^{N-1} g^2(iT)}$$

che nel caso g(iT)=1 assume il valore 10 log N, come era da attendersi, in quanto la DFT realizza la integrazione coerente.

Pertanto dalla (6.38) appare giusto definire perdita, dovuta ad una pesatura definita dalla legge g(t):

$$(6.39)\qquad P_{dB} = 10 \log N \frac{\sum_{i=o}^{N-1} g^2(iT)}{\{\sum_{n=o}^{N-1} g(iT)\}^2}$$

Per quanto concerne la scelta della

d) rete di pesatura

questa dipende dalle considerazioni riportate in merito a rientro del clutter dai lobi laterali e clutter nel lobo

centrale (allargamento) e connessa risoluzione in frequenza, naturalmente dovranno essere tenuti in debito conto i problemi realizzativi. In particolare ricordando che al prodotto in tempo del segnale di ingresso per una funzione peso corrisponde una convoluzione in frequenza, andranno ricercate funzioni particolari (tipo $\cos^2$+ piedistallo) che consentono una realizzazione immediata di detta convoluzione.

In fig.6.6 sono paragonate pertanto tre reti peso, tutte del tipo della forma $\cos^2$ + piedistallo:

$$(6.40) \qquad g(t)=K+(1-K)\cos^2\frac{\mu(t-T/2)}{T} \qquad \text{per } 0 \leq t \leq T$$

per N=16. La curva a punti si riferisce alla rete di Hamming (K=.08), quella tratteggiata con i trattini piu' corti alla rete di Hanning (K=0), la terza al caso di K=.04.

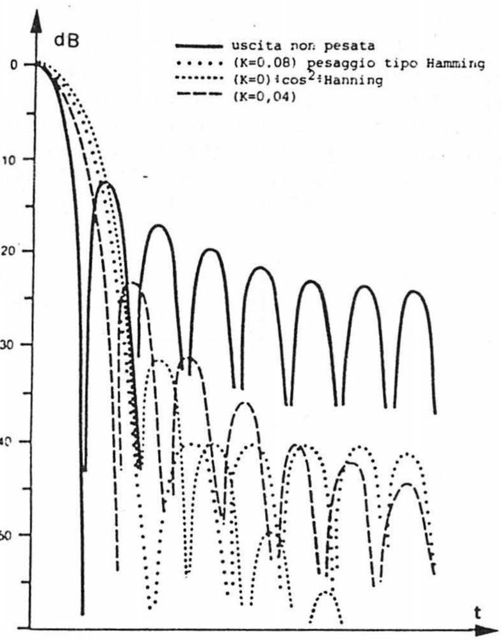


Fig.6.6 - Effetto dei lobi laterali di varie funzioni peso.

La curva a tratto pieno si riferisce alla risposta non pesata.

Si puo' osservare che nel caso di pesatura di Hamming (K=.08), il livello dei lobi laterali e' comunque di -40 dB;

nel caso di rete di Hanning il livello dei lobi laterali e' piu' alto per i lobi vicini al principale, ma raggiunge anche -50 dB per i lobi piu' lontani. Il caso di K=.04 conduce a lobi piu' alti, ma con un piu' ridotto allargamento del lobo principale.

Per quanto riguarda le perdite, l'uso di una legge di peso tipo Hamming (K=.08) comporta una perdita di 1.34 dB mentre nel caso K=0 la perdita diviene di 1.76 dB.

Converra' notare che le perdite sono praticamente indipendenti dal numero di impulsi elaborate dallo FFT.

Altre leggi di pesatura, ben note in letteratura, potranno essere scelte per ottenere particolari prestazioni.

A questo punto si dovra' valutare lo

e) <u>Improvement factor</u>

tenendo presente l'effetto dei lobi laterali che, come gia' detto, "catturano" il clutter nella zona dove e' presente e lo riportano alla frequenza della riga in esame.

Onde esemplificare la struttura si consideri un cancellatore (MTI) seguito da un elaboratore FFT, ossia lo MTD.

In particolare si consideri che il segnale in ingresso all'FFT sia pesato secondo una legge g(t), formulata sulla base delle considerazioni del paragrafo che precede.

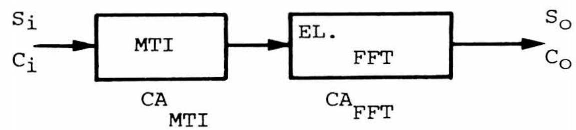


Fig.6.7 - Struttura di un MTD.

L'IF complessivo della schematizzazione di cui in fig. 6.7 sara' dato dal prodotto

$$(6.41) \qquad IF_{tot} = \frac{S_o/C_o}{S_i/C_i} = G_{MTI} \cdot G_{FFT} \cdot CA_{MTI} \cdot CA_{FFT} =$$

$$= IF_{MTI} \cdot IF_{FFT}$$

secondo notazioni convenzionali.

Indicando ora con

$$(6.42) \qquad \gamma_d(t) = \gamma(t)\, e^{j\omega_d t}$$

il clutter in ingresso al filtro FFT (avendo messo in evidenza la frequenza doppler media f_d del clutter), il segnale

in uscita dal K-esimo filtro diviene

$$(6.43)\qquad x(K) = \sum_{i=o}^{N-1} \gamma(iT)g(iT)e^{j\omega_d iT}\, e^{-j2\pi Ki/N} \qquad (K=0,1,\dots N-1)$$

Dalla (6.43) si ha facilmente:

$$(6.44)\quad \overline{|x(K)|^2} = \overline{\sum_{m=o}^{N-1}\sum_{i=o}^{N-1} \gamma(iT)g(iT)e^{j2\pi i(f_d T-K/N)}\gamma^*(mT)g(mT)\, e^{\overline{-j2\pi m(f_d T-K/N)}}} =$$

$$= \sum_{m=o}^{N-1}\sum_{i=o}^{N-1} \sigma_c^2\, \rho_1[(i-m)T]g(iT)g(mT)e^{j2\pi(f_d T-K/N)(i-m)} =$$

$$= \sigma_c^2 \{ \sum_{i=o}^{N-1} |g(iT)|^2 + 2\sum_{\lambda=1}^{N-1} \rho_1(\lambda T)\cos[2\pi(f_d T-K/N)\lambda]\cdot$$

$$\cdot \sum_{i=o}^{N-1-\lambda} g(iT)g[(i+\lambda)T] \}$$

dove

σ_c^2 indica la potenza del clutter all'ingresso dell'elaboratore FFT

$\rho_1(T)$ indica il coefficiente di autocorrelazione del clutter valutato all'ingresso dell'FFT

Dalla (6.44), valutando il coefficiente di correlazione in ingresso al filtro FFT ed il guadagno in potenza sul segnale (v. (6.41)), e' possibile calcolare l'espressione dell'IF.

In particolare nel caso non sia presente il cancellatore (MTI) all'ingresso del banco FFT (v. fig.6.7), considerando come segnale utile un segnale sinusoidale posto nel filtro K-esimo (in esame) e quindi il relativo guadagno pari a

$$G_{FFT} = \{ \sum_{i=o}^{N-1} g(iT)\}^2$$

per la (6.44) l'IF relativamente al filtro K-esimo diviene:

(6.45) $$IF_{FFT}(K) = G_{FFT}\, CA_{FFT} = \{\sum g(iT)\}^2 \frac{\sigma_c^2}{|x(k)|^2} =$$

$$= \frac{\{\sum_{i=o}^{N-1} g(iT)\}^2}{\sum_{i=o}^{N-1} g^2(iT) + \sum_{\lambda=1}^{N-1} 2\,\rho(\lambda T)\cos(\frac{2\pi}{N}\lambda K) \sum_{i=o}^{N-1-\lambda} g(iT)g\,[(i+\lambda)T]}$$

dove

$g(iT)$ e' il peso applicato all'i-esimo campione

N e' il numero dei campioni

$\rho(T)$ e' il coefficiente di correlazione del clutter in ingresso

In realta', nella (6.45) si e' posta la frequenza media del clutter a zero, pertanto nel caso di $f_d \neq 0$ bastera' considerare diversa la numerazione del filtro secondo la corrispondenza dovuta alla relazione $f_d T - K/N$ di cui nella (6.44), ossia al filtro zero (K=0), corrispondera' il filtro $K = N \cdot T \cdot f_d$.

Nel caso particolare che non si abbia pesatura (o pesatura uniforme: g(iT)=1) la (6.45) diviene

(6.46) $$IF_{FFT}(K) = \frac{N^2}{N + \sum_{\lambda=1}^{N-1} 2(N-\lambda)\ \rho(\lambda T)\cos(\frac{2\pi}{N}\lambda\ K)}$$

In fig.6.8a) e' mostrato l'andamento della (6.46), ossia dell'Improvement factor di un banco di filtri, nel caso che non sia preceduto da un cancellatore, in assenza di pesatura (avendo riportato il clutter sul filtro 0) nel caso di N=8 e 16.

In fig.6.8b) sono riportati gli analoghi andamenti nel caso di una pesatura secondo Hamming (v. fig.6.6).

Da un confronto degli andamenti di fig.6.8a) e b) e' possibile notare l'effetto dei lobi laterali e dell'allargamento del lobo centrale.

Nel caso poi vi sia presenza del cancellatore avanti all'FFT (v. fig.6.7) potranno essere usate ancora le relazioni (6.44) e (6.45), ma in luogo di $\rho(\cdot)$ dovra' essere inserito (v. (6.44)) il valore del coefficiente di correlazione all'uscita del cancellatore e poi dovra' essere applicata la (6.41) considerando l'IF anche del MTI.

In particolare nel caso l'MTI sia costituito da un dop-

pio cancellatore e´ facile dimostrare che valgono le seguenti relazioni (ricordando ancora che in questo caso si parla di segnale utile di tipo sinusoidale): nel caso dell' MTI, il segnale ecc con rumore di uso a correlazione nulla

$$G_{MTI} = 16\ \mathrm{sen}^4(\pi K/N) \tag{6.47}$$

$$CA_{MTI} = \frac{1}{6-8\rho(T)+2\rho(2T)}$$

In fig.6.9 e´ riportato l´andamento corrispondente a quello di fig.6.8b) (N=8) nel caso di un doppio cancellatore in ingresso.

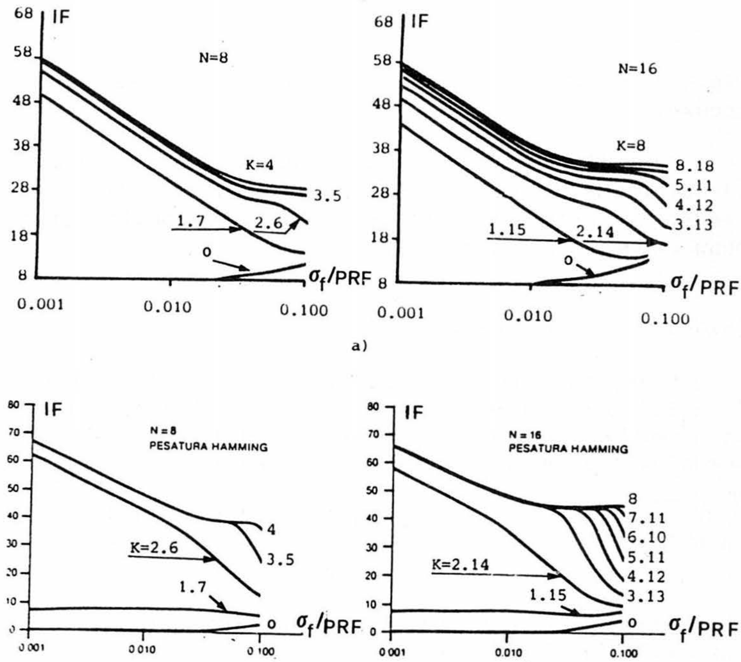


Fig.6.8 - Improvement factor di un banco di filtri
a) in assenza di pesatura
b) con pesatura di Hamming

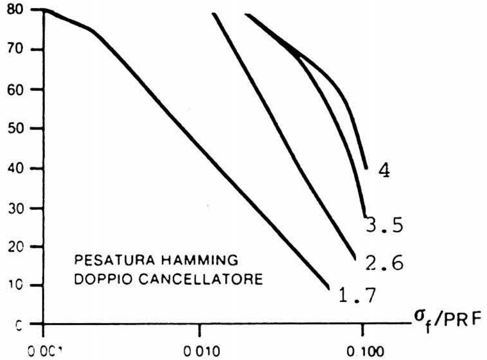


Fig.6.9 - Come fig.6.8b) con un doppio cancellatore in ingresso.

Puntualizzando ancora il problema della valutazione del coefficiente di correlazione, si ricordera' che il coefficiente di correlazione di un clutter con spettro gaussiano e doppler media nulla e' pari a

$$(6.48) \qquad \rho(\tau) = e^{-2(\pi\sigma_f\tau)^2}$$

L'espressione del coefficiente di correlazione (quindi $\rho_1(\tau)$ secondo le convenzioni della (6.44)) all'uscita di un semplice cancellatore, in funzione del coefficiente di correlazione in ingresso e' la seguente

$$(6.49) \qquad \rho_{sc}(\tau) = \frac{2\,\rho\,(\tau)-[\,\rho\,(\tau-T)+\rho\,(\tau+T)]}{2[1-\rho\,(T)]}$$

che dovra' essere inserita in luogo di $\rho_1(.)$ e di $\rho(.)$ di cui nelle (6.44) e (6.45).

In realta' la (6.49) puo' essere dimostrata valutando la correlazione all'uscita del semplice cancellatore:

$$R_y(\tau) = \overline{|\gamma(t)-\gamma(t-T)|\,|\gamma(t+\tau)-\gamma(t+\tau-T)|} =$$

$$= 2R_\gamma(\tau)-R\,(\tau-T)-R_\gamma(\tau+T)$$

Posto

$$\rho(\tau) = \frac{R_\gamma(\tau)}{R_\gamma(o)}$$

dalla

$$\hat{\rho}_{sc}(\tau) = \frac{R_y(\tau)}{R_y(o)} = \frac{2R_\gamma(\tau)-[R_\gamma(\tau-T)+R_\gamma(\tau+T)]}{2[R_\gamma(o)-R_\gamma(T)]}$$

si ha la (6.49).

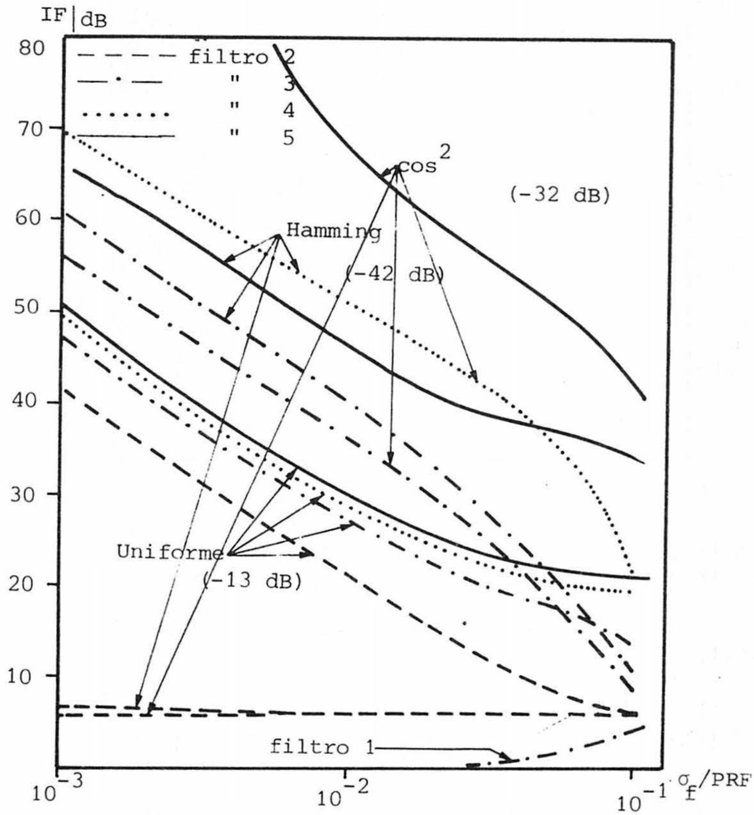


Fig.6.10 - Andamento dell'IF nel caso di N=8 e tre tipi di legge di pesatura (Banco di filtri senza cancellatore in ingresso - Frequenza media del clutter nulla).

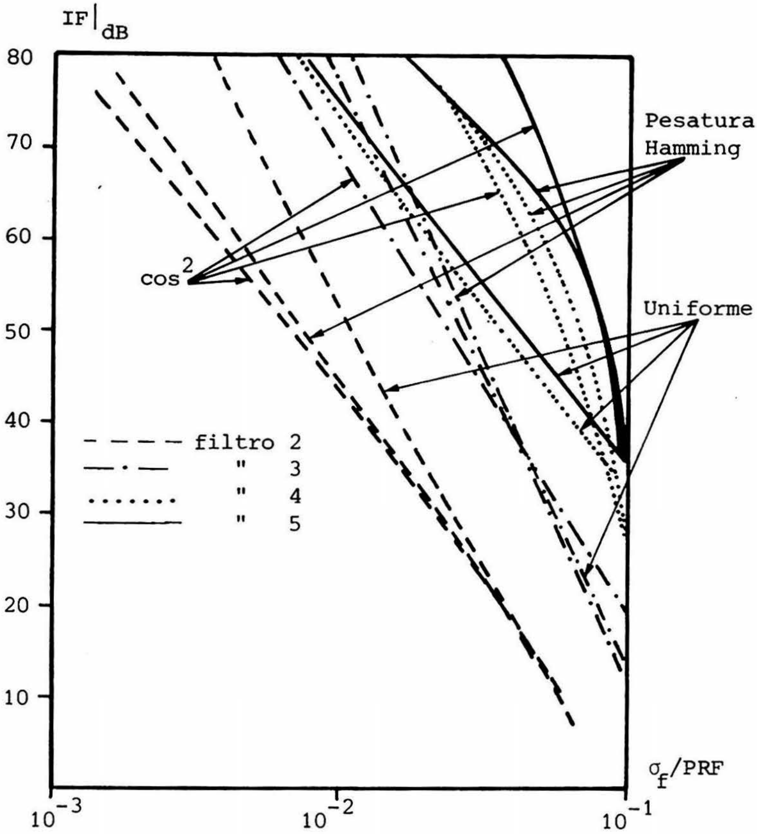


Fig.6.11 - Andamenti corrispondenti a quelli di fig.6.10, nel caso di un doppio cancellatore in ingresso.

Nel caso di un doppio cancellatore alla (6.49) corrisponderà la relazione:

$$(6.50) \qquad \rho_{dc}(\tau) = \frac{6\rho(\tau)-4\rho(\tau-T)-4\rho(\tau+T)+\rho(\tau-2T)+\rho(\tau+2T)}{6-8\,\rho\,(T)\,+\,2\,\rho\,(2T)}$$

Converrà notare che nel caso che il clutter abbia una portante media la valutazione andrà fatta tenendo presente questa circostanza sia nel valutare la (6.49) e la (6.50), sia nell'applicare la (6.44) per la valutazione complessiva

dell'IF.

Per un piu' dettagliato confronto fra le varie reti di pesatura in fig.6.10 sono riportati, nel caso N=8, i vari IF possibili. Confrontando i vari andamenti dell'IF e tenendo presente gli andamenti dei lobi di cui in fig.6.6, appare immediata l'influenza della lobatura sulla cattura, da parte di particolari filtri, del clutter.

In fig.6.11 sono riportati gli andamenti corrispondenti a quelli di fig.6.10, con un doppio cancellatore di ingresso.

f) Cenni sulla CFT (Chirp Fourier Transform)

Un diverso modo di effettuare l'analisi di Fourier e' quella tramite particolari algoritmi che ne consentono la realizzazione in tempo reale con circuiti ad onde acustiche superficiali (SAW).

E' ben noto infatti che la trasformata di Fourier di un segnale x(t) e:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j\omega t} dt \tag{6.51}$$

Poiche' peraltro

$$-\omega t = \frac{1}{2}(t-\omega)^2 - \frac{1}{2}(t^2+\omega^2)$$

e' possibile scrivere

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-\frac{1}{2}jt^2}\, e^{j\frac{1}{2}(t-\omega)^2}\, e^{-j\frac{\omega^2}{2}} dt \tag{6.52}$$

In tal modo si ha che la trasformata di Fourier si puo' calcolare moltiplicando x(t) per un segnale la cui frequenza decresce linearmente, quindi convolvendo il risultato del prodotto con un segnale la cui frequenza cresce in modo complementare al precedente e quindi moltiplicando l'uscita del convolutore con un segnale ancora a pendenza negativa e quindi uguale al primo. Tale approccio prende il nome di MCM (moltiplica-convolvi-moltiplica) e la trasformata viene chiamata Chirp Fourier Transform (CFT).

La presenza di segnali chirp e relativa convoluzione puo' essere puntualizzata ulteriormente nella definizione

delle bande e durate, ponendo infatti nella (6.51)

$$\omega t = 2\pi \frac{\mu}{T} \tau t \tag{6.53}$$

la (6.52) diviene:

$$X(\tau) = e^{-j\pi\frac{\mu\tau^2}{T}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j\pi\frac{\mu t^2}{T}}\, e^{j\pi\frac{\mu}{T}(\tau-t)^2}\, dt \tag{6.54}$$

E' chiaro quindi che tramite le (6.53) e (6.54) si e' stabilita una corrispondenza fra frequenza e tempo.

L'algoritmo e' descritto schematicamente in fig.6.12. Spesso lo spettro di fase non si adopera, allora il moltiplicatore di uscita e' sostituito da un rivelatore di inviluppo:

$$|X(j\omega)| \to |X(\tau)| = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j\pi\frac{\mu t^2}{2}}\, e^{-j\pi\frac{\mu}{T}(\tau-t)^2}\, dt \right| \tag{6.55}$$

Le eq.(6.54) e (6.55) presuppongono che i segnali utilizzati nell'analisi abbiano una lunghezza infinita bisognera' quindi considerare segnali finiti come avviene in pratica. I segnali $C_1(t)$ e h(t) di fig.6.12 dovranno quindi essere ridefiniti:

$$C_1(t) = e^{-j\pi\frac{\mu}{T}(t-T/2)^2} \qquad 0 \le t \le T$$

(6.56)

$$h(t) = e^{j\pi\frac{\mu}{T}(t-T)^2} \qquad 0 \le t \le 2T$$

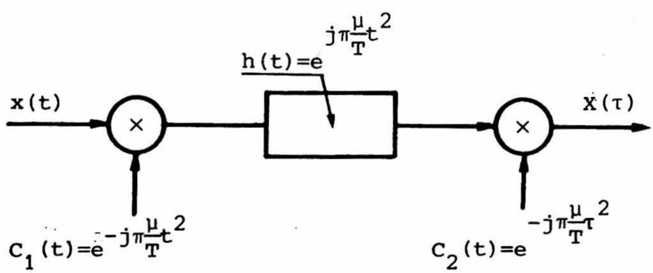


Fig.6.12 - Algoritmo CFT (MCM).

Dopo qualche passaggio per τ compreso fra T e 2T si ha:

$$|X(\tau)| = \left|\int_{\tau}^{\tau+T} x(t)\, e^{-j2\pi\frac{\mu}{T}(\tau-\frac{3}{2}T)t}\, dt\right| \qquad (6.57)$$

Nel caso particolare che l'ingresso sia di tipo sinusoidale a frequenza f_o, la (6.57) diviene

$$|X(\tau)| = \frac{\mathrm{sen}\{T\pi(\frac{\mu\tau}{T} - \frac{3}{2}\mu - f_o)\}}{\pi(\frac{\mu\tau}{T} - \frac{3}{2}\mu - f_o)} \qquad (6.58)$$

che dimostra come ad una traslazione in frequenza corrisponde uno spostamento in tempo in uscita dell'analizzatore come doveva essere.

Il comportamento individuato dall'eq.(6.58) puo' essere facilmente riconosciuto nella fig.6.13 dove T e' supposto pari a 2μsec; il comportamento sinx/x e' chiaramente presente tra 2 e 4μsec.

Naturalmente e' presente anche l'effetto di mascheramento dovuto ai lobi laterali; per eliminarlo si puo' adottare la tecnica del pesaggio in tempo facilmente realizzabile facendo ricorso a convertitori moltiplicatori (MDAC).

Nella fig.6.14 e' mostrato il comportamento dell'analizzatore in presenza della rete di peso di Hamming; si ottiene infatti un allargamento del lobo principale (la larghezza si e' raddoppiata) e la rete di peso, fuori dell'intervallo (2-4μs) di interesse, non agisce nel senso di riduzione dei lobi laterali (basti considerare il transitorio).

In realta' converra' osservare che le caratteristiche di un analizzatore spettrale sono comunemente individuate dai quattro parametri:

- la banda di frequenza
- il tempo impiegato per l'analisi
- la risoluzione
- la dinamica di lavoro

In ogni caso, come sopra accennato, particolari realizzazioni della tecnica ora indicata possono essere effettuate con dispositivi ad onde acustiche superficiali come riportato in [4].

Naturalmente opportune interfaccie dovranno essere realizzate con memorizzazione e conversioni digitali analogiche, al fine di utlizzare dette soluzioni nella cancellazione dei clutter, dove in ogni caso e' richiesta una elevata

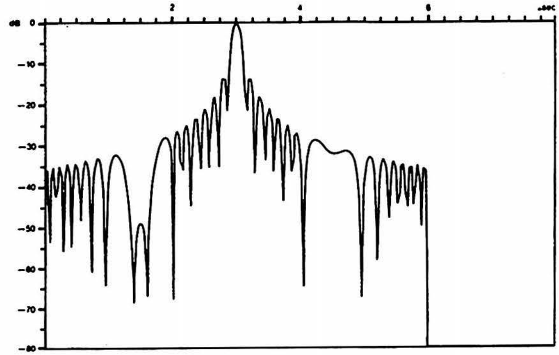


Fig.6.13 - Risposta non pesata.

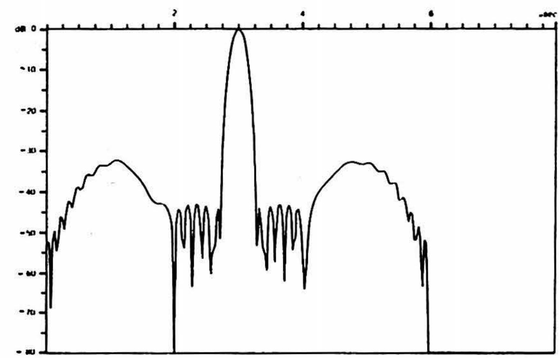


Fig.6.14 - Risposta pesata con rete correttrice di Hamming.

una elevata velocita' di elaborazione. In tal modo possono essere sfruttati i ben noti vantaggi dei dispositivi SAW in termini di costo, riduzione di ingombro, dimensioni a scapito della flessibilita' caratteristica di elaboratori digitali.

Converra' ancora osservare che spesso oggi il banco di filtri viene progettato allontanandosi in qualche modo da algoritmi tipo FFT al fine di raggiungere particolari prestazioni.

6.4. Tecnica adattiva ottima nella cancellazione del clutter [26]

Si consideri un radar coerente che trasmette un treno di N impulsi che vengono ricevuti, per un particolare bersa-

glio, negli istanti di tempo t_o, t_1, $t_2 \ldots t_n$. La spaziatura tra gli impulsi puo' non essere costante, l'unica ipotesi che si fara' nel seguito e' quella inerente alla assenza di ritorni di clutter di seconda traccia o di traccie successive.

Si supponga inoltre che il segnale riflesso dal target sia di tipo sinusoidale

$$\sigma_v = S_o\, e^{j(2\pi f t + \phi)} \qquad (6.59)$$

dove

f e' la frequenza doppler corrispondente alla velocita' del target

La struttura di un filtro MTI (non ricorsivo) e' quella schematizzata in fig.6.15, dove con w_i si e' inteso l'i-esimo "peso" complesso del filtro stesso e T_i e' l'intervallo $t_i - t_{i-1}$ proprio di due impulsi che si succedono.

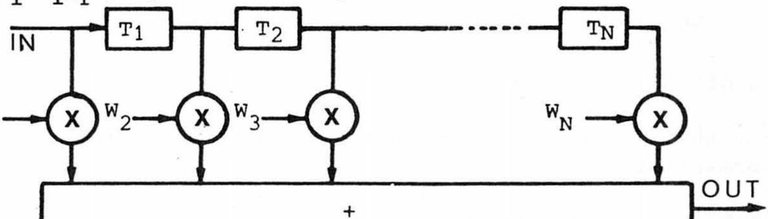


Fig.6.15 - Schematizzazione di un filtro MTI non ricorsivo.

Il problema della scelta dei pesi sara' in genere condizionato dalle caratteristiche che si intendono ottenere, secondo i criteri descritti nei paragrafi che precedono. Qualora si volesse procedere ad una ottimizzazione di detta scelta sara' possibile seguire due vie, comprendendo o meno l'azione di integrazione coerente. In altre parole e' possibile ottimizzare la struttura di fig.6.15 nel senso di massimizzare il rapporto segnale a clutter in uscita del filtro (ossia l' Improvement Factor) ritenendo la frequenza f del target nota oppure e' possibile pensare ad una banda di frequenze doppler. In particolare qualora si consideri la frequenza f nota, per ogni valore di f nascera' un particolare filtro e quindi una ottimizzazione dei vari w_i, ne viene pertanto immediatamente un banco di filtri, pensando a piu' frequenze.

Qualora invece si considera non nota la frequenza del target, si giungera' facilmente al filtro "sbiancante"; in questo ultimo caso la massimizzazione dell'IF nel senso so-

pra chiarito e l'integrazione coerente potra' sempre essere possibile con un banco di filtri tipo FFT, che andra' posto in cascata appunto a detto filtro "sbiancante".

Normalmente alla prima struttura si da' il nome di "Elaboratore Doppler", mentre la seconda viene indicata con il nome di filtro "MTI adattivo" (ADMTI) o con quello di "filtro sbiancante".

a) Elaboratore doppler

L'uscita del filtro di un elaboratore doppler, per un ingresso dato dalla (6.59), ipotizzando $S_o=1$ (infatti nella valutazione dell'IF che segue si parlera' sempre di rapporti ingresso uscita, quindi tanto vale normalizzare l'ingresso) diviene con opportuna scelta del riferimento temporale:

$$y = \sum_{i=1}^{N} w_i \, \sigma_{vi} \tag{6.60}$$

La (6.60) in forma vettoriale puo' essere riscritta:

$$\underline{Y} = \underline{W}^T \cdot \underline{S} \tag{6.61}$$

con ovvia simbologia, avendo inteso con $\underline{S}$ il vettore colonna normalizzato:

$$\underline{S} = (1, e^{j2\pi f t_1}, e^{j2\pi f t_2} \ldots) \tag{6.62}$$

e con $\underline{W}^T$ il vettore riga corrispondente agli elementi di peso del filtro trasversale: $\underline{W}^T=(w_1,w_2 \ldots w_N)$.

Indicando con γ_i l'i-esimo campione di rumore piu' clutter in ingresso al filtro, la corrispondente potenza in uscita diviene

$$P_c=\overline{|\sum_i w_i \gamma_i|^2} = \sum_{ij} w_i w_j^* \overline{\gamma_i \gamma_j^*} = \sum_{ij} w_i w_j^* R_{ij} \tag{6.63}$$

dove R_{ij} rappresenta l'elemento i-j della matrice di correlazione ($\underline{R}_c$) nel clutter piu' rumore; in realta' l'aggiunta del rumore nella matrice di correlazione del clutter implica aggiungere un termine costante sulla diagonale principale

L'Improvement Factor del filtro che ne viene e' quindi dato dalla relazione

$$IF_D = \frac{|\sum_i w_i \sigma_{vi}|^2}{\sum_{ij} w_i w_j^* \rho_{ij}} \tag{6.64}$$

dove sono stati introdotti gli elementi ρ_{ij} della matrice dei coefficienti di correlazione ($\underline{R}_{cc}$), che si ottiene normalizzando alla unita´ gli elementi della diagonale principale della matrice di correlazione (il clutter e´ ipotizzato stazionario).

Il denominatore della (6.64) in forma vettoriale puo´ essere posto nei termini:

$$(6.65) \qquad P_{cn} = \underline{W}^T \cdot \underline{R}_{cc} \cdot \underline{W}^*$$

Pertanto la (6.64) per le (6.61) e (6.65) puo´ essere riscritta

$$(6.66) \qquad IF_D = \frac{|\underline{W}^T \cdot \underline{S}|^2}{\underline{W}^T \cdot \underline{R}_{cc} \cdot \underline{W}^*}$$

che rappresenta ancora l´improvement factor.

Il valore massimo (ottimo) della (6.65) e´ dato dalla(*)

$$(6.67) \qquad IF_{D\ opt} = \underline{S}^{*T} \cdot \underline{R}_{cc}^{-1} \cdot \underline{S}$$

(*) Detti $\underline{X}$ e $\underline{Y}$ due vettori ad N componenti ed $\underline{R}$ una matrice Hermitiana NxN definita positiva allora si definisce prodotto scalare

$$(\underline{X},\underline{Y}) = \underline{X}^T \cdot \underline{R} \cdot \underline{Y}^*$$

e vale la diseguaglianza di Schwartz:

$$|(\underline{X},\underline{Y})|^2 \leq (\underline{X},\underline{X})\ (\underline{Y},\underline{Y})$$

Peraltro la (6.66) puo´ essere riscritta (con immediata identificazione dei simboli):

$$IF_D = \frac{|(\underline{W}, \underline{R}_{cc}^{-1^*} \cdot \underline{S}^*)|^2}{(\underline{W},\underline{W})} \leq \frac{(\underline{W},\underline{W})\ (\underline{R}_{cc}^{-1^*} \cdot \underline{S}^*, \underline{R}_{cc}^{-1^*} \cdot \underline{S}^*)}{(\underline{W},\underline{W})} =$$

$$= \underline{S}^{*^T} \cdot \underline{R}_{cc}^{-1^{*^T}} \cdot \underline{R}_{cc} \cdot R_{cc}^{-1} \cdot \underline{S} = \underline{S}^{*^T} \cdot \underline{R}_{cc}^{-1^{*^T}} \cdot \underline{S} = \underline{S}^{*^T} \cdot \underline{R}_{cc}^{-1} \cdot \underline{S}$$

essendo $\underline{R}_{cc}$ una matrice Hermitiana.

ed il corrispondente vettore dei pesi ottimi e':

(6.68) $$\underline{W} = K \cdot \underline{R}_{cc}^{-1^*} \cdot \underline{S}^*$$

dove K e' una costante anche complessa. Sostituendo la (6.68) nella (6.66) si ha infatti:

$$IF_{D\ opt} = \frac{|\underline{W}^T \cdot \underline{S}|^2}{\underline{W}^T \cdot \underline{R}_{cc} \cdot \underline{W}^*} = \frac{K K^* \ |\underline{S}^{*^T} \cdot \underline{T}_{cc}^{-1^{*^T}} \cdot \underline{S}|^2}{K K^* \cdot \underline{S}^{*^T} \cdot \underline{R}_{cc}^{-1^{*^T}} \cdot \underline{R}_{cc} \cdot \underline{R}_{cc}^{-1} \underline{S}} \ldots = \underline{S}^{*^T} \cdot \underline{R}_{cc}^{-1} \cdot \underline{S}$$

Il problema quindi diviene quello di realizzare il vettore (6.68) al fine di operare il filtraggio secondo la schematizzazione di fig.6.15.

Allo scopo converra' ora analizzare la matrice dei coefficienti di autocorrelazione del clutter, data la struttura stessa della (6.68).

Le quantita' ρ_{ij} (di cui nella (6.64)) sono determinabili, come ben noto, dalla trasformata di Fourier della densita' spettrale del clutter e nella ipotesi piu' volte fatta che il clutter abbia uno spettro del tipo gaussiano:

$$S(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_f} e^{-f^2/2\sigma_f^2}$$

dove si e' ipotizzata nulla la frequenza media del clutter, si ha facilmente (v. (6.48)):

(6.69) $$\rho_{ij} = e^{-2\pi^2 \sigma_f^2 (t_i - t_j)^2}$$

Nel caso di PRF costante (stagger nullo) nella (6.69) e' possibile porre $t_i - t_j = T$.

La differenza che esiste fra sistema con e senza stagger risiede allora nella entita' degli elementi della matrice dei coefficienti di correlazione, in ogni caso

(6.70) $$\rho_{ij} = \rho_{ji}$$

Se il clutter ha una portante media f_d allora la matrice dei coefficienti di correlazione e' Hermitiana.

Considerando allora lo stagger nullo ed una frequenza media del clutter pari a f_d, la matrice dei coefficienti di autocorrelazione diviene:

$$(6.71)\quad \underline{R}'_{cc} = \begin{vmatrix} 1 & \rho e^{-j\omega_d T} & \rho^4 e^{-j2\omega_d T} & \dots \\ \rho e^{j\omega_d T} & 1 & \rho e^{-j\omega_d T} & \dots \\ \rho^4 e^{j2\omega_d T} & \rho e^{j\omega_d T} & 1 & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots \end{vmatrix}$$

dove

$$(6.72)\qquad \rho = e^{-2\pi^2\sigma_f^2 T^2}$$

Nel caso che al clutter in questione sia aggiunto un rumore la $\underline{R}_{cc}$ di cui nelle (6.65) e (6.66) diviene:

$$(6.73)\qquad \underline{R}_{cc} = \frac{P_c\,\underline{R}'_{cc} + P_N\,\underline{I}}{P_c + P_N}$$

dove

$\underline{I}$ e' la matrice diagonale unitaria dei coefficienti di correlazione del rumore

$P_c(P_N)$ e' la potenza del clutter (rumore)

La (6.73) potra' essere generalizzata nel caso si vogliano considerare piu' clutter presenti contemporaneamente.

Onde quantizzare in qualche modo l'IF ottenibile in media, al variare della doppler del bersaglio, con l'elaboratore doppler converra' introdurre una nuova figura di merito, ritenendo di mediare il risultato derivante dal singolo filtro dato dalla (6.67) su tutti i possibili filtri. In altre parole, per ogni frequenza doppler del segnale utile, e' possibile valutare dalla (6.68) i pesi ottimi $\underline{W}$ e quindi il corrispondente IF dalla (6.66). Data l'indeterminazione della frequenza del segnale di ingresso, il valore ottenuto di IF dovra' essere mediato su tutte le possibili doppler, ne viene quindi la

$$(6.74)\qquad \overline{IF}_{D\ opt} = T\cdot\int_{o}^{\frac{1}{T}} \frac{|\underline{W}^T\cdot\underline{S}|^2}{\underline{W}^T\cdot\underline{R}_{cc}\cdot\underline{W}^*}\, d\, f_d$$

Nel caso di un semplice clutter a spettro gaussiano, in assenza di rumore, i risultati della (6.74) sono riportati in fig.6.16 [9] per diversi valori di N (dimensione del filtro), in funzione dello spettro normalizzato sul clutter.

Nel caso invece si voglia analizzare lo

b) <u>MTI adattivo</u> (ADMTI)

converra' supporre il segnale non noto nella sua frequenza. Allora considerando come segnale di ingresso un rumore bianco, la potenza del segnale utile diviene del tipo:

$$(6.75)\qquad P_s = \underline{W}^T\cdot\underline{R}_s\cdot\underline{W}^*$$

dove $\underline{R}_s$ e' la matrice di correlazione del segnale utile; per l'ipotesi posta di rumore bianco la $\underline{R}_s$ e' una matrice diagonale.

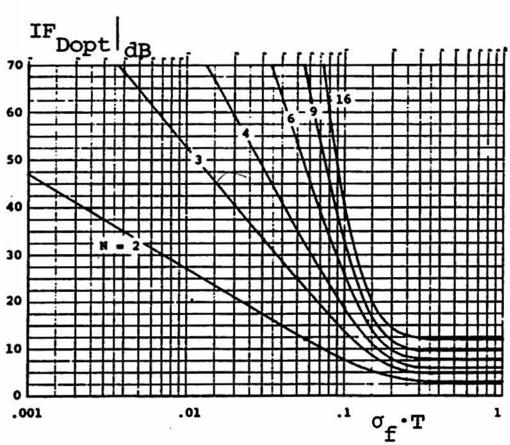


Fig.6.16 - Ottimo IF medio per clutter con spettro gaussiano (elaboratore doppler) [9].

Ne viene quindi

$$(6.76)\qquad IF_A = \frac{\underline{W}^T\cdot\underline{W}^*}{\underline{W}^T\cdot\underline{R}_{cc}\cdot\underline{W}^*}$$

ed in forma non matriciale

$$(6.77) \qquad IF_A = \frac{\sum_i |w_i|^2}{\sum_{ij} w_i w_j^* \rho_{ij}}$$

Le (6.76), (6.77) potevano essere ottenute direttamente dalle corrispondenti (6.66), (6.64), avendo cura di effettuare la media della (6.66) su tutti i valori di f (di cui e' funzione $\underline{S}$ v.(6.62)), non avendo effettuata l'ottimizzazione di cui alla (6.68).

Naturalmente la matrice $\underline{R}_{cc}$ sara' la matrice somma di quelle relative al clutter (o ai clutter) piu' quella del rumore.

Il problema che ora si pone e' quello di ricavare il vettore $\underline{W}$ che rende massimo l'IF, problema che puo' essere rivisto come problema di rendere minima la potenza normalizzata del clutter in uscita ($\underline{W}^T \cdot \underline{R}_{cc} \cdot \underline{W}^*$) sotto il vincolo di un prefissato valore della potenza di segnale ($\underline{W}^T \cdot \underline{W}^*$).

Il problema che ne viene e' il classico problema di autovalori ed autovettori e la minimizzazione della

$$(6.78) \qquad \underline{W}^T \cdot \underline{R}_{cc} \cdot \underline{W}^*$$

con la condizione

$$(6.79) \qquad \underline{W}^T \cdot \underline{W}^* = 1$$

comporta il considerare quel vettore $\underline{W}$ che corrisponde all'autovalore minimo della $\underline{R}_{cc}$.

Questo problema e' ora richiamato nel caso particolare si consideri una matrice $\underline{R}_{cc}$ reale (doppler media del clutter nulla), cio' comporta che le componenti del vettore peso siano reali, naturalmente le conclusioni cui si giunge possono essere estese a casi ben piu' generali.

Considerando la (6.76), il problema della minimizzazione del denominatore con il vincolo che il numeratore rimanga costante si puo' risolvere col metodo dei moltiplicatori di Lagrange, minimizzando il funzionale

$$(6.80) \qquad f(w) = \sum_{ij} w_i \, w_j \, \rho_{ij} - \lambda \left| \sum_i w_i^2 - 1 \right|$$

La minimizzazione della (6.80) comporta l'annullamento della derivata rispetto al generico elemento w_k

$$(6.81)\qquad \frac{\partial f}{\partial w_k} = 0 \rightarrow 2\sum_i w_i\, \rho_{ki} - 2\lambda\, w_k = 0 \qquad \text{per ogni } k$$

ne nasce un sistema omogeneo che ha soluzioni solo se

$$(6.82)\qquad \begin{vmatrix} \rho_{11}-\lambda & \rho_{12} & \rho_{13} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & \rho_{22}-\lambda & \rho_{23} & \cdots & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \\ \rho_{N1} & \cdot & \cdot & \cdots & \rho_{NN}-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Dalla (6.82) segue che λ e' un autovalore della matrice $\underline{R}_{cc}$.

Moltiplicando poi la (6.81) per w_k e sommando su tutti i valori di k si ha:

$$(6.83)\qquad \sum_{ik} w_i\, w_k\, \rho_{ik} - \lambda \sum_k w_k^2 = 0$$

da cui

$$(6.84)\qquad \frac{1}{\lambda} = \frac{\sum_k w_k^2}{\sum_{ik} w_i\, w_k\, \rho_{ik}} = IF_A$$

Osservando la (6.84) si notera' subito che

- il rendere massimo IF corrisponde all'autovalore (λ) minimo, secondo la relazione:

$$(6.85)\qquad IF_A\Big|_{max} = \frac{1}{\lambda}_{min}$$

- il vettore ottimo, per il filtro di fig.6.15, corrisponde all'autovettore associato all'autovalore minimo.

In fig.6.17 e' riportato l'andamento dell'ottimo IF per un ADMTI (v. (6.76) e (6.85)) in funzione dello spettro del clutter normalizzato (il clutter ancora e' ipotizzato unico e di tipo gaussiano).

Per meglio poter confrontare gli andamenti di fig.6.16 con quelli di fig.6.17 converra' riscrivere la (6.66):

$$(6.86)\qquad IF_D = \frac{|\underline{W}_T\cdot\underline{S}|^2}{\underline{W}^T\cdot\underline{W}^*}\cdot\frac{\underline{W}^T\cdot\underline{W}^*}{\underline{W}^T\cdot\underline{R}_{cc}\cdot\underline{W}^*} = \frac{|\underline{W}_T\cdot\underline{S}|^2}{\underline{W}^T\cdot\underline{W}^*}\cdot IF_A$$

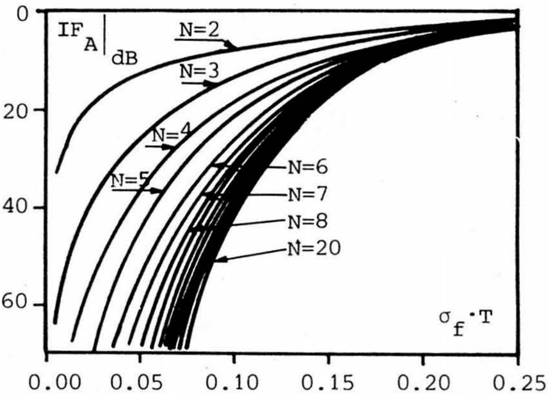


Fig.6.17 - Improvement factor ottimo per un ADMTI.

e quindi ne nasce il legame fra IF_D e IF_A. Il termine

$$(6.87) \qquad \frac{|\underline{W}_T \cdot \underline{S}|^2}{\underline{W}^T \cdot \underline{W}^*}$$

contenuto nella (6.86) rappresenta il guadagno di integrazione proprio dell'elaboratore doppler. Detto guadagno in pratica e' inesistente nella zona dove il clutter e' fortemente correlato, mentre nella zona di clutter a banda larga ($\sigma_f T$ sufficientemente elevato) detto guadagno e' presente. Questo fatto viene a spiegare gli andamenti di fig.6.16 e 6.17, che si identificano per $\sigma_f T$ sufficientemente basso, mentre si discostano a motivo del guadagno di integrazione al crescere di $\sigma_f T$.

c) Stima della matrice di correlazione

Nelle valutazioni che precedono si e' ipotizzato che la matrice di correlazione o dei coefficienti di correlazione sia nota a priori e quindi sia possibile la valutazione del vettore dei pesi ottimi. Naturalmente in pratica detta matrice non e' nota e quindi si dovra' stimarla dai dati a disposizione.

La situazione si presenta come riportata in fig.6.18.

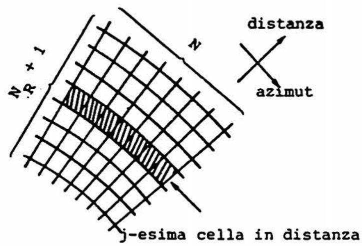


Fig.6.18 - Regione di stima per la matrice di correlazione.

La stima del bersaglio eventualmente presente nella j-esima cella in distanza e' fatta stimando il clutter nelle contigue N_R celle in distanza, usando N sweep, in altre parole si hanno a disposizione NN_R campioni di clutter, su cui effettuare la stima. Verra' ipotizzato nel seguito che in distanza sulle N_R celle si possa supporre un regime stazionario.

Naturalmente le varie celle in distanza, ad esclusione della j-esima, verranno ipotizzate prive del segnale utile, quindi in esse si supporra' presente il solo clutter; converra' ricordare ancora che le varie celle in distanza sono indipendenti in quanto riferentesi a situazioni spaziali differenti; pertanto ad ogni cella in distanza, nella sua evoluzione azimutale, verra' associata una particolare realizzazione del segnale clutter e a differenti distanze corrisponderanno realizzazioni indipendenti dello stesso segnale clutter.

Allora associando alla i-esima cella in distanza il vettore (colonna) $\underline{X}(i)$ (di dimensioni N) nella sua evoluzione azimutale e' possibile stimare la matrice di correlazione dalla relazione:

$$\hat{\underline{R}}_c = \frac{1}{N_R} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_R+1} \underline{X}(i) \cdot \underline{X}^*(i)^T \qquad (6.88)$$

La matrice di correlazione come stimata dalla (6.88) corrisponde a prendere tutti gli elementi di fig.6.18, fare una stima della correlazione al ritardo ("lag") opportuno, considerando tutte le possibili celle in azimut, il risultato poi viene mediato in distanza. Naturalmente dalla stima di cui sopra viene eliminata la cella j-esima in distanza

sotto esame. In realta' spesso detta eliminazione puo' essere poco importante, per modo che e' possibile eseguire un'unica stima su tutto il "batch" di fig.6.18 e cosi' applicarla a tutte le celle in distanza del "batch" stesso.

Dalla (6.88) applicando la (6.68) (che puo' essere riscritta in termine della matrice di correlazione invece che dei coefficienti di correlazione) si ottiene il vettore stimato dei pesi ottimi:

$$(6.89) \qquad \hat{\underline{W}} = K_1 \; \hat{\underline{R}}_{cc}^{-1^*} \cdot \underline{S}^*$$

Detto vettore dovra' essere inserito nella (6.66) e si otterra' un IF_D:

$$(6.90) \qquad IF_D = \frac{|\hat{\underline{W}}^T \cdot \underline{S}|^2}{\hat{\underline{W}}^T \cdot \underline{R}_{cc} \cdot \hat{\underline{W}}^*}$$

La (6.90)(*) normalizzata al valore ottimo (6.67):

$$(6.91) \qquad \gamma = \frac{IF_D}{IF_{D\ opt}}$$

diviene una variabile aleatoria il cui intervallo di definizione e' 0-1. In [8] di detta variabile, che rappresenta la degradazione dell'IF per l'elaboratore doppler, per effetto dell'errore di stima, e' valutato il valore medio (perdita media di IF) e la sua varianza:

$$(6.92) \qquad \begin{aligned} \bar{\gamma} &= \frac{N_R + 2 - N}{N_R + 1} \\ \overline{\gamma^2} - \bar{\gamma}^2 &= \frac{(N_R+2-N)(N_R+3-N)}{(N_R+2)(N_R+1)} - \frac{(N_R+2-N)^2}{(N_R+1)^2} \end{aligned}$$

(*) Converra' notare che a denominatore della (6.90) e' rimasta la matrice R_{cc} vera (e non quella stimata), in quanto, una volta definiti i pesi, la potenza del clutter di uscita viene valutata operando una media su tutte le possibili realizzazioni del clutter stesso.

In fig.6.19 e' riportato l'andamento dell'inverso di $\bar{\gamma}$ in dB, dalla quale e' possibile valutare immediatamente il numero delle celle in distanza necessarie per avere una modesta degradazione dell'IF, fissata in qualche modo la dimensione N del "batch" azimutale.

In fig.6.20 e' riportato l'andamento della deviazione standard di normalizzata al suo valor medio, come indice della variabilita' dell'IF al variare della stima effettuata sempre sulle N N_R celle spaziali.

I risultati di cui in figg.6.19 e 6.20, che servono ad individuare la regione di spazio necessaria per realizzare la stima del clutter, studiati per l'elaboratore doppler possono essere estesi facilmente al caso ADMTI, secondo le considerazioni che verranno meglio precisate nel seguito.

d) Tecniche realizzative

Il problema fondamentale rimane peraltro, una volta stimata la matrice $\underline{R}_c$(o $\underline{R}_{cc}$), la valutazione dei pesi ottimi che nel caso di "elaboratore doppler" consiste nell'utilizzare la (6.89) che comporta una inversione della matrice stimata.

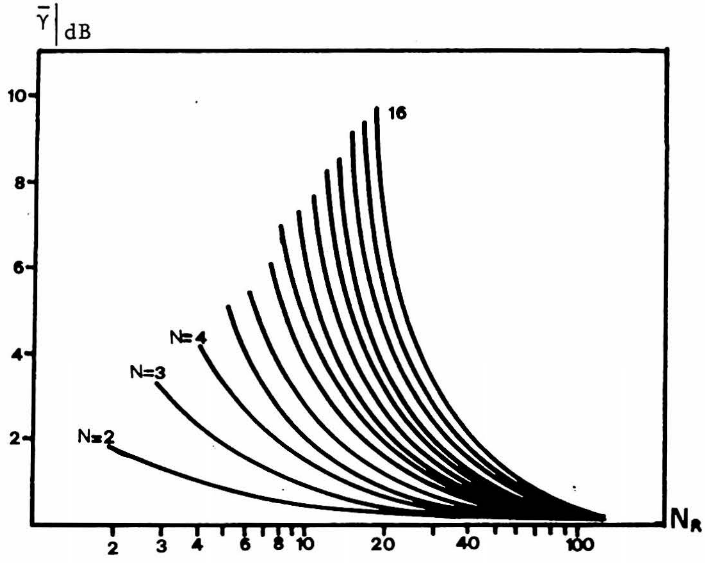


Fig.6.19 - Andamento delle perdite di IF nel caso dell'elaboratore doppler.

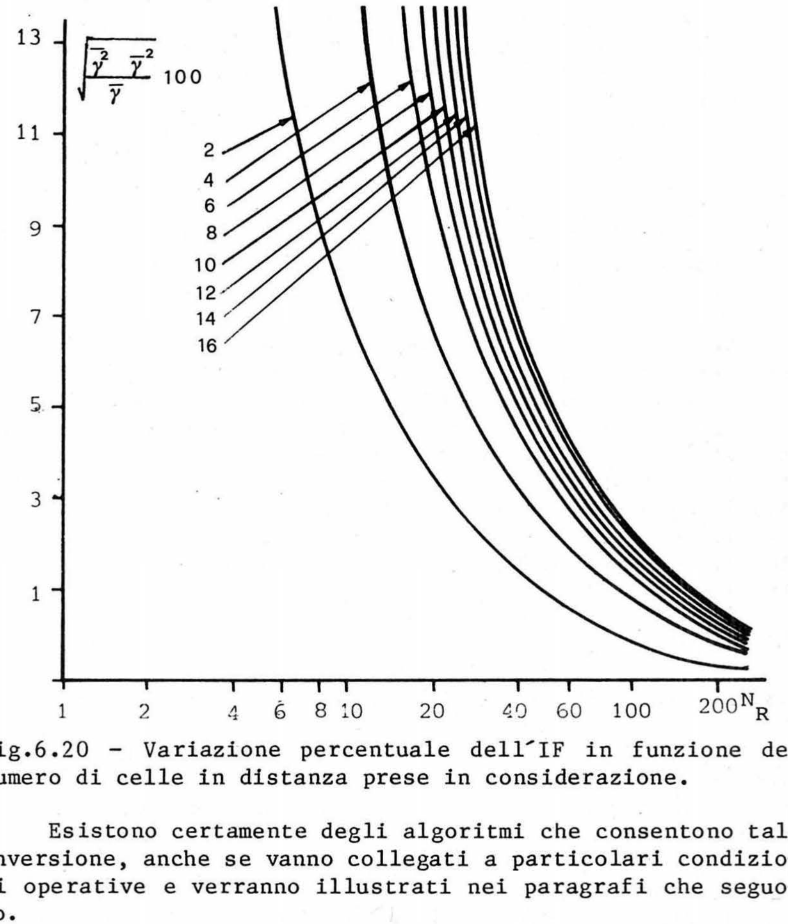


Fig.6.20 - Variazione percentuale dell'IF in funzione del numero di celle in distanza prese in considerazione.

Esistono certamente degli algoritmi che consentono tale inversione, anche se vanno collegati a particolari condizioni operative e verranno illustrati nei paragrafi che seguono.

Peraltro anche nel caso dell'ADMTI le cose non sono semplici, soprattutto per la richiesta elaborazione in tempo reale e le cose si aggravano quando il clutter non possa ritenersi stazionario.

In conclusione i problemi di elaborazione connessi alla realizzazione di un cancellatore adattivo consistono nel:

- definire la zona su cui fare la stima ossia la zona di stazionarieta'
- valutare, ossia stimare la matrice di correlazione o dei coefficienti di correlazione
- definire l'ordine del filtro che, per considerazioni connesse al costo realizzativo e alla flessibilita',

dovra' essere minimo

- ricercare autovalori ed autovettori con algoritmi che in qualche modo minimizzano il costo computazionale (ric. ad es. tecnica di Pisarenko) [11]
- ricercare l'autovalore minimo ed il corrispondente autovettore per modo di poter realizzare il filtro di cui in fig.6.15
- valutare il segnale all'uscita del filtro di cui al precedente punto e porre infine la soglia decisionale (eventualmente preceduta da un banco di filtri che realizza l'integrazione coerente).

Nel tentativo di ridurre i problemi di elaborazione di cui sopra, negli ultimi anni da piu' parti sono state proposte applicazioni delle tecniche derivanti dall'usare modelli autoregressivi. In tale ambito infatti sono stati studiati degli algoritmi che possono ritenersi estremamente efficienti e che ben si adattano alle applicazioni radar sia nel caso dell'avvistamento che nell'inseguimento.

Nelle pagine che seguono tali metodologie verranno riproposte facendo ovviamente riferimento unicamente alle applicazioni radar.

6.5. Cancellazione del clutter con tecniche autoregressive

Negli ultimi tempi sono state messe a punto diverse tecniche di analisi spettrale. Peraltro anche la FFT, di cui si e' trattato nelle pagine che precedono, puo' essere intesa come tecnica di analisi spettrale, ma presenta problemi dovuti al livello dei lobi laterali (e quindi alla conseguente distorsione spettrale) ed alla modesta risoluzione.

Questi problemi, conviene ripeterlo, sono dovuti al fatto che i dati di ingresso, non essendo noti al di fuori della zona su cui opera la FFT, vengono assunti nulli, si tratta quindi di una operazione di "finestratura" sugli stessi dati.

I nuovi metodi di analisi spettrale si basano su una differente metodologia, avente le seguenti caratteristiche:

- scelta di un opportuno modello
- stima dei parametri del modello o direttamente dai dati di ingresso o indirettamente attraverso la funzione di correlazione
- realizzazione di una opportuna funzione filtrante sulla base della stima di cui sopra.

In questo caso la stima spettrale viene fatta assumendo implicitamente i dati fuori della finestra di misura in accordo con il modello assunto.

Per questo motivo e´ possibile ottenere una alta risoluzione in frequenza ed una ottima stima spettrale.

Nelle pagine che seguono, dopo aver richiamato la struttura dei modelli AR, ARMA e MA, vengono individuate le problematiche inerenti la modellizzazione del clutter.

a) Richiami sui modelli AR, ARMA e MA

Considerando il clutter come un segnale aleatorio, e´ possibile ritenere che, a scopo ad es. simulativo, possa essere generato facendo passare del rumore "bianco" attraverso un apposito filtro, filtro che conterra´ tutte le informazioni del clutter stesso ossia ne costituisce un modello.

Poiche´ peraltro si ha a che fare con sequenze, detta $\{e\}$ una sequenza rappresentante il rumore (i singoli campioni sono campioni di un processo bianco ed a valor medio nullo) e $\{x\}$ la sequenza rappresentante il clutter, occorre allora trovare quel filtro che realizza l´operazione

$$X(z) = H(z) \cdot E(z) \tag{6.93}$$

con ovvie rappresentazioni sul piano z.

Una volta determinata H(z), il problema della cancellazione del clutter e´ automaticamente risolto. Infatti poiche´ l´obiettivo finale e´ quello di "sbiancare" il clutter, consentendo il passaggio del segnale utile, la funzione di trasferimento del filtro cancellatore sara´ data dalla

$$H'(z) = \frac{1}{H(z)} \tag{6.94}$$

Il problema che si pone quindi e´ quello della determinazione della H(z).

E´ noto che una funzione H(z), che sia razionale, e´ in grado di modellare vari processi della piu´ diversa natura. Una tale funzione razionale si ottiene quando le varie componenti delle sequenze $\{e\}$ e $\{x\}$ sono legate da una equazione alle differenze lineare del tipo:

$$x_i = \sum_{l=o}^{q} b_l \cdot e_{i-l} - \sum_{k=1}^{p} a_k \cdot x_{i-k} \tag{6.95}$$

ossia il generico elemento i-esimo di $\{x\}$ e' dato da una combinazione lineare di p elementi di $\{x\}$ (che precedono l'elemento in questione) aggiunto all'i-esimo elemento di rumore insieme ad una combinazione lineare dei q che lo precedono.

La (6.95) rappresenta un processo autoregressivo, che usualmente viene indicato con la sigla ARMA (Autoregressive Moving Average), e conduce ad una funzione di trasferimento in z:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \tag{6.96}$$

dove

$$\begin{cases} A(z) = \sum_{k=o}^{p} a_k \, z^{-k} \\ B(z) = \sum_{j=o}^{q} b_j \, z^{-j} \end{cases} \tag{6.97}$$

La struttura ARMA puo' particolarizzarsi in quella detta MA che e' contraddistinta da

$$H(z) = B(z) \tag{6.98}$$

ed in quella AR che conduce alla

$$H(z) = \frac{1}{A(z)} \tag{6.99}$$

che ha origine dalla relazione

$$x_i = e_i - \underbrace{\sum_{k=1}^{p} a_k \, x_{i-k}}_{\hat{x}_i} \tag{6.100}$$

dove e_i e' il generico campione della sequenza di rumore che genera la sequenza $\{x\}$, in base allo schema riportato in fig. 6.21.

La struttura AR e' particolarmente interessante dal punto di vista dello sbiancamento infatti conduce ad una struttura del filtro cancellatore del tipo FIR (Finite Impulse Response), infatti la (6.94) diventa:

$$H'(z) = A(z) = \sum_{k=o}^{p} a_k \, z^{-k} \tag{6.101}$$

che e' riportato in fig.6.22, che inverte in qualche modo la

rappresentazione di fig.6.21.

Il problema quindi del filtraggio si pone nella ricerca dei coefficienti a_k ed in questi ovviamente e' contenuto tutto il modello del clutter.

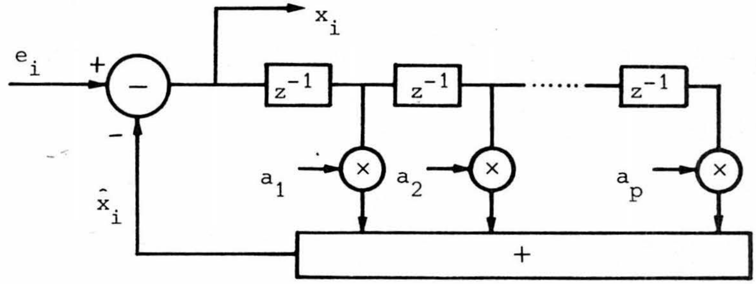


Fig.6.21 - Schematizzazione della struttura AR.

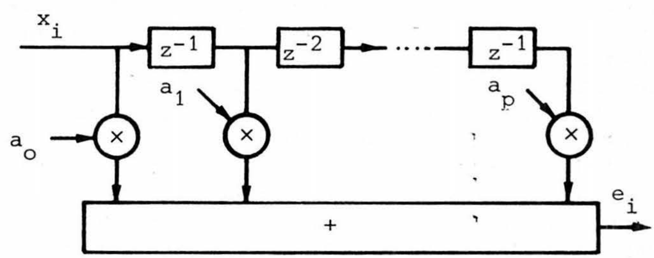


Fig.6.22 - Filtro sbiancante.

In realta', volendo analizzare lo spettro del clutter, converra' ricercare lo spettro di x_i (ipotizzato clutter) come possibile dalla fig.6.21. Peraltro la funzione di trasferimento relativa alla schematizzazione di fig.6.21 si ottiene facilmente infatti per e_i di tipo sinusoidale e di ampiezza unitaria, dalla (6.100) si ha:

$$e^{j\omega iT} = H(j\omega)\, e^{j\omega iT} + \sum_{k=1}^{p} a_k H(j\omega)\, e^{j\omega(i-k)T}$$

avendo ipotizzato x_i di frequenza pari a quella di ingresso per ragioni di linearita'; si ha allora (v. anche (6.99)):

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{p} a_k e^{-j\omega kT}} \qquad (6.102)$$

Dalla (6.102) nasce che lo spettro di $\{x\}$ diviene

$$S_x(f) = |H(j\omega)|^2 \, S_e(f) \tag{6.103}$$

ossia (a meno di costanti inessenziali per quanto segue)

$$S_x(f) = \frac{\sigma_e^2 \cdot T}{\left|1 + \sum_{k=1}^{p} a_k e^{-j\omega kT}\right|^2} \tag{6.104}$$

dove σ_e^2 e' la varianza della sequenza di ingresso $\{e\}$.

Utilizzando la (6.104) sono ottenibili degli spettri di potenza molto piu' accurati rispetto a quelli ottenibili utilizzando il metodo basato sulla DFT; inoltre risulta migliorata la capacita' di risolvere componenti spettrali molto vicine fra di loro.

Recentemente (v. [13]) e' stata effettuata una valutazione circa i limiti teorici della capacita' di risoluzione ottenibile utilizzando questa tecnica.

I risultati si riferiscono al caso di due sinusoidi in presenza di rumore bianco; essi sono stati ottenuti supponendo una stima dei parametri $\{a_k\}$, secondo criteri che verranno descritti nel seguito, ed applicando la relazione (6.104) facendo variare, di volta in volta, l'SNR delle due sinusoidi, la separazione in frequenza e l'ordine p del modello.

In fig.6.23a) viene riportata in ascisse la separazione in frequenza tra le due sinusoidi (normalizzata a $1/T$) ed in ordinate l'SNR minimo richiesto perche' dall'esame dello spettro ottenuto applicando la (6.104) si possano risolvere i due picchi relativi alle due sinusoidi; le curve sono state parametrizzate rispetto a diversi valori p dell'ordine del modello. I punti che si trovano sopra di una determinata curva sono punti per i quali, relativamente all'ordine corrispondente a tale curva, le sinusoidi sono risolvibili mentre per quei punti, che si trovano sotto la curva, vale la condizione opposta. La linea tratteggiata individua una zona al di sotto della quale si ha un'improvvisa degradazione delle capacita' risolutive.

Nella fig.6.23b) viene invece graficato l'andamento del SNR minimo richiesto per la risoluzione in funzione dell'ordine del modello e parametrizzato rispetto a diverse separazioni in frequenza.

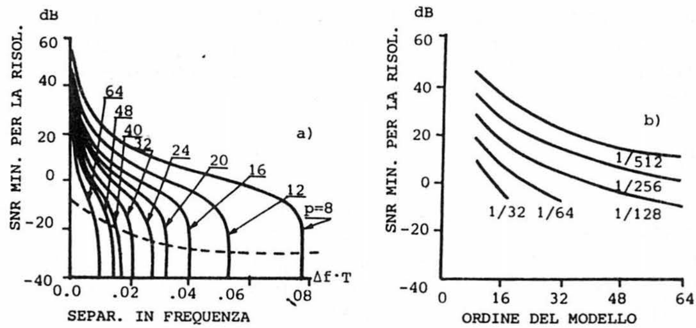


Fig.6.23 - Separazioni in frequenza possibili con tecniche AR (v.[13]).

b) Metodologia di stima dei parametri AR

La (6.100) puo' essere scritta in forma vettoriale

(6.105) $\underline{X}_i^T \; \underline{A} = e_i$

dove

$$\underline{X}_i^T = |x_i, x_{i-1} \dots x_{i-p}|$$

$$\underline{A}^T = |1, a_1 \dots a_p|$$

Premoltiplicando la complessa coniugata della (6.105) per $\underline{X}_i$ e facendo il valore atteso si ha

(6.106) $\underline{R} \cdot \underline{A}^* = \underline{Q}$

dove

$\underline{R}$ e' la matrice di autocorrelazione $E|\underline{X}\;\underline{X}^{*T}|$ del processo $\underline{X}$, di dimensioni $(p+1) \cdot (p+1)$

$\underline{Q}^T = |\sigma_e^2, 0 \dots 0|$ deriva dal fatto che i passati valori dell'uscita del filtro AR (v. fig.6.21) sono scorrelati con e_i e σ_e^2 e' la varianza della sequenza di ingresso.

Pertanto dati gli elementi della matrice di autocorrelazione, i parametri AR e la potenza di rumore σ_e^2 possono essere valutati dalla (6.106), che costituisce il ben noto sistema di equazioni detto di Yule-Walker. La (6.106) potra' essere risolta applicando ad esempio l'algoritmo ricorsivo di Levinson [12]. Lo spettro AR e' naturalmente valutabile dalla (6.104).

c) <u>Confronto modellizzazione AR e ARMA</u>

In [14] e' stato analizzato come il modello AR approssimi molto bene un clutter di tipo gaussiano, d'altra parte questo fatto verra' rivisto nel seguito quando verra' analizzato l'ordine del filtro di cancellazione, che corrisponde all'ordine (p) del modello adottato, per ottenere un richiesto Improvement Factor.

Verra' anche puntualizzato che in presenza di un doppio clutter sara' necessario ricorrere ad un ordine molto elevato 10-15 che comporta una struttura notevolmente complessa del filtro.

Si pone allora il problema di ridurre l'ordine del filtro usando ad es. un modello ARMA.

Analizzando la (6.96), il filtro ARMA non e' certamente di tipo FIR in quanto l'uscita del filtro (e_i) ritorna, dopo opportuni ritardi e moltiplicazioni per $-b_1$, in reazione (v. fig.6.24 dove e' schematizzato il filtro ARMA come immediatamente ricavabile dalla (6.95)). Si tratta pertanto di un filtro ricorsivo, che indaga sui dati anche molto precedenti al dato attuale, dati che opportunamente pesati ("smoothed") contribuiscono ancora a determinare l'uscita.

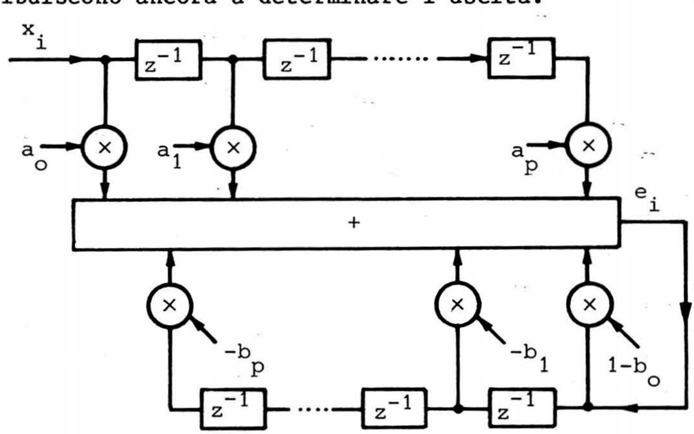


Fig.6.24 - Struttura di un filtro ARMA.

Nel caso radar si e´ interessati ad una elaborazione di tipo "batch", per consentire agilita´ di PRF, di f_T..., ed a questa elaborazione verra´ prestata attenzione nel seguito.

Se ora il numero degli elementi del vettore di ingresso $\underline{X}_i$ al filtro di fig.6.24 e´ finito e di dimensione N, data la struttura di detto filtro, e´ possibile legare in modo lineare l´uscita agli N elementi di $\underline{X}_i$; per rendersi conto di questo fatto bastera´ considerare l´evoluzione del vettore $\underline{X}_i$ nel filtro di fig.6.24 o applicare ricorsivamente la (6.95).

In definitiva da un punto di vista concettuale non c´e´ alcuna differenza fra una struttura AR ed una ARMA, a patto di operare con modalita´ "batch".

Nel seguito quindi ci si limitera´ a considerare il caso AR, anche se la struttura ARMA potra´ avere un suo scopo da un punto di vista realizzativo, diminuendo eventualmente il costo computazionale.

d) Filtraggio di predizione ottimo: ADMTI predittivo (PAMTI)

Un modo particolare di vedere l´applicabilita´ delle nuove metodologie di analisi spettrale puo´ essere quello di utilizzare la tecnica di predizione lineare.

Pensato il segnale di ingresso costituito dalla somma del segnale utile $\xi(t)$, del rumore bianco $\nu(t)$ e del clutter (o rumore correlato) $\gamma(t)$, il problema radar si pone nella stima di $\xi(t)$, minimizzando l´errore corrispondente. Tutto cio´ e´ chiarito in fig.6.25, dove il problema si pone nella ricerca della caratteristica del filtro, detto "filtro di Wiener" [16].

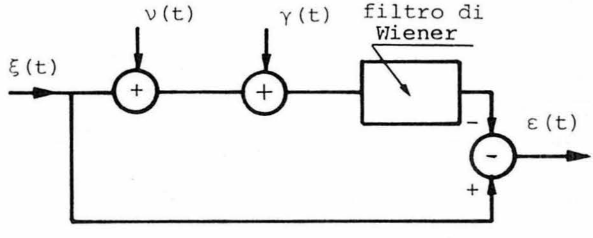


Fig.6.25 - Schematizzazione del filtraggio ottimo.

Se il filtro da ottimizzare e´ un filtro a risposta impulsiva finita (FIR), la stima ottima in un particolare punto lungo la j-esima cella in distanza (v. fig.6.18) e´ ottenuta dal minimizzare l´errore quadratico medio:

$$(6.107) \qquad \overline{\varepsilon^2} = \overline{\left| \varepsilon_k - \sum_{i=1}^{N} w_i \, u_i \right|^2}$$

dove

k e' l'indice delo sweep che deve essere scelto per ottenere la ottima stima

w_i sono i pesi complessi del filtro

u_i e' il campione i-esimo del segnale di ingresso costituito da segnale utile, rumore di fondo e clutter

Applicando il metodo del filtraggio generalizzato di Wiener [15], ossia sviluppando e minimizzando la (6.107) rispetto ai pesi w_i si ottiene facilmente la seguente relazione

$$(6.108) \qquad (\underline{R}_s + \underline{R}_n + \underline{R}_c) \cdot \underline{W}^* = \underline{\Lambda}$$

dove

$\underline{R}_s$ e' la matrice di autocorrelazione del segnale

$\underline{R}_n$ " " " " " " rumore

$\underline{R}_c$ " " " " " " clutter

$\underline{W}$ e' il vettore dei coefficienti del filtro

— e' un vettore le cui componenti sono le correlazioni del segnale utile tra il campione da stimare ed i campioni in esame.

Se ora si fa l'ipotesi che il segnale utile sia un rumore bianco, per cui il filtro in oggetto verra' identificato con il nome di "ADMTI predittivo" (PAMTI), la matrice $\underline{R}_s$ diviene una matrice diagonale, considerando inoltre che la potenza di clutter e' usualmente molto piu' elevata di quella del segnale e rumore, la (6.108) diviene

$$(6.109) \qquad \underline{R}_c \cdot \underline{W}^* = \underline{\Lambda}$$

dove $\underline{R}_c$ dovra' essere stimata usando gli N N_R campioni di cui in fig.6.18.

La (6.109) puo' essere riscritta:

$$(6.110) \qquad \underline{W} = \underline{R}_c^{-1^*} \cdot \underline{\Lambda}^*$$

ed il vettore $\underline{W}$ che ne consegue puo' essere ovviamente valutato a meno di una costante in quanto l'IF che viene ricercato ed in qualche modo ottimizzato (in realta' si tratta di una tecnica subottima) e' dato (v. (6.76)) dalla:

$$IF_w = \frac{\underline{W}^T \; \underline{W}^*}{\underline{W}^T \; \underline{R}_{cc} \; \underline{W}^*} \tag{6.111}$$

Peraltro il vettore $\underline{\Lambda}$, per l'ipotesi posta di segnale come rumore bianco, e' un vettore con solo un elemento differente da zero; la posizione di detto elemento nell'ambito del vettore stesso corrisponde alla posizione della cella k-esima azimutale da stimare nell'ambito della cella in distanza (j-esima) in esame.

Si noti che l'equazione (6.110) e' molto simile alla (6.68), peraltro, data la struttura del vettore $\underline{\Lambda}$, e' possibile trovare degli algoritmi che ne consentono una facile soluzione, algoritmi che si ricollegano alla modellizzazione di cui nei paragrafi che precedono.

Converra' ancora osservare che l'eq.(6.110) definisce un filtro, la cui uscita e' un rumore bianco: il filtro decorrela (sbiancando) l'ingresso costituito dal clutter correlato.

La (6.110) puo' essere riscritta:

$$\underline{W} = \frac{P_s}{P_c} \; \underline{R}_{cc}^{-1^*} \; \underline{B} \tag{6.112}$$

dove

P_s e' la potenza del segnale utile

P_c " " " " clutter

$\underline{B}$ " un vettore definito dalla $\underline{\Lambda}=P_s \, \underline{B}$ ossia
$\underline{B}^T=|0 \; 0 \; ... \; 0 \; 1 \; 0 \; ... \; 0|$

La posizione di "1", nell'ambito del vettore $\underline{B}$, dipende dalla cella k-esima su cui si vuole operare la stima. A questo punto si pone allora il problema di dover scegliere su quale sweep, nell'ambito della evoluzione azimutale, conviene porre l'attenzione.

In realta' il problema si presenta ancora una volta sotto un duplice aspetto:

. qualora si voglia operare anche una integrazione (coerente (tipo FFT) o meno) sara' necessario stimare tutti

i punti della stringa azimutale;

. sara' sufficiente la stima di un solo punto qualora si voglia porre una soglia decisionale subito dopo il filtraggio in questione.

Si porra' inizialmente attenzione a questo ultimo aspetto, anche se l'obiettivo finale e' quello di operare in qualche modo una integrazione.

Pertanto verra' ricercata la posizione dello "1" nell'ambito del vettore $\underline{B}$ che ottimizzi la (6.111).

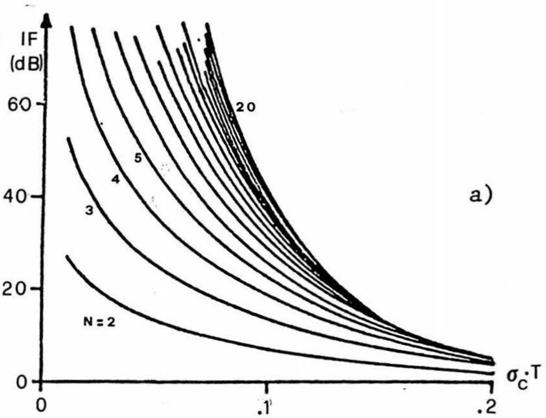
La posizione centrale e' senza meno l'ottima, poiche' i campioni presi nell'intorno consentono di realizzare una migliore stima del clutter, piuttosto che quella ottenuta usando un campione laterale; infatti in questo ultimo caso pochi termini a forte correlazione vengono usati e la stima ovviamente e' peggiore.

In fig.6.26 e' riportato l'IF in funzione della larghezza spettrale del clutter normalizzata ($\sigma_f T$); il clutter e' supposto a spettro gaussiano ed un solo clutter e' ipotizzato presente. In particolare in fig.6.26a) e' ipotizzata una scelta centrale del punto di stima ed in fig.6.26b) una scelta laterale. Il numero dei campioni N e' il parametro corrente. Paragonando le figg.6.26a) e b) e' possibile ritenere di poter trascurare il problema della scelta del punto di ottimizzazione.

Se ora si confrontano gli andamenti di fig.6.26 con quelli di fig.6.17 e' possibile ritenere che la perdita (su singolo clutter) dovuto alla tecnica di predizione rispetto a quella ottima e' davvero modesta; d'altra parte si vedra' che realizzare la (6.112) e' davvero semplice (almeno per "1" laterale per il vettore $\underline{B}$), per modo che la tecnica AMTI predittivo appare veramente efficace.

Operando peraltro l'ottimizzazione nella posizione centrale e' possibile ottenere nel caso N=2 ed N=3 i pesi riportati nella tab.1, utilizzando il simbolismo usato nella (6.71) [16].

Nell'ottenere i pesi di tab.6.1 e' stato trascurato un termine di guadagno comune inessenziale. E' ovvio allora che il cancellatore singolo o doppio corrispondono ai filtri ottimi in assenza di doppler sul clutter (ω_d=0) e per bande di clutter estremamente strette (ρ=1). In ogni caso in fig. 6.26b) e' riportato a tratteggio l'andamento dell'IF del doppio (DC), triplo (TC) e quadruplo (QC) cancellatore per un confronto immediato con il PAMTI.



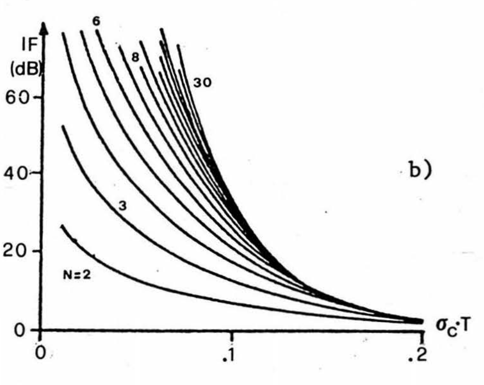


Fig.6.26 - Improvement factor in funzione dello spettro del clutter normalizzato nel caso di un solo clutter
a) stima del punto centrale del vettore azimutale
b) stima del punto laterale

Tab.6.1

N = 2	N = 3
$w_1 = 1$ $w_2 = -\rho e^{j\omega_d T}$	$w_1 = -e^{-j\omega_d T}$ $w_2 = 2$ $W_3 = -\rho e^{j\omega_d T}$

Riscrivendo le eq.(6.112) in forma esplicita, scegliendo il punto laterale per la stima e normalizzando il vettore pesi a P_s/P_c, si ha

$$(6.113)\quad \begin{vmatrix} 1 & \rho^*(1) & \rho^*(2) & \dots & \rho^*(N-1) \\ \rho(1) & 1 & \rho^*(1) & \dots & \rho^*(N-2) \\ \rho(2) & \rho(1) & 1 & \dots & \rho^*(N-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho(N-1) & \rho(N-2) & \rho(N-3) & \dots & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_N \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix}$$

Le eq.(6.113) normalizzate (dividendole per w_1) coincidono con le ben note equazioni di Yule-Walker, che possono essere ottenute quindi sia dalla teoria di predizione lineare di Wiener, avendo assunto un modello AR, o anche applicando il metodo della massima entropia (MEM) [12]. In particolare $1/w_1$ e' l'errore di predizione ottimo.

Come conseguenza della scelta dell'"1" laterale sul vettore B e' possibile applicare per risolvere il sistema (6.113) il ben noto algoritmo di Levinson-Durbin [12], che, come verra' detto nel seguito, da' la soluzione in modo iterativo (al variare dell'ordine N), con un costo computazionale basso rispetto ai classici metodi di inversione matriciale, tipo Gauss-Jordan. Si passa in realta' da un numero di operazioni dell'ordine di N^3 ad un ordine di N^2.

La efficacia della procedura che ne risulta e' strettamente legata alla accuratezza ottenuta nello stimare la matrice di correlazione, partendo dagli $N \cdot N_R$ campioni della regione di stima (v. fig.6.18)., Naturalmente questo problema verra' ripreso nelle pagine che seguono, allo scopo di

semplificare la stima e quindi ridurre ancora il costo computazionale nella speranza di avvicinarsi all'ordine di (N/2) $\log_2 N$, proprio degli elaboratori FFT, oggi particolarmente usati.

Un altro metodo per risolvere il sistema (6.113), senza passare attraverso la stima della matrice di correlazione, e' quello di lavorare direttamente sui campioni del segnale radar, utilizzando l'algoritmo di Burg [12].

Un punto particolarmente importante e' la scelta dell'ordine di autoregressione, pensando in ogni caso di usare ovviamente un numero di coefficienti del filtro inferiore al numero N dei campioni disponibili nell'evoluzione azimutale (v. fig.6.18).

In realta' siccome usualmente la stima (in applicazione non radar) viene fatta sulla stessa stringa dei dati, puo' succedere che aumentare l'ordine del filtro porti implicitamente a valutare coefficienti di correlazione a notevole ritardo ("lag") con errori estremamente alti, dato il basso numero dei campioni su cui operare la stima; tutto cio' porta a scegliere un particolare ordine del filtro di certo inferiore al numero dei campioni della stringa di ingresso [12]. Il problema si presenta differente nel caso radar dove la stima verra' fatta sostanzialmente nell'evoluzione in distanza secondo le modalita' che verranno precisate nel seguito.

Converra' allora scegliere l'ordine del filtro in base al clutter che si presuppone presente ed all'IF richiesto.

Particolare attenzione converra' ora porre al problema della presenza di due clutter, perche' per il caso di un solo clutter la tecnica della stima della frequenza media, accompagnata da un cancellatore, appare normalmente soddisfacente e di costo computazionale basso relativamente alle stime adattive di cui nel presente paragrafo.

e) Comportamento su doppio clutter - Confronto fra ADMTI e PAMTI

Nelle applicazioni radar e' spesso presente il problema operativo di voler cancellare due clutter (o jammer) contemporaneamente presenti nella stessa cella in distanza.

In questo caso la tecnica della stima spettrale della frequenza media cade rapidamente, infatti ci si aggancera' sul clutter a livello superiore o al limite in una posizione intermedia, per modo che la cancellazione diviene compromessa definitivamente.

L'adozione della tecnica ADMTI predittiva si presenta particolarmente interessante quando non si hanno informazio-

ni sulle frequenze medie; pertanto al caso della presenza di due clutter contemporanei di tipo gaussiano (a frequenze medie non note) verra' posta attenzione nelle pagine che seguono.

Quando due o piu' clutter sono simultaneamente presenti, i coefficienti AR (e quindi gli zeri del filtro corrispondente) tendono ad adattarsi differentemente sui due clutter, in funzione delle potenze delle portanti e delle larghezze di banda. La scelta ottima di N richiede la determinazione della cancellazione effettiva rispetto a tutti i clutter presenti.

Converra' allora introdurre piu' IF, ciascuno associato al suo clutter. Ritenendo di aver ottimizzato il filtro (v. (6.112)), utilizzando la

$$\underline{R}_{cc} = \frac{P_{c1}\cdot\underline{R}_{cc1} + P_{c2}\cdot\underline{R}_{cc2}}{P_{c1} + P_{c2}} = \frac{\underline{R}_{cc1} + r\underline{R}_{cc2}}{1 + r} \tag{6.114}$$

dove

$P_{c1(2)}$ e' la potenza del clutter 1(2)

$R_{cc1(2)}$ e' la matrice dei coefficienti di correlazione del clutter 1(2)

r e' il rapporto in potenza dei due clutter

si ottengono dei pesi w che in modo conveniente cancelleranno i due clutter. Per ogni clutter converra' definire un Improvement Factor parziale:

$$IF_1 = \frac{\underline{W}^T\cdot\underline{W}^*}{\underline{W}^T\cdot\underline{R}_{cc1}\cdot\underline{W}^*} \tag{6.115}$$

$$IF_2 = \frac{\underline{W}^T\cdot\underline{W}^*}{\underline{W}^T\cdot\underline{R}_{cc2}\cdot\underline{W}^*} \tag{6.116}$$

mentre converra' indicare ancora con IF_t l'Improvement Factor legato all'insieme dei due clutter:

$$IF_t = \frac{\underline{W}^T\cdot\underline{W}^*}{\underline{W}^T\cdot\underline{R}_{cc}\cdot\underline{W}^*} \tag{6.117}$$

Per la (6.114) e' immediato legare i tre IF sopra definiti secondo la relazione:

(6.118) $$\frac{1}{IF_t} = \{ \frac{1}{IF_1} + \frac{r}{IF_2} \} \frac{1}{1+r}$$

Onde esemplificare il problema si e' ritenuto di doverlo risolvere in un caso particolare [22]:

- 1° clutter posto a frequenza zero con $\sigma_{f1} \cdot T=.02$ (es. clutter di terra)
- 2° clutter posto a meta' della campata dettata dalla PRF: f_{d2} T=.5 (es. clutter di pioggia) ed al livello 20 dB sotto al primo clutter (r=.01)

In particolare si e' ritenuto di dover comparare il comportamento del PAMTI con lo ADMTI ottimo (tecnica autovalori ed autovettori) e quindi si e' proceduto ad una analisi dei vari IF e degli andamenti spettrali dei residui.

La ricerca dei pesi ottimi e' stata effettuata

- nel caso PAMTI predittivo utilizzando la (6.112)
- nel caso ADMTI ottimo utilizzando la tecnica degli autovalori ed autovettori v. (6.81) e seg.

Avendo indicato con il pedice w gli andamenti relativi all'ADMTI predittivo e con il pedice o quello ottimo, si sono avuti gli andamenti riportati in fig.6.27 e seg.

In particolare in fig.6.27 e' riportato l'andamento dell'IF_{to}, nel caso di un rapporto dei clutter r=.01, in funzione della larghezza spettrale del secondo clutter.

Nella fig.6.28 e' possibile osservare l'entita' modesta e la regolarita' delle perdite del filtraggio predittivo rispetto al filtraggio ottimo, sempre relativamente a IF_t.

Piu' interessante e' la fig.6.29 dove gli andamenti di IF_{1o} presentano dei salti in corrispondenza a ben determinati valori di σ_{f2} T.

Il motivo di un simile comportamento e' dovuto alla posizione degli zeri della funzione di trasferimento del filtro. Ad es. nel caso N=12 si registra un salto di circa 17dB passando da $\sigma_{f2} \cdot T=.03$ a $\sigma_{f2} \cdot T=.04$ ed il numero degli zeri che agiscono sul primo clutter nel caso $\sigma_{f2} \cdot T=.03$ e' pari a 6, mentre quando $\sigma_{f2} \cdot T=.04$ diviene pari a 5. La riduzione del numero degli zeri si traduce praticamente in una minore attitudine alla cancellazione, come e' immediato giustificare.

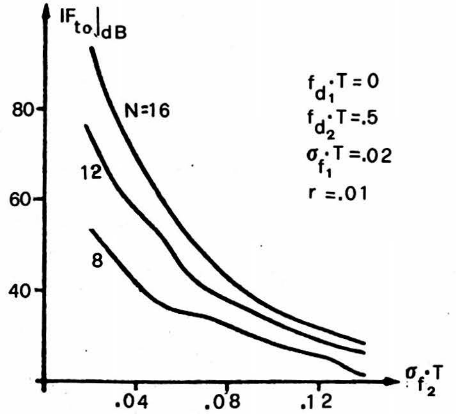


Fig.6.27 - Andamento dell'IF_{to} globale nel caso ADMTI.

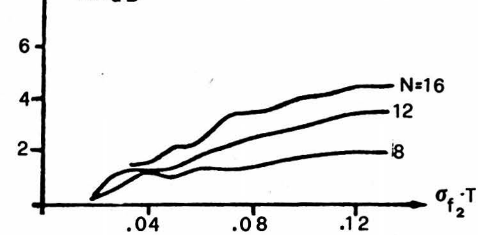


Fig.6.28 - Andamento delle perdite in IF_t del PAMTI relativamente all'ADMTI.

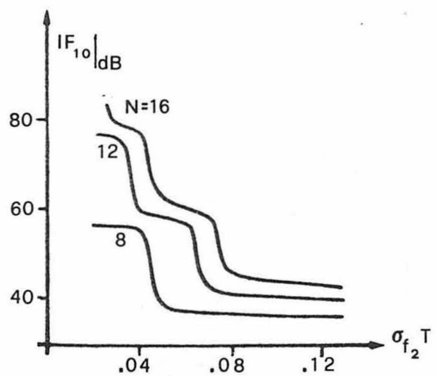


Fig.6.29 - Andamento di IF_{1o} (IF sul primo clutter) nel caso ADMTI.

Naturalmente ad ogni salto in IF_{1o}, corrisponde una migliore capacita' di cancellazione del secondo clutter (IF_{2o}) (v. fig.6.30).

Confrontando invece gli analoghi andamenti del filtraggio predittivo si sono avute le degradazioni riportate in fig.6.31. In realta' a queste degradazioni che, a prima vista, possono apparire rilevanti, fa riscontro un migliore "sbiancamento", ossia un andamento spettrale molto piu' piatto, che potra' condurre ad un migliore comportamento nell'integrazione coerente che, come detto, spesso segue il filtro di cancellazione.

In realta' il confronto in termini di andamenti spettrali dei residui (sbiancamento) puo' essere eseguito considerando la funzione di trasferimento del filtro di cancellazione:

$$H(f) = \sum_{i=o}^{N} w_i \, e^{-j2\omega iT} \tag{6.119}$$

dove i w_i sono determinati dalla (6.112) per l'ADMTI predittivo e dall'autovettore, associato all'autovalore minimo della matrice dei coefficienti di correlazione (v. (6.82)), per il caso ADMTI.

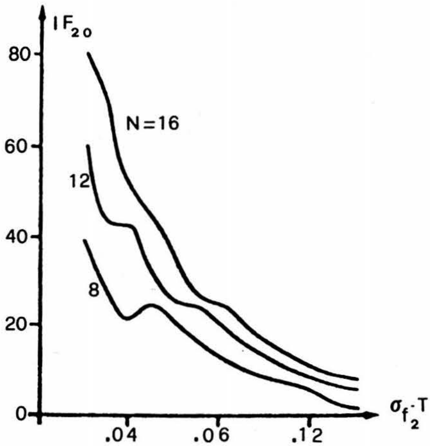


Fig.6.30 - Andamento di IF_{20} (IF sul secondo clutter) nel caso ADMTI.

La densita' spettrale all'uscita del filtro in questione e' ricavabile dalla

$$S_y(f) = S_x(f) \cdot |H(f)|^2 \tag{6.120}$$

dove $S_x(f)$ e' la densita' spettrale del segnale in ingresso al filtro.

Dall'analisi dei risultati, riportati in un caso particolare in fig.6.32, e' possibile ritenere che il filtro ADMTI predittivo (PAMTI) opera un migliore sbiancamento rispetto all'ADMTI.

Da un punto di vista intuitivo a tale conclusione si poteva arrivare direttamente considerando l'azione predittiva del filtro in questione, rispetto ad una massimizzazione di IF che non indaga sull'andamento spettrale del segnale.

In tal modo il filtro predittivo puo' essere rivisto come una tecnica di realizzazione di un filtro sbiancante e confrontando la (6.109) con la (6.106) puo' essere interpretato come un modo di ottenere la modellizzazione AR (v. anche fig.6.22).

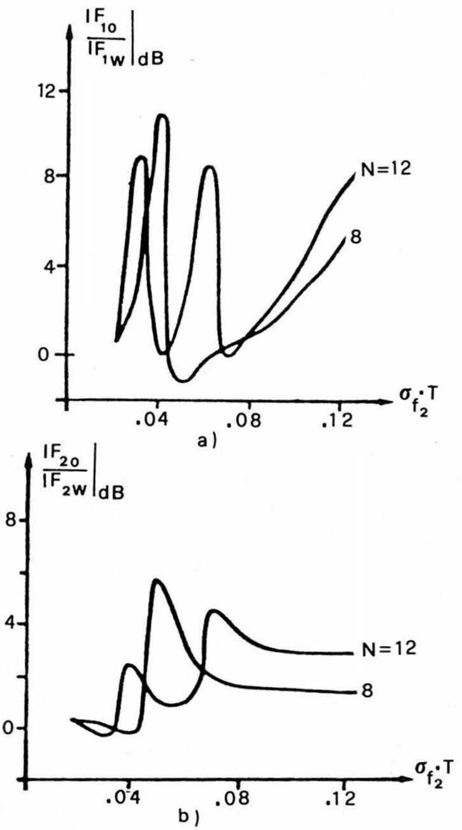


Fig.6.31 - Perdite sugli IF parziali del PAMTI relativamente all'ADMTI.

D'altro lato il problema dello sbiancamento puo' essere esaminato introducendo il fattore di sbiancamento

$$(6.121) \qquad \delta = \frac{\dfrac{P_{co1}}{\sigma_{f1}}}{\dfrac{P_{co2}}{\sigma_{f2}}}$$

normalizzando la potenza del clutter in uscita relativa ai singoli clutter alla relativa banda spettrale.

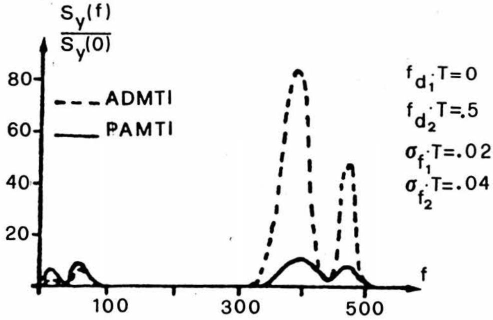


Fig.6.32 - Andamento del residuo spettrale dopo filtraggio.

Si e' constatato che nel caso PAMTI δ si discosta dall'unita' di qualche percento, mentre diviene di molto diverso da 1 nel caso di filtro ottimo.

Ad esempio nel caso di fig.6.32 si ha δ_w=.9953 mentre δ_o=.08 (sono usate le stesse simbologie dei pedici adottate nelle definizioni degli IF).

Il fattore di sbiancamento δ in realta' vuol significare una densita' spettrale costante in uscita nelle zone interessate dai due clutter ma, v.fig. 6.33, la banda dei residui in uscita non e' certamente σ_{f1} e σ_{f2}. D'altra parte si puo' ritenere ancora valida la introduzione del fattore (almeno per lo PAMTI in quanto gli spettri in uscita si modificano proporzionalmente per i due clutter.

Dalle (6.115) e (6.116) insieme alla (6.121) considerando il PAMTI ($\delta_w \sim 1$) cui unicamente sara' dedicata attenzione nelle pagine che seguono, e' possibile legare IF_1 e IF_2:

$$IF_{1w} = \frac{\sigma_{f2}}{\sigma_{f1}\cdot r}\cdot IF_{2w} \qquad (6.122)$$

infatti

$$\frac{IF_{1w}}{IF_{2w}} = \frac{P_{co2}}{P_{co1}}\ \frac{P_{c1}}{P_{c2}} \qquad (6.123)$$

e ricordando la (6.121) ($\delta \sim 1$) e $r = \frac{P_{c2}}{P_{c1}}$ (v. (6.114)) si ha immediatamente la (6.122).

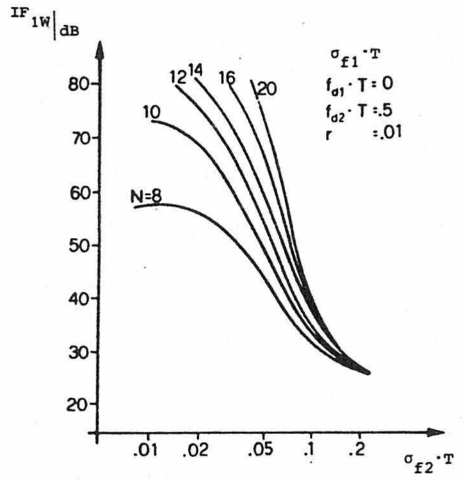


Fig.6.33 - Improvement Factor parziale IF_{1w}.

Considerando inoltre la (6.117) e' possibile ancora scrivere:

$$(6.124) \qquad IF_{tw} \simeq IF_{1w} \cdot \frac{\sigma_{f1}}{\sigma_{f1}+\sigma_{f2}} \simeq \frac{IF_{2w}}{r} \cdot \frac{\sigma_{f2}}{\sigma_{f1}+\sigma_{f2}}$$

considerando r<<1.

f) Valutazione dell'ordine di autoregressione nel caso di doppio clutter

Identificati i requisiti di sistema in termini di IF_{1w}, IF_{2w} e IF_{tw} richiesti, il problema che si pone ora e' la ricerca in generale dell'ordine di autoregressione (N) necessario per la cancellazione del clutter (o eventuale jammer). Dalle considerazioni che precedono e' chiaro che il numero necessario non corrisponde certamente alla somma degli ordini di autoregressione necessari per i singoli clutter.

Il problema della definizione di N si riconduce alla definizione di una delle IF che compaiono nella relazione (6.122), una volta scelta una di queste grandezze le altre sono immediatamente desumibili dalla stessa equazione e dalla (6.124).

E' stato quindi analizzato il comportamento di IF_{1w} al variare della larghezza spettrale del secondo clutter $(\sigma_{f2}\cdot T)$ e del rapporto fra i clutter r. L'analisi in questione e' stata condotta nelle ipotesi piu' volte fatte che $f_{d2}\cdot T=.5$, $\sigma_{f1}\cdot T=.02$, $f_{d1}\cdot T=0$, ipotesi che non condizionano la generalita' delle conclusioni.

In fig.6.33 sono riportati gli andamenti di IF_{1w} per la condizione specificata nella stessa figura in particolare r=.01 (-20 dB).

In realta' per N<10 gli andamenti di cui in fig.6.33 sono medi, perche' gli andamenti effettivi sono ondulati, per le ragioni gia' specificate. Al variare di r le curve in questione traslano conformemente a quanto riportato in fig.6.34; la traslazione in questione e' praticamente indipendente da N.

In fig.6.35 sono riportati i valori asintotici (ossia per $\sigma_{f2}\cdot T>.2$) di IF_1, valori che in prima approssimazione e' possibile ritenere siano ancora indipendenti da N.

Una procedura per scegliere N rapidamente puo' essere la seguente

- sia dato r (rapporto di potenza dei clutter) e $\sigma_{f1}T$, supponendo inizialmente $\sigma_{f2}=\sigma_{f1}$, per l'ipotesi di sbiancamento dovra' essere (v. (6.122))

$$(6.125)\qquad IF_{1w}\Big|_{dB} - IF_{2w}\Big|_{dB} = 10\log\frac{1}{r}$$

- sugli andamenti di fig.6.26b) in corrispondenza alla ascissa $\sigma_{f1}\cdot T$ si seleziona una coppia di punti (IF',N_1) (IF'',N_2) tali che la differenza degli IF sia data dalla (6.125)
- si trasla conformemente all'andamento di fig. 6.34 il diagramma di fig.6.33 tenendo conto del valore di r specificato
- sul diagramma di fig.6.33, traslato come indicato dal punto precedente, si individua il valore di IF_{1w}, corrispondente a $N=N_1+N_2$
- dalla (6.122) si ricava IF_{2w} inserendo il vero valore di σ_{f2}, dalla (6.124) si ottiene il valore di IF_{tw}
- la procedura di cui sopra si ripete variando la scelta sulla fig.6.26b) in modo da ottenere i valori richiesti di IF.

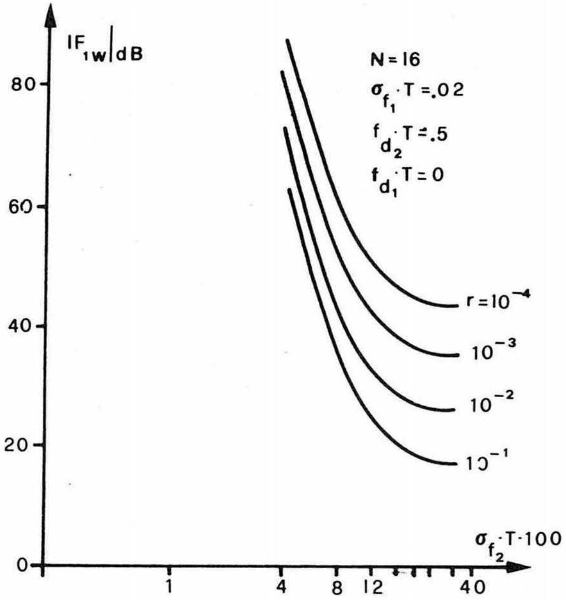


Fig.6.34 - Andamento di IF_{1w} al variare di σ_{f2} per diversi valori di r (N=16).

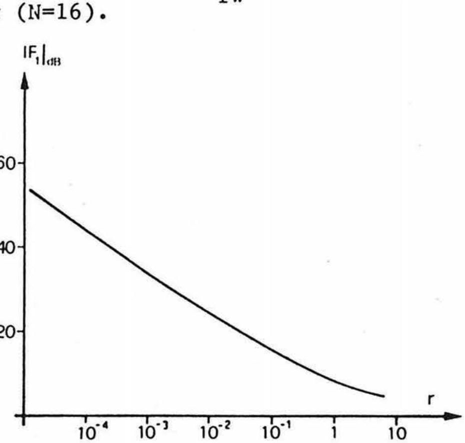


Fig.6.35 - Andamento di IF_1 al variare di r per $\sigma_{f2}T>.2$.

Onde avere una idea come il filtro adattivo evolva sulla sua maschera in fig.6.36 e 6.37 sono riportati degli andamenti per N=5 per diversi valori di r e per due differenti posizioni spettrali del secondo clutter.

g) Problemi realizzativi connessi al PAMTI

Il problema che ora ci si pone e' quello della realizzazione pratica ed economica di un filtro che possa assolvere alle funzioni specificate nei paragrafi che precedono.

Considerando che per i discorsi che precedono e' necessario in ambiente di doppio clutter un ordine di autoregressione di una decina, che nei radar di avvistamento il numero degli impulsi sul bersaglio e' intorno a 20 e che per i motivi piu' volte detti si vuole operare in "batch", nel seguito ci si limitera' al caso che l'ordine di autoregressione coincida con il numero N degli sweep azimutali disponibili a meno dell'unita' (p=N-1 v. (6.100)). La stima del clutter sara' effettuata in tutta la regione definita dalle $N \cdot N_R$ celle.

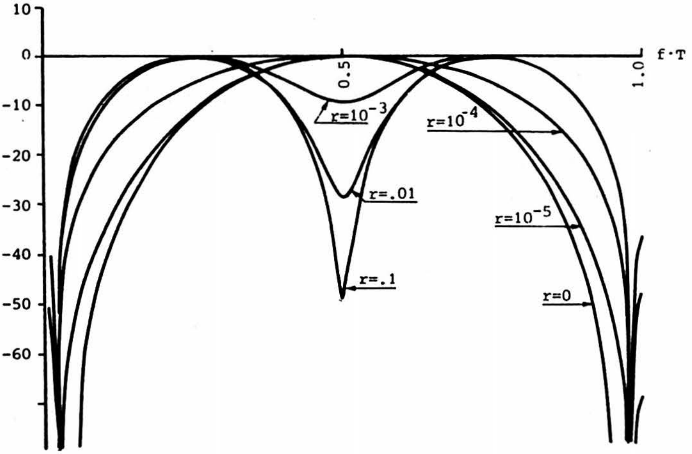


Fig.6.36 - Andamento della maschera del filtro PAMTI per N=5 e per diversi valori di r ($f_{d2} \cdot T=.5$; $\sigma_{f2} \cdot T= \sigma_{f1} \cdot T=.02$).

Naturalmente le conclusioni cui si giungera' in questo caso di pratico interesse saranno estendibili a casi ben piu' generali.

Converra' ora dapprima considerare l'applicabilita' della tecnica connessa all'algoritmo

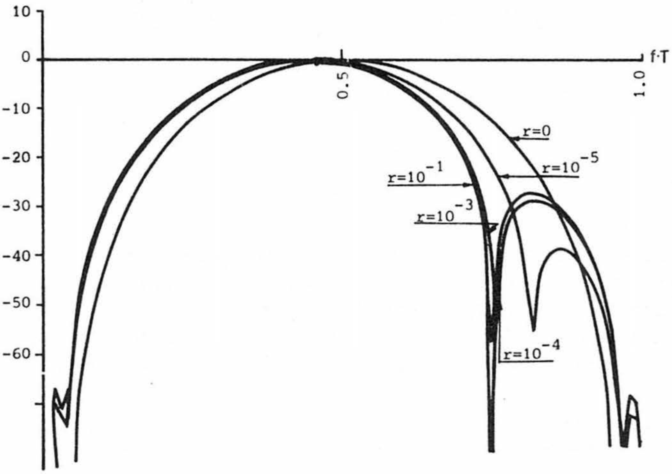


Fig.6.37 - Come fig.6.36 per $f_{d2}\cdot T=.75$.

g.1) Levinson-Durbin. Struttura a traliccio

Come gia' accennato, una volta stimati i vari elementi della matrice di correlazione del clutter da una relazione del tipo della (6.88)(*), il problema diviene quello di ricercare i coefficienti $\underline{w}$ relativi all'eq. (6.112) (o (6.113)), i quali consentiranno il filtraggio trasversale del clutter applicandoli ad una struttura del tipo di quella di fig.6.22 per ogni cella in distanza.

In realta' l'algoritmo di Levinson [12] consente, come detto, di risolvere il sistema (6.113), a partire da un ordine uno (inizializzazione)

(6.126) $$w_{11} = R_{xx}(1)/R_{xx}(0)$$

(6.127) $$\sigma_1^2 = (1-|w_{11}|^2)\, R_{xx}(0)$$

Quindi ricorsivamente l'ordine del sistema (6.113) aumenta fino al valore N voluto (k=2,3...N) secondo le rela-

(*) Nel seguito verranno individuate delle tecniche che consentiranno una diminuzione del costo computazionale della stima della correlazione.

zioni:

(6.128) $$w_{kk} = -|R_{xx}(k) + \sum_{l=1}^{k-1} w_{k-1,l}\, R_{xx}(k-1)|/\sigma_{k-1}^{2}$$

(6.129) $$w_{ki} = w_{k-1,i} + w_{k,k}\, w^{*}_{k-1,k-i}$$

(6.130) $$\sigma_k^2 = (1-|w_{kk}|^2)\, \sigma_{k-1}^2$$

dove

$R_{xx}(i)$ rappresenta la autocorrelazione relativa al processo di ingresso (clutter nella esemplificazione che segue) valutata al tempo $\tau=iT(T=1/PRF)$

σ_k^2 rappresenta l'errore di stima o la potenza dei residui dopo aver operato il filtraggio trasversale di ordine k

w_{ki} rappresenta il coefficiente del filtro trasversale w_i nel caso si operi con un filtro di ordine k

Raggiunto il valore k=N allora saranno disponibili tutti i valori w_{Ni} che potranno consentire la realizzazione del filtro FIR.

In realta' i coefficienti w_{Ni} coincidono con i coefficienti di predizioni di un modello AR (v. (6.106) e (6.109)) e la struttura del filtro diviene quella di fig.6.22, coincidendo l'errore di predizione di uscita (relativa al modello) con il residuo del clutter (dopo cancellazione adattiva), pertanto a questo punto lo spettro del clutter puo' essere stimato, nei limiti di validita' del modello AR, tramite la (6.104).

E' possibile anche valutare, dati gli IF ottenibili, i limiti di validita' del modello AR.

Peraltro un diverso modo di considerare l'errore di stima conduce ad una struttura a traliccio, che per filosofia ed implementazione pratica molto si avvicina ad una tecnica di cancellazione.

In realta', considerando il filtro predittivo in termini di modellizzazione AR, e' possibile scrivere per l'errore di predizione (v. (6.100)):

(6.131) $$e_i = \sum_{j=o}^{p} w_j\, x_{i-j}$$

che puo' essere riscritta generalizzando l'ordine k di predizione

(6.132) $$e_{ki} = \sum_{j=o}^{k} w_{kj}\cdot x_{i-j} \qquad \text{dove } w_{ko}=1$$

Analogamente e´ possibile parlare di un errore di predizione "all´indietro" (backward), ossia lavorando su dati futuri (ric. struttura "batch"):

$$b_{ki} = \sum_{j=o}^{k} w^{*}_{kj} \cdot x_{i-k+j} \tag{6.133}$$

ossia quando si cerca di predire x_{i-k} sulla base dei campioni x_{i-k+1}, $x_{i-k+2} \ldots x_n$.

Si osservi che i coefficienti di predizione nel caso "backward" sono complessi coniugati di quelli nel caso (6.132) ("forward") a causa della particolare struttura della matrice di correlazione (6.113); tutto cio´ e´ dimostrabile anche ponendo lo "1" nella posizione inferiore del vettore $\underline{B}$ (v. ancora (6.113))

D´altro canto sostituendo la (6.128) nella (6.132) si ha dopo semplici passaggi:

$$e_{ki} = w_{kk} \cdot x_{i-k} + \sum_{j=1}^{k-1} w_{kj}\, x_{i-j} + x_i =$$

$$\begin{aligned} &= w_{kk} \cdot x_{ik} + x_i + \sum_{j=1}^{k-1} w_{k-1,j} x_{i-j} + w_{kk} \cdot \sum_{j=1}^{k-1} w^{*}_{k-1,k-j} x_{i-j} = \\ &= w_{kk} x_{i-k} + e_{k-1,i} + w_{kk} \sum_{j=1}^{k-1} w^{*}_{k-1,k-j} x_{i-j} = \end{aligned} \tag{6.134}$$

$$= e_{k-1,i} + w_{kk} b_{k-1,i-1}$$

e analogamente

$$b_{ki} = b_{k-1,i-1} + w^{*}_{kk} \cdot e_{k-1,i} \tag{6.135}$$

Le relazioni (6.134) e (6.135) giustificano la struttura riportata in fig.6.38; peraltro in detta figura i vari parametri ($w_{11}, w_{22} \ldots w_{NN}$), che vengono usualmente indicati con il termine di <u>coefficienti</u> di <u>riflessioni</u>, sono indicati con i simboli $K_1, K_2 \ldots K_N$.

In realta´ la stringa del segnale di ingresso di dimensione N ritardata di un passo viene confrontata con $\{x\}$ stessa, ad opera del coefficiente K_1 che cerca di scorrelare il clutter: $K_1 = w_{11}$ e´ ricavato dalla matrice (stimata) della correlazione del clutter. L´operazione continua fino all´ultimo punto della stringa iniziale, per modo che l´uscita fornisce l´errore di stima connesso al punto laterale di detta stringa.

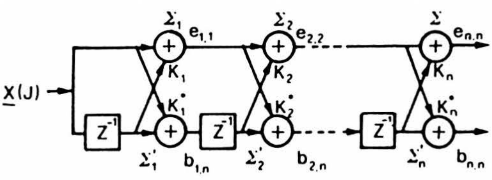


Fig.6.38 - Struttura a traliccio.

Invero la struttura di fig.6.38 realizza anche la stima dell'altro punto estremo, in altre parole le due stime vengono realizzate progressivamente e contemporaneamente dai vari sommatori delle due sezioni orizzontali in cui e' divisibile la struttura di fig.6.38; i punti estremi corrispondono, per i discorsi fatti, all'1 messo in prima posizione o finale nel vettore $\underline{B}$ della eq.(6.112).

Naturalmente il numero di somme e prodotti nelle varie sezioni verticali della struttura a traliccio viene a scalare per lo spostamento della stringa di ingresso e per il fatto che la dimensione di questa e' finita.

I vari coefficienti di riflessione tramite la (6.128) sono legati ai vari termini della matrice di correlazione ed in [19] nel caso di uno spettro gaussiano del clutter con portante nulla, detto

$$\rho = e^{-2\pi^2\sigma_f^2 T^2} \qquad (6.136)$$

e' stato dimostrato

$$K_i = (-1)^i \cdot \rho^i \qquad (6.137)$$

Naturalmente qualora l'ipotesi di gaussianita' non valga e' pur sempre possibile legare i vari K_i direttamente ai vari coefficienti di correlazione ai vari "lag".

Osservando il modo di decrescere dei vari K_i con "i" a prima vista sembrerebbe che l'operazione di cancellazione sia piuttosto lenta ad effettuarsi lungo il traliccio; in realta' cio' non e' vero, infatti ancora osservando le ordinate di fig.6.26b) e' possibile osservare che si sta realizzando una rilevante cancellazione del clutter; in altre parole la "cancellazione" con il traliccio e' molto sensibile alle modeste variazioni di K.

Converra' ancora ripetere che il disporre di numerose

celle di cancellazione nel traliccio ha un suo significato solo nel caso di piu´ clutter contemporanei.

In ogni caso in tab.6.2 sono riportate (in modo approssimato: N>>1) le varie operazioni (somme (o differenze) e prodotti (o divisioni) complesse) necessarie per realizzare la struttura di fig.6.38, riferendosi

- ad una singola cella in distanza
- riportando il costo computazionale relativo alla matrice di correlazione sulle N_R celle in distanza (infatti si ritiene di poter utilizzare la stima in oggetto su tutta l´area di fig.6.18).

Dai dati di tab.6.2 ne viene un ordine di grandezza delle operazioni interessate N^2, contro N^3 richiesto per l´inversione della matrice con la tecnica di Gauss-Jordan, ma certamente molto piu´ onerosa rispetto alla semplice FFT che, come e´ noto, si realizza con $(N/2)\log_2 N$ operazioni.

Tab.6.2

Costo computazione per algoritmo Levinson-Durbin			
Eq.	+/- (*)	x/:(*)	
(6.88)	$\frac{N \cdot N}{2}$	$\frac{N \cdot N}{2}$	**Stima della correlazione rapportata alla singola cella in distanza**
(6.128)	$\frac{N \cdot N}{2}$	$\frac{N \cdot N}{2}+N$	
(6.129)	$\frac{N \cdot N}{2}$	$\frac{N \cdot N}{2}$	
(6.130)	N	$2 \cdot N$	
Traliccio (fig.6.38)	$2 \cdot \frac{N \cdot N}{2}$	$2 \cdot \frac{N \cdot N}{2}$	
Totale	$2.5 \cdot N^2+N$	$2.5 \cdot N^2+3N$	

(*) Operazioni complesse.

Osservando ancora la <u>struttura a traliccio</u> di fig. 6.38 e considerando gli errori, che si propagano (in un senso e_{ji} e nell'altro b_{ji}) conviene pensare di agire direttamente su questi errori, ne nasce quindi l'applicabilita' dell'algoritmo di

g.2 <u>Burg</u> [12]

E' possibile notare infatti che il coefficiente di riflessione K_i puo' essere stimato direttamente dai dati di ingresso, valutando gli errori sia in avanti che indietro sulla struttura di fig.6.38, e mediando detti errori su tutte le celle in distanza [14]:

$$\hat{K}_{i+1} = \frac{-2 \sum_{j=1}^{N_R} \sum_{k=i+2}^{N} e_{i,k}(j)\, b^*_{i,k-1}(j)}{\sum_{j=1}^{N_R} \sum_{k=i+2}^{N} \{|e_{i,k}(j)|^2 + |b_{i,k-1}(j)|^2\}} \tag{6.138}$$

La (6.138), che puo' essere interpretata come una valutazione del coefficiente di correlazione fra gli errori, nasce dalla minimizzazione degli errori di predizione in avanti e dietro. Intuitivamente la (6.138) si giustifica allora dal fatto che, inserendo nella struttura di fig.6.38 nella cella i+1 il valore di K_{i+1} (valutato dalla correlazione degli errori, opportunamente mediati), si realizzera' una forma di sbiancamento nello stadio che segue.

E' chiaro quindi che ancora una volta l'attenzione si pone sulla ricerca di algoritmi che consentano la stima dei coefficienti di correlazione con basso costo computazionale.

In tab.6.3 e' riportato il costo computazionale relativo all'algoritmo di Burg, ripartendo ancora il costo relativo alla stima di K_{i+1}(r. (6.138)) su tutte le celle in distanza.

Anche se da un punto di vista del costo computazionale gli algoritmi di Levinson-Durbin e Burg sono pari, nel seguito si porra' particolare attenzione al traliccio secondo Burg, perche' appare una struttura piu' robusta, nel senso che eventuali errori nati nella stima dei coefficienti di riflessione o nelle operazioni (ad es. eventuale quantizzazione) tendono automaticamente a correggersi, data la sequenzialita' della stima degli errori. D'altra parte e' facile ritenere che nella valutazione della (6.138) (Burg) ci si possa limitare solo a due elementi azimutalmente, in quanto il contributo rilevante nella stima di K_i e' ottenuto

ad opera della stima in distanza. In tal modo il costo computazionale di cui alla prima riga di tab.6.3, (eq.(6.138), scende notevolmente ed il traliccio secondo Burg appare vantaggioso dal punto computazionale.

Tab.6.3

Costo computazionale per algoritmo di Burg		
	+/-	x/:
eq. (6.138)	$3\,\frac{N\cdot N}{2}$	$3\,\frac{N\cdot N}{2}+N$
Traliccio (fig.6.38)	$N\cdot N$	$N\cdot N$
Totale	$2.5\cdot N^2$	$2.5N^2+N$

h. Problemi di stima della correlazione

Per quanto detto nelle pagine che precedono il problema rilevante che si pone e´ quello della stima della correlazione o del coefficiente di correlazione. Detto problema si pone nei termini

- ricerca di algoritmi a piu´ basso costo computazionale
- riduzione di dati nello spazio $N\ N_R$ (fig.6.18) consentendo una diminuzione sempre del costo computazionale a fronte di un modesto incremento dell´errore di stima
- influenza dell´errore di stima sull´Improvement Factor (sua degradazione).

E´ stato necessario quindi valutare gli errori di stima, in termini di polarizzazione e varianza, per vari tipi di stimatori [18], [24].

In particolare in tab.6.4 sono riportati gli errori di stima di correlatori convenzionali sia per una elaborazione azimutale (dati sequenzialmente correlati) che in distanza (coppie tra di loro indipendenti); strutture miste saranno ancora valutabili facilmente combinando i risultati disponibili nella tabella.

Tab.6.4 - Correlazione

Evoluz. in azimut (segn. corr.)	Polarizzaz.	Varianza
$\hat{R}_{xx}(k)=\frac{1}{N-K}\sum_{n=K+1}^{N} x_n(j)x_{n-k}(j)$ $\hat{R}'_{xx}(k)=\frac{1}{N}\sum_{n=K+1}^{N} x_n(j)x_{n-k}(j)$	Ø $-\frac{K}{N}\cdot R_{xx}(k)$	$\frac{\sigma^4}{(N-K)^2}\sum_{r=K+1}^{N}\sum_{s=K+1}^{N}(\rho^2(r-s)+\rho(r-s+1)\cdot\rho(r-s-1))$ $\frac{(N-K)^2}{N^2}\, var\{\hat{R}_{xx}(k)\}$
Evoluz. in range (segn. indip.)		
$\hat{R}_{xx}(k)=\frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R} x_n(j)x_{n+k}(j)$	Ø	$\frac{\sigma^4}{N_R}[1+\rho^2(k)]$

Tab.6.5 - Coefficiente di correlazione

	Evoluzione in range		Evoluzione in azimut
	Polarizzazione	Varianza	Varianza
I $\hat{\rho}(k)=\frac{\sum_{j=1}^{N_R} x_n(j)x_{n+k}(j)}{\sum_{j=1}^{N_R} x_n^2(j)}$	$\sim \quad 0(\frac{1}{N_R})$	$\frac{1}{N_R}[1-\rho^2(k)]$	
II $\hat{\rho}(k)=\frac{2\sum_{j=1}^{N_R} x_n(j)x_{n+k}(j)}{\sum_{j=1}^{N_R}[x_n^2(j)+x_{n+k}^2(j)]}$	$\sim \frac{\rho(k)}{N_R}[1-\rho^2(k)]$	$\frac{1}{N_R}[1-\rho^2(k)]^2$	$\frac{[1-\rho^2(k)]^2}{N-K}+\frac{1}{(N-K)^2}\sum_{r=k+1}^{N}\sum_{\substack{s=k+1\\ s\neq r}}^{N}\{\rho^2(r-s)$ $+\rho^2(k)\rho^2(r-s)+\rho^2(k)\rho^2(r-s+k)+$ $+\rho(r-s-k)\rho(r-s+k)-2\rho(k)\cdot\rho(r-s)\cdot$ $[\rho(r-s-k)+\rho(r-s+k)]\}$
III $\hat{\rho}(k)=\frac{\sum_{j=1}^{N_R} x_n(j)x_{n+k}(j)}{\sqrt{\sum_{j=1}^{N_R} x_n^2(j)\cdot\sum_{j=1}^{N_R} x_{n+k}^2(j)}}$	$\sim \frac{\rho(k)}{2N_R}[1-\rho^2(k)]$	$\frac{1}{N_R}[1-\rho^2(k)\|^2$	
IV $\hat{\rho}(k)=\frac{\sum_{j=1}^{N_R} x_n(j)\,\mathrm{sgn}\,x_{n+k}(j)}{\sum_{j=1}^{N_R}\|x_n(j)\|}$	$\sim \quad 0(\frac{1}{N_R})$	$\frac{1}{N_R}\{\frac{\pi}{2}-2\rho(k)\,\mathrm{sen}^{-1}\rho(k)+\frac{\pi}{2}\rho^2(k)-2\rho^2(k)\sqrt{1-\rho^2(k)}\}$	

0(x) = Infinitesimo di ordine superiore a x.

Si dimostra peraltro essere piu' efficiente per le applicazioni in oggetto la stima del coefficiente di correlazione rispetto alla correlazione stessa.

In tab.6.5 sono raccolte le varie proprieta' di diversi stimatori, in particolare lo stimatore di segno (IV) sembra essere di particolare interesse nelle applicazioni radar, come ottimo compromesso prestazioni-costo.

Naturalmente nei casi pratici si e' interessati al problema della stima di correlazioni complesse; in tab.6.6 vengono allora indicati alcuni risultati specializzati per un clutter semplice nel solo caso elaborazione in distanza.

Converra' ora considerare quanto sia importante valutare il coefficiente di correlazione in tutto lo spazio di fig.6.18, in cui si suppone stazionario il fenomeno clutter. E' da ritenere peraltro che le informazioni ricavate da coppie indipendenti, ossia in distanza, debbono aver maggiore significativita' rispetto a quelle in azimut, infatti in azimut il segnale e' fortemente correlato. In fig.6.39 e' riportato (tratteggiato) in funzione della larghezza di banda del clutter ($\sigma_f \cdot T$) (ipotesi di un solo clutter gaussiano) l'andamento del rapporto fra le coppie in azimut (N_C) e quelle in range (N_R) necessarie per avere separatamente pari varianza nell'errore di stima del coefficiente di correlazione. Questo andamento e' stato ottenuto utilizzando gli stimatori II e III di tab.6.5.

Onde valutare la degradazione dello stimatore del coefficiente di correlazione di segno (IV) (v. Tab.6.5) rispetto al convenzionale (II o III) in fig.6.39 a tratto continuo e' riportato anche il rapporto fra il numero degli elementi indipendenti in distanza necessari per lo stimatore IV (N_{RS}) e il numero dei corrispondenti elementi per lo stimatore II o III (N_{RC}) al fine di ottenere la stessa varianza dell'errore di stima. Detto rapporto e' ancora funzione di $\sigma_f \cdot T$.

i. Influenza dell'errore di stima della correlazione sull'Improvement Factor

Procedendo in modo analogo a quanto effettuato nel par. 6.4.c), e' ora necessario valutare il comportamento della (6.76) quando i vari pesi sono stimati:

$$\hat{IF}_A = \frac{\hat{\underline{W}}^T \hat{\underline{W}}^*}{\hat{\underline{W}}^T \underline{R}_{cc} \hat{\underline{W}}^*} \tag{6.139}$$

Tab.6.6

Stimatore complesso	Valore atteso		Varianza	
	P. Reale	P. Immag.	P. Reale	P. Immag.
$\hat{R}_{zz}(k)=\frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R} z_n(j)\cdot z^*_{n+k}(j)$	$2\sigma^2\rho(k)\cos\omega_d KT$	$2\sigma^2\rho(k)\,\mathrm{sen}\,\omega_d KT$	$\frac{2}{N_R}\sigma^4[1+\rho^2(k)\cos 2\omega_d KT]$	$\frac{2}{N_R}\sigma^4[1-\rho^2(k)\cos 2\omega_d KT]$
$\hat{\rho}(k)=\frac{\frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R} z_n(j)\cdot z^*_{n+k}(j)}{\sqrt{\frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R}[z_n(j)]^2\cdot\frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R}[z_{n+k}(j)]^2}}$	$\rho(k)\cos\omega_d KT$	$\rho(k)\,\mathrm{sen}\,\omega_d KT$	$\frac{1}{2N_R}[1-\rho^2(k)]\cdot[1-\rho^2(k)\cos^2\omega_d KT]$	$\frac{1}{2N_R}[1-\rho^2(k)]\cdot$ $[1-\rho(k)\,\mathrm{sen}^2\omega_d KT]$
$z_n=(x_n+jy_n)e^{j\omega_d nT}$ $\rho(k)=\frac{\overline{x_n(j)\cdot x_{n+k}(j)}^{\,j}}{\overline{x_n(j)}^{\,j}}=\frac{\overline{y_n(j)\cdot y_{n+k}(j)}^{\,j}}{\overline{y_n(j)}^{\,j}}$				

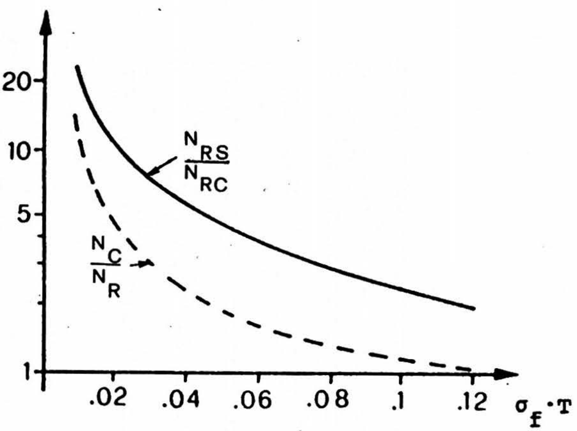


Fig.6.39 - Andamenti relativi all'incremento del numero di celle per avere pari errori di stima nel caso di:

------- elaborazione effettuata in azimut invece che in distanza (stimatore II (III) di tab.6.5)

——— elaborazione effettuata con stimatore di segno (IV) invece che on quello convenzionale II (III)

La tecnica di stima analizzata si riferisce allo stimatore convenzionale (6.88), in azimut e distanza.

Converra' introdurre una figura di merito analoga alla (6.91)

$$\gamma_A = \frac{\hat{IF}_A}{IF_{Aw}} \qquad (6.140)$$

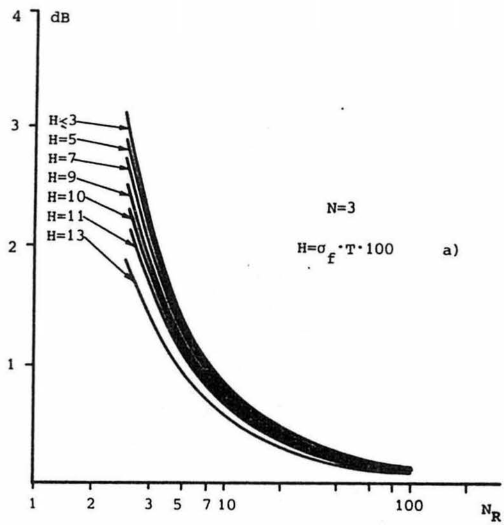
dove IF_{Aw} e' l'Improvement Factor valutato secondo la (6.111) e (6.112) (B con 1 laterale).

Di γ_A e' stato valutato il valore atteso e la varianza; in particolare il valore atteso diviene:

$$\bar{\gamma}_A = \frac{1}{N_R+1} \frac{tr(\underline{R}_{cc}^{-1})}{IF_{Aw}} + \frac{N_R-N+1}{N_R+1} \qquad (6.141)$$

dove tr(.) e' la traccia della matrice R_{cc}^{-1} o somma degli elementi della sua diagonale principale.

In fig.6.40 sono riportati gli andamenti dell'inverso della (6.141) per i valori di N=3,8,16 al variare della dimensione N_R (distanza). Questi andamenti vanno confrontati con i corrispondenti di fig. 6.19 del caso "elaboratore doppler". In realta' gli andamenti di fig.6.40 sono parametrizzati rispetto alla banda percentuale del clutter ($H=100\ \sigma_f \cdot T$). Per H molto piccoli ($\sigma_f T<.01$) detti andamenti coincidono con quelli di fig.6.19, che possono quindi essere assunti cautelativamente come indicativi degli elementi $N\ N_R$ necessari per avere una determinata perdita in IF, indipendentemente dalla banda frazionale del clutter (sempre inteso a spettro gaussiano e di un solo tipo).



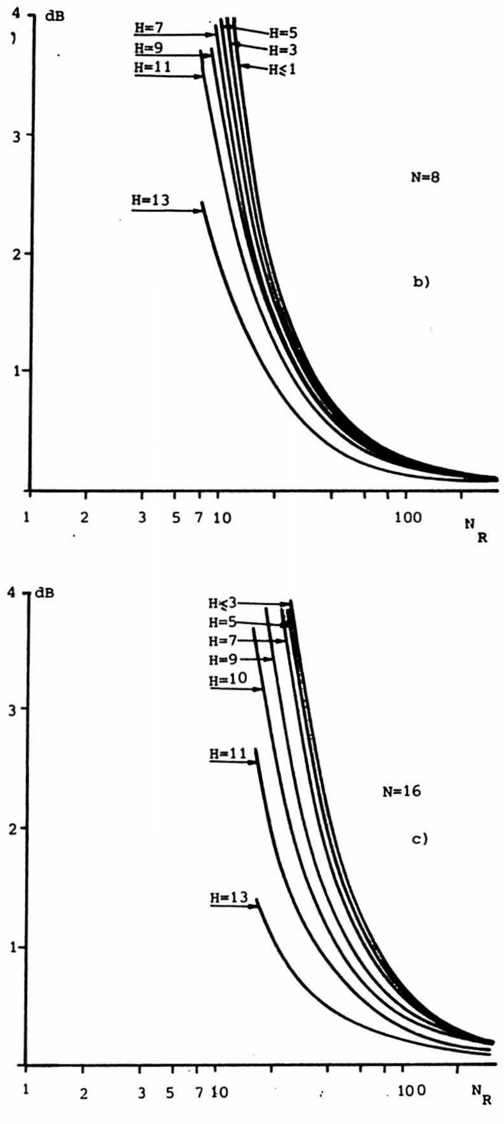


Fig.6.40 - Andamento della degradazione dell'IF per ADMTI adattivi dovuto alla limitata zona di stima in distanza N_R ed azimut N.

Volendo analizzare piu´ a fondo le problematiche connesse agli effetti degli errori di stima sull´IF occorrera´ procedere a diverse analisi specifiche per cui si rimanda alla letteratura.

6.6. Sbiancamento e tecnica di integrazione coerente

I residui del clutter dopo un elaboratore del tipo di quello di fig.6.38 potranno ritenersi come un rumore bianco, allora si pone il problema di realizzare il filtraggio adattato su questo rumore e per quanto gia´ detto un tale filtro e´ un elaboratore DFT.

Naturalmente al fine di rendere possibile una tale elaborazione e´ necessario stimare il segnale in ogni sweep della j-esima cella in distanza (v. fig.6.18).

D´altro canto osservando le varie uscite dai vari sommatori di cui in fig.6.38, appare chiaro come ogni uscita possa essere utilizzata per la stima dei punti interni della stringa j-esima in esame: sara´ sufficiente ritenere come se si avesse a disposizione un traliccio di una dimensione corrispondente inferiore.

Allora al fine di realizzare lo sbiancamento e contemporaneamente l´integrazione coerente in [23] e´ stato proposto lo schema riportato in fig.6.41, in cui al traliccio di fig.6.38 e´ unito un elaboratore FFT che opera sui singoli punti che possono essere ottimamente stimati.

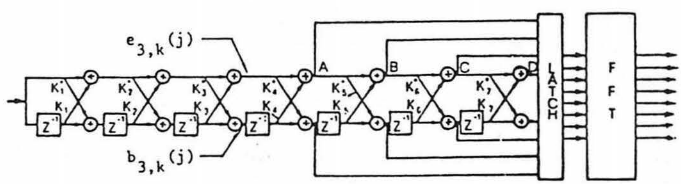


Fig.6.41 - Schematizzazione di un elaboratore sbiancante e che opera una integrazione coerente.

In ogni caso la schematizzazione di fig.6.41 si riferisce ad un "batch" di 8 sweep, numero spesso usato nel caso di radar di avvistamento, corrispondente ad uno "spacchettamento" per due del numero di impulsi sul bersaglio pari a 16. A questo particolare caso ci si riferira´ anche nel se-

guito.

Il problema fondamentale che nasce da una tale struttura e' quello relativo alla possibilita' di aggancio da parte di un segnale utile. Un segnale (per il momento si pensi ad un segnale non codificato, per segnali codificati il problema verra' affrontato nel seguito) si presenta come una stringa di campioni fortemente correlati in azimut; e' chiaro allora che occorrera' impedire che questi vengano considerati nella stima dei coefficienti di riflessione, perche', se cio' avvenisse, si verificherebbe la cancellazione anche del segnale con evidente degrado dell'IF.

Al fine di identificare segnali utili da clutter in una certa regione N_R N (fig.6.18) e' possibile procedere ad una valutazione del coefficiente di riflessione (eq. (6.138)) relativamente ad ogni singola cella in distanza:

$$(6.142) \qquad \hat{K}_{i+1}(j) = \frac{-2 \sum_{k=i+2}^{N} e_{i,k}(j)\, b^{*}_{i,k-1}(j)}{\sum_{k=i+2}^{N} \{|e_{i,k}(j)|^2 + |b_{i,k-1}(j)|^2\}}$$

Se si rappresentano questi coefficienti sul piano complesso, essi si troveranno tutti all'interno di un cerchio unitario distribuiti a seconda della loro fase; una loro rappresentazione, come frutto di una particolare simulazione, e' riportata in fig. 6.42a). In particolare nella simulazione in questione il segnale utile (individuato dall'asterisco piu' grande) e' stato posto ad una doppler pari a quella del clutter, ma ad un livello di molto superiore; in tale condizione appare immediato come sia ben difficile separare il segnale utile e quindi la stima del coefficiente di riflessione del traliccio (6.138) verra' fortemente influenzata dal segnale utile, che conseguentemente sara' cancellato con evidenti notevoli perdite.

Al fine di evitare questo inconveniente, ossia di consentire una "superclutter visibility" sara' necessario individuare le eventuali celle in distanza non utili alla stima del clutter. A tale scopo converra' riconsiderare la (6.142) ed analizzare la:

$$(6.143) \qquad \hat{K}'_{i+1}(j) = \frac{-2 \sum_{k=i+2}^{N} e_{i,k}(j)\, b^{*}_{i,k-1}(j)}{\sum_{j=1}^{N_R} \sum_{k=i+2}^{N} \{|e_{i,k}(j)|^2 + |b_{i,k-1}(j)|^2\}}$$

dove e' stata aggiunta una normalizzazione rispetto alla potenza totale del "batch". Questa normnalizzazione dei vari coefficienti di riflessione relativi alle singole celle in distanza consente una discriminazione non solo in fase (v. (6.142) e fig.6.42a)), ma anche in potenza.

L'effetto che ne deriva e' mostrato in fig.6.42b), dove le scale sono espanse al fine di consentire una migliore visualizzazione della distribuzione dei vari coefficienti. Ne nasce la possibilita' di individuazione delle celle relative ai segnali utili, individuando sul piano complesso, tramite la valutazione dei coefficienti determinati dalla (6.143), le zone di validita'.

Si puo' quindi procedere alla definizione dello

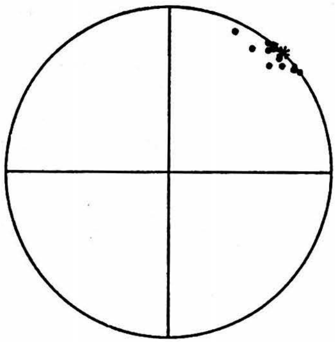
a) algoritmo di scarto

che determina lo scarto, ai fini della cancellazione, delle celle che contengono un segnale utile. Detto algoritmo puo' essere configurato nel modo che segue:

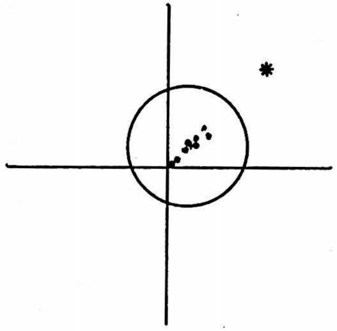
- trovare il baricentro dei vari $\hat{K}'(j)$ (eq. (6.143))
- valutare la distanza media dei vari punti dal baricentro
- moltiplicare detta distanza media per un coefficiente (α_0) (da ottimizzare), ottenendo la "soglia segnale"
- considerare segnale utile tutte le celle che corrispondono a valori di $\hat{K}(j)$ che capitano all'esterno del cerchio con centro nel baricentro e raggio "soglia segnale".

Il cerchio, come ottenuto da una particolare simulazione, e' riportato ancora in fig.6.42b), dove e' ben visibile la capacita' di eliminare la cella contenente un segnale utile.

L'ottimizzazione del coefficiente α_0, di cui nell'algoritmo sopra accennato, in [25] e' stata realizzata su base sperimentale considerando il numero di celle scartate (N_S), in presenza del solo rumore. L'indagine di cui sopra e' stata condotta considerando disponibili azimutalmente tutte le coppie possibili (N=8) o anche solamente 1 coppia (N=2), tenendo presente (in questo ultimo caso) la rilevante correlazione azimutale (dovuta al clutter) e quindi la scarsa informazione dovuta alle coppie contigue (ai fini della cancellazione del clutter) e ritenendo importante il dover ridurre il costo computazionale.



a)



b)

Fig.6.42 - Coefficienti di correlazione su singola cella [stadio n.1 (i=0)]:
a) eq. (6.142)
b) eq. (6.143)

In fig.6.43 e´ riportato (sempre da una simulazione) il numero medio di celle scartate sulle 16 disponibili in distanza e, come ai vede, gli andamenti nei due casi (N=2 e N=8) sono analoghi. Il valore di α_0 che e´ sembrato piu´ opportuno scegliere per il caso sotto analisi, per non degradare troppo la stima con un´eccessivo scarto, e´ α_0 =3 ed in fig.6.44 e´ riportato il numero medio degli scarti nei vari stadi del traliccio.

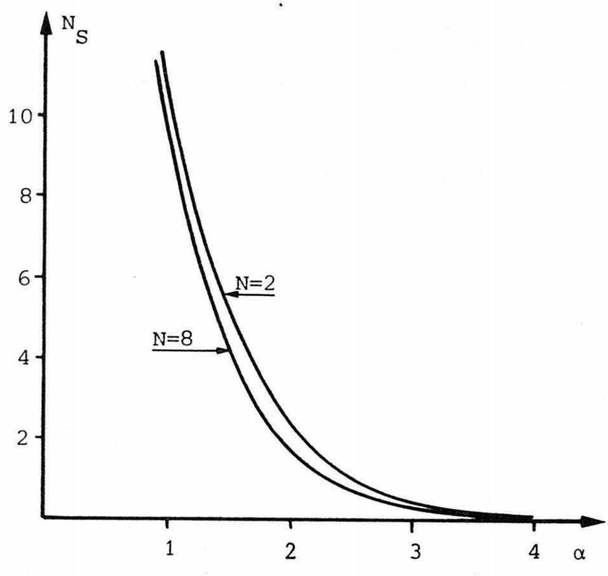


Fig.6.43 - Numero di celle scartate mediamente al variare del fattore moltiplicativo (presenza del solo rumore).

Converra´ notare d´altro canto che i bersagli utili rimangano sempre piu´ evidenziabili man mano che si avanza con il processo di cancellazione; puo´ essere allora conveniente, in talune applicazioni, predisporre uno stadio "fittizio" del traliccio che separi a priori i segnali utili.

L´algoritmo di scarto di cui sopra in realta´ puo´ gia´ consentire la rivelazione di segnali in ambiente di clutter e rumore, ma spesso interessera´ continuare il processo di elaborazione al fine di operare ad es. in ambiente multibersagli.

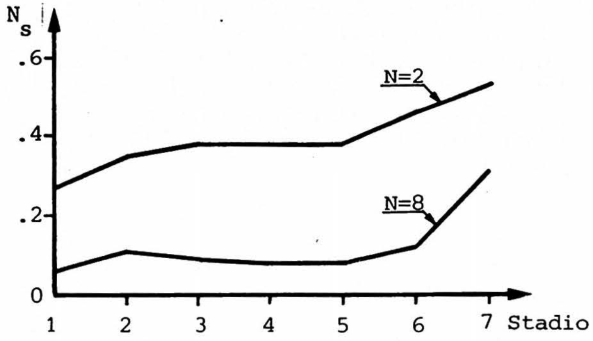


Fig.6.44 - Numero di celle scartate mediamente ad ogni stadio (α_o=3; N_R=16).

Il comportamento del sistema di cui in fig.6.41 in

b) <u>presenza di solo rumore</u>

e' valutabile tramite

. gli andamenti del modulo del coefficiente di riflessione nei singoli stadi (v. fig.6.45), il valore dei quali costituisce una stima di quanto il rumore si correli nel traliccio stesso.
. il livello del segnale in uscita dai singoli filtri del banco FFT. Detto livello (v. fig.6.46) appare analogo fra i vari filtri, cio' dimostra ancora che il rumore rimane bianco. Il valore di $\sim$9 dB e' dovuto al fatto che la FFT introduce un guadagno, sul livello di rumore in ingresso (posto, nel caso in questione, a 0 dB) pari al numero di impulsi N; nella simulazione N=8$\rightarrow$10 log N=9dB.

Peraltro ha luogo

c) <u>una distorsione spettrale del segnale utile</u>

ad opera dei vari coefficienti di riflessione che non sono nulli anche in presenza di solo rumore (v. fig.6.45); infatti in queste condizioni le varie prese A,B,C e D e le corrispondenti prese nella zona inferiore del traliccio di fig. 6.41, che vengono ad interessare le varie celle azimutali (della cella in distanza j-esima sotto osservazione) consentendone la estrazione dei vari campioni, sono interessate

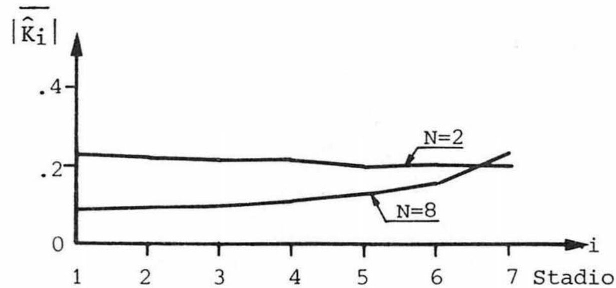


Fig.6.45 - Andamento del valore atteso del modulo dei coefficienti di riflessione stimati su solo rumore.

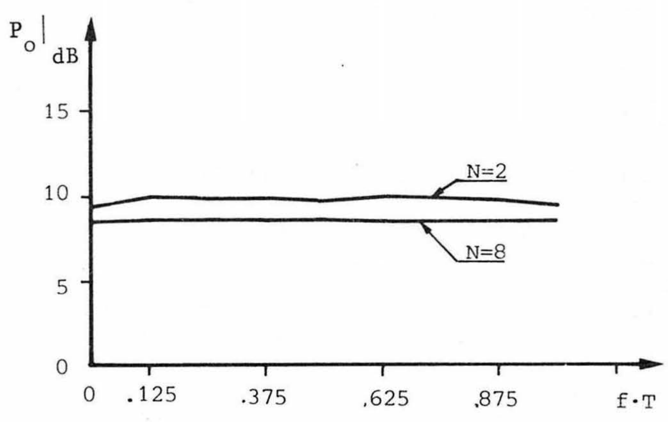


Fig.6.46 - Spettro dei residui di rumore all'uscita del banco di filtri (le varie uscite dei vari filtri sono unite da una curva a tratto continuo).

dai vari K_i. Valori K_i diversi da zero alterano i campioni dei segnali provenienti dalla j-esima cella per modo che anche un tono sinusoidale che dovrebbe apparire dopo l'FFT solo nel filtro corrispondente (centrale nella schematizzazione di fig.6.47) interessa tutti i filtri.

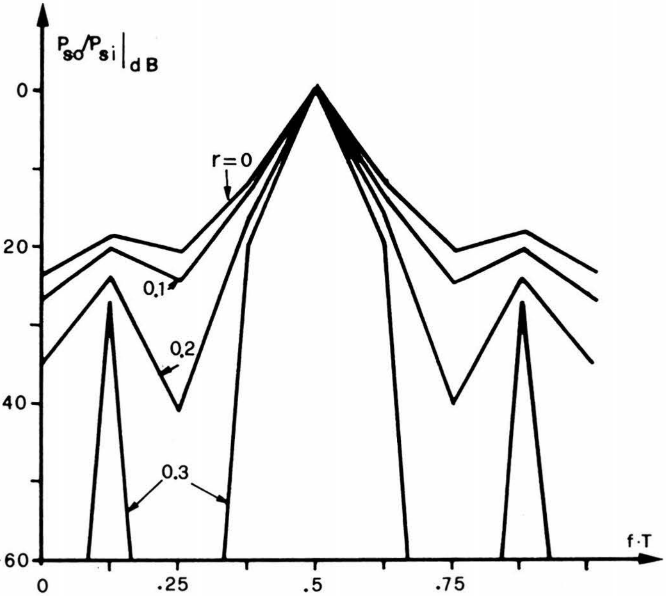


Fig.6.47 - Uscita FFT per segnale sinusoidale (f_s=PRF/2) al variare della soglia r (per N=2). Filtraggio interrotto quando $|\hat{K}_i|$<r: modalita' α) di pag.473.

L'uscita di un tono sinusoidale dall'elaboratore FFT si manifesta quindi con una presenza di lobi laterali che condiziona la visibilita' spettrale in ambiente con piu' bersagli contemporanei a frequenze doppler differenti (multibersaglio-multispettrale). Detta problematica non potra' ovviamente essere risolta con metodologie che facciano ricorso a reti di pesatura, ma unicamente disponendo una soglia (r) che "azzeri" i coefficienti di riflessione inferiori ad un certo valore: in presenza di solo rumore detti coefficienti hanno infatti valori naturalmente bassi come da fig.6.45. Cio' corrisponde, in ambiente con clutter, ad interrompere il filtraggio quando il livello dei residui scende al di sotto del rumore; in altre parole poiche' in presenza di solo rumore i vari coefficienti di riflessione dovrebbero essere nulli (dato il fatto che i vari campioni di rumore

sono scorrelati), converra´ forzarli a tale valore, valutando volta per volta se si e´ al di sotto della soglia r.

In realta´ una volta che allo stato i-esimo del traliccio si sia ottenuto $|\hat{K}_i|<r$ e´ possibile

α) interrompere il filtraggio negli stadi successivi
β) ripetere il test di cui sopra nei singoli stadi
γ) ripetere il test nello stadio successivo e qualora $|\hat{K}_{i+1}|<r$ interrompere il filtraggio negli stadi che seguono.

Le modalita´ di cui in β) e γ) hanno interesse perche´ in ambiente multiclutter anche in assenza di cancellazione puo´ capitare di trovarsi sotto la soglia r (per ad es. una particolare posizione spettrale di due clutter) e l´utilizzazione della tecnica α) comprometterebbe la cancellazione globale.

Usando le metodologie α), β) o γ) sara´ necessario ottimizzare r per ciascuna di esse, al fine di ottenere una particolare dinamica. In ogni caso la tecnica α) consente di lavorare con valori di r molto piu´ bassi come traspare dagli andamenti di figg.6.47, 6.48. Valori bassi di r consentono una migliore operativita´ in ambiente di clutter, ma in ogni caso la definitiva scelta della modalita´ operativa e del valore di r e´ condizionata

. dall´ipotesi del tipo di clutter atteso
. dalla dinamica possibile dei segnali utili

Confrontando peraltro gli andamenti di fig.6.47 con quelli di fig.6.49 e´ possibile valutare l´efficacia di una migliore stima di K_i: infatti nel costruire l´andamento di fig.6.49 la stima (v. eq.(6.138)) e´ stata effettuata utilizzando un numero di celle azimutali pari a 8 (N=8), mentre nel caso di fig.6.47 N era eguale a 2.

Nell´esaminare i residui del clutter in uscita del traliccio converra´ ricordare la (6.130) ossia, per l´i-esimo stadio del traliccio, il livello dei residui in uscita e´ determinato dalla relazione

$$P_{coi} = (1-|K_i|^2)\,P_{cii} \tag{6.143}$$

con ovvio significato dei simboli. Data la struttura della (6.143) si intuisce immediatamente come il comportamento del traliccio sia fortemente dipendente dalla larghezza spettrale oltre che dal livello del clutter stesso, come esemplificato in fig. 6.50a).

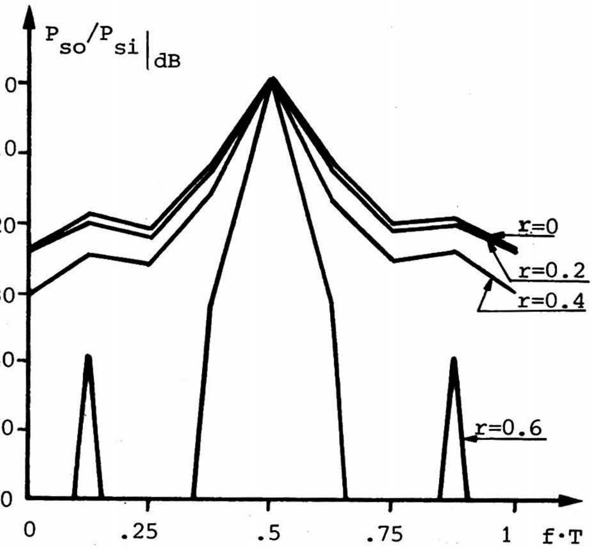


Fig.6.48 - Uscita FFT per segnale sinusoidale ($f_s \cdot T=0.5$) al variare della soglia r. Confronto con la soglia ripetuto ad ogni stadio (N=2) (β).

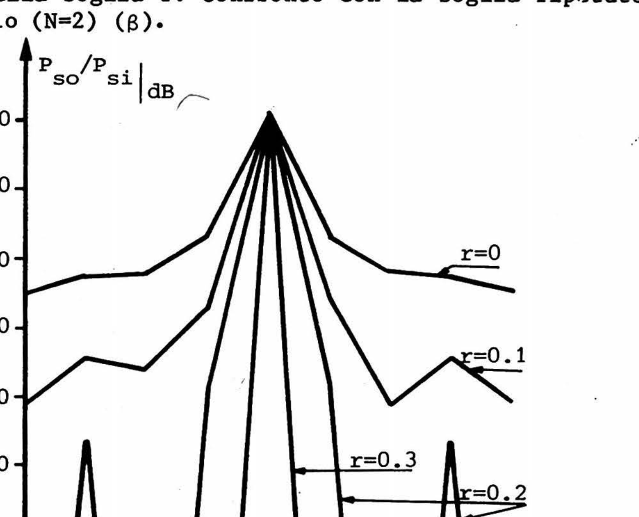


Fig.6.49 - Uscita FFT per segnale sinusoidale ($f_s \cdot T=0.5$) al variare della soglia r. Filtraggio interrotto quando $|\hat{K}_i| < r$ (N=8) (α).

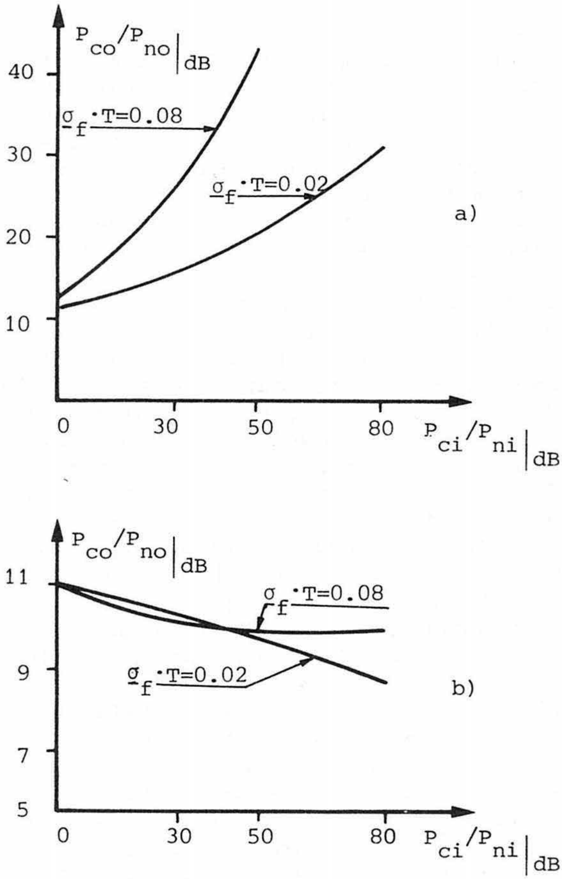


Fig.6.50 - Livello medio dei residui in uscita dal banco di filtri (N=2)

a) traliccio non normalizzato

b) traliccio normalizzato

Si e´ pensato allora, per rendere indipendente l´uscita dall´ingresso (per ragioni di dinamica e di ottenimento della condizione CFAR), di utilizzare il cosiddetto

d) traliccio normalizzato

cioe´ di dividere per il fattore di attenuazione $\sqrt{1-|K_i|^2}$ le singole uscite dei singoli stadi del traliccio. In questo modo il livello dei residui in uscita risulta abbastanza indipendente dalla potenza di clutter in ingresso ed al di sotto del livello del rumore che si e´ detto essere di 9 dB. In fig. 6.50b) sono riportate le caratteristiche ingresso-uscita per N=2 del traliccio cosi´ normalizzato (per N=8 le cose praticamente non variano). Si vede come si sia raggiunta una discreta indipendenza dei residui dalla potenza d´ingresso del clutter.

Per quanto concerne la distribuzione spettrale dei residui (clutter+rumore) in fig.6.51a) e b) sono riportati degli andamenti per due larghezze di banda di un clutter gaussiano (posizionato a frequenza doppler 0.5/T) per diversi valori del livello del clutter. In ogni caso si ottengono dei residui di clutter a livello inferiore a quello del rumore (considerato in assenza del clutter stesso), per bassi rapporti clutter a rumore e´ il rumore che maschera la distribuzione spettrale dei residui. Si osservi la presenza di "buchi" nella distribuzione in frequenza dei residui (per alti rapporti clutter a rumore), in prossimita´ di brusche variazioni dello spettro d´ingresso. Questi sono dovuti all´errore di modellizzazione che si commette cercando di ricostruire il processo d´ingresso per mezzo di uno AR di ordine necessariamente finito.

Il traliccio normalizzato si basa sulla normalizzazione del livello di clutter in ingresso e successivamente all´uscita dei singoli stadi; peraltro la presenza di segnali utili di livello notevole potrebbe rendere inefficiente la normalizzazione su clutter. Si ritiene necessario introdurre allora una seconda normalizzazione relativa alle sole celle utilizzate nella stima. In altre parole grazie all´algoritmo di scarto e´ possibile escludere le celle, in cui e´ prevista la presenza di segnale, oltre che dalla stima anche dalla normalizzazione.

L´algoritmo che ne viene e´ descritto in fig. 6.52 e si riferisce al singolo stadio del traliccio di cui in fig. 6.41.

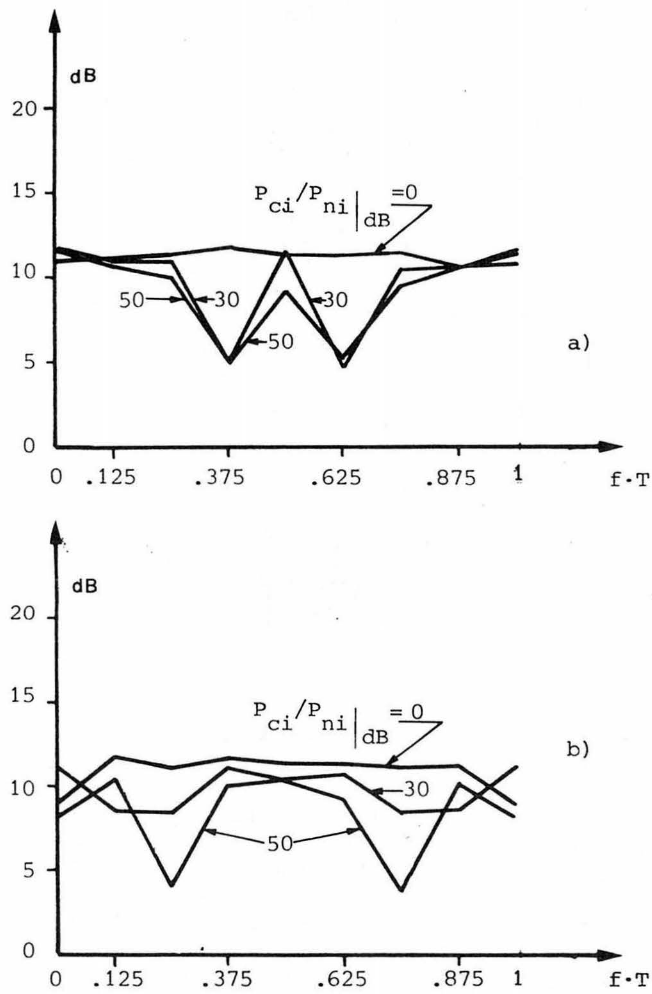


Fig.6.51 - Distribuzione spettrale dei residui in uscita dal FFT (traliccio normalizzato N=2)

a) $\sigma_f \cdot T=0.08$

b) $\sigma_f \cdot T=0.02$

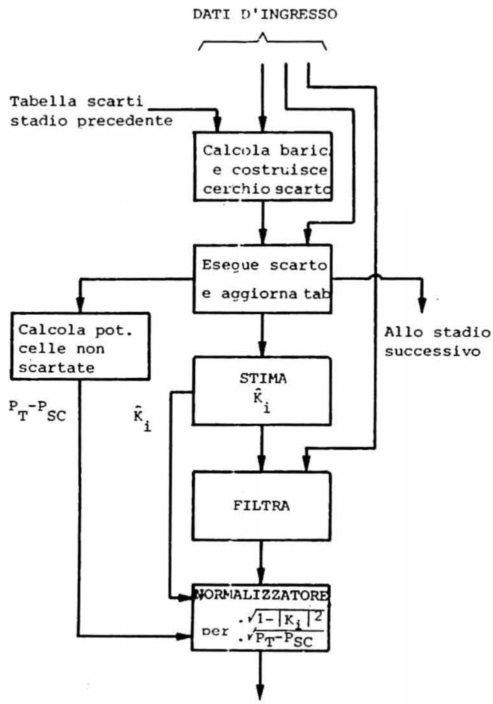
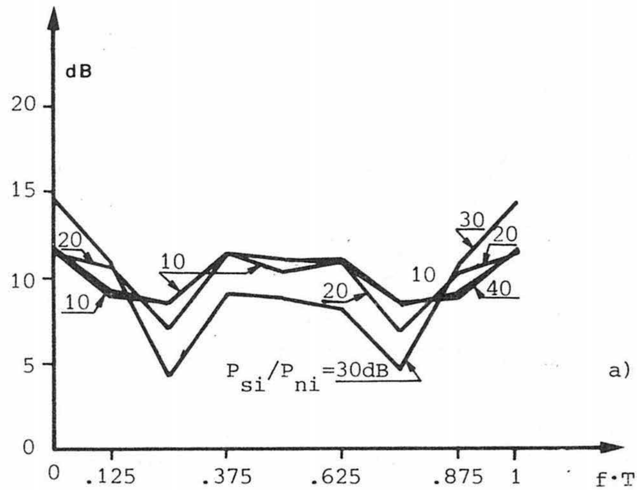


Fig.6.52 - Algoritmo di stima e normalizzazione dell'i-esimo stadio del traliccio normalizzato (v. fig.6.41).

In assenza di tale normalizzazione e' ben prevedibile che i livelli di uscita siano dominati dal segnale stesso, mentre i risultati disponibili in un caso particolare procedendo alla normalizzazione di cui sopra, sono riportati in fig.6.53a), al variare del livello di un segnale sinusoidale (utile) posto nella sola cella centrale del "batch".

E' possibile osservare che una certa criticita' esiste nel caso che il livello di clutter sia pari a quello del segnale utile e questa criticita' puo' essere superata realizzando il pre-stadio "fittizio" del traliccio, cui si e' accennato, allo scopo di poter disporre di una previsione sulle celle da scartare prima della cancellazione e quindi della normalizzazione. In fig.6.53b) e' riportato l'andamento spettrale che ne consegue, praticamente indipendente dal rapporto segnale a rumore di ingresso.



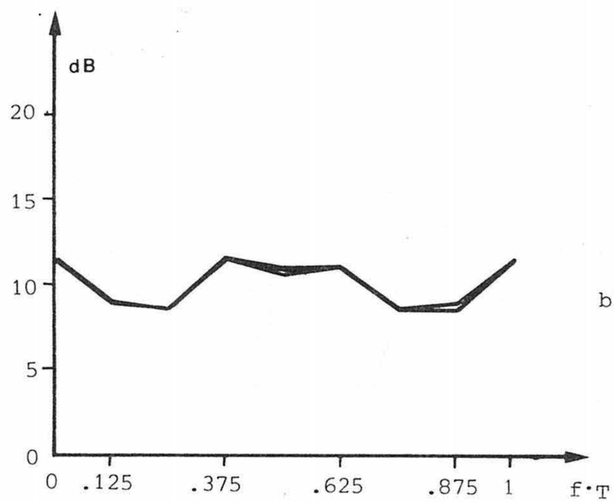


Fig.6.53 - Spettro d'uscita dei residui di clutter (P_{ci}/P_{ni} ($P_{ci}/P_{ni} \to 30$ dB; $\sigma_f \cdot T=0.02$; $f_c=0$) in presenza di segnale utile ($f_s \cdot T=0.5$)

a) algoritmo di fig.6.52 (N=2)

b) utilizzazione dello stadio fittizio (N=2)

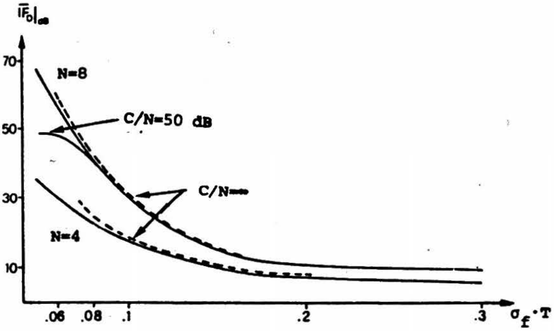


Fig.6.54 - Valori di IF ottimi da [9] (andamento tratteggiato) e valori ottenuti dalla simulazione (schema di fig.6.41).

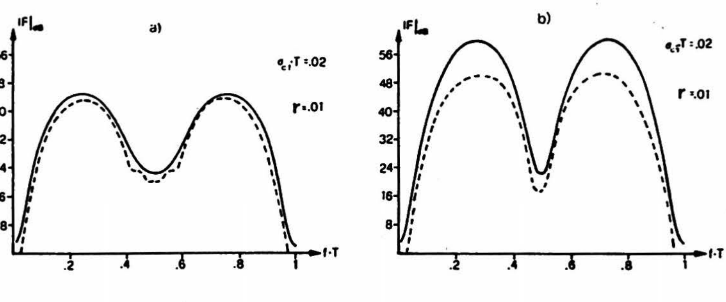


Fig.6.55 - Improvement Factor da
———— elaboratore doppler ottimo
-------- elaboratore di cui in fig.6.41
a) $\sigma_{f2} \cdot T=0.05$
b) $\sigma_{f2} \cdot T=0.02$

Per quanto riguarda l'Improvement Factor, conformemente alla (6.74) se ne e' valutato il valore al variare della frequenza doppler $IF_D(f)$ e poi si e' proceduto ad una media su tutte le doppler possibili. Si e' constatato quindi con il traliccio che per bassi valori di larghezza di banda del clutter ($\sigma_f T<0.1$) si e' ottenuto praticamente l'IF dello ADMTI, mentre le cose cambiano per $\sigma_f T$ elevati ottenendo il guadagno di integrazione (v.(6.87)).

La fig.6.54 mostra l'ottimo valore di IF come valutato in [9] ed i risultati della simulazione come ottenuti utilizzando lo schema di fig.6.41.

In fig.6.55 sono riportati gli andamenti di IF_D in funzione della frequenza doppler del segnale utile in ambiente definito da un doppio clutter tipico nei radar di avvistamento (rapporto fra i clutter 20 dB). In realta' l'IF e' stato valutato considerando volta per volta l'uscita dal particolare filtro della FFT che ne consentisse il massimo valore.

Nella trattazione fin qui svolta si e' sempre considerato come segnale utile, un impulso non modulato con frequenza pari alla doppler del target. Converra' ora valutare le prestazioni nel caso in cui si abbia un

e) <u>segnale utile codificato</u>

Si prendera' in esame un codice Barker a 13 elementi ma i risultati possono estendersi facilmente anche al Chirp.

E' immediato constatare che qualora si usasse l'algoritmo come posto in fig.6.52 si avrebbero notevoli perdite sul segnale, a causa della presenza delle "code" del codice che, all'aumentare della potenza, si vengono a trovare al di sopra del rumore e determinano, nuovamente, il deleterio fenomeno dell'aggancio sul segnale. La stima dei coefficienti del filtro avviene infatti sul segnale (anzi, piu' propriamente, sulle "code" perche' il picco viene scartato) ed il risultato e' la cancellazione del segnale stesso.

Subentra allora la necessita' d'introdurre un secondo criterio di scarto delle celle in distanza, su cui si effettua la stima dei coefficienti del filtro. Le caratteristiche del codice permettono una notevole semplificazione di questa seconda cernita. E' infatti gia' noto, una volta individuato il picco, che le code si troveranno alla stessa frequenza, ma a potenza inferiore (23 dB sotto nel Barker).

Si scarteranno allora tutte quelle celle la cui intercorrelazione verra´ a cadere all´interno di una circonferenza centrata nell´origine e di raggio (soglia-codice) pari ad una frazione della distanza del picco dal centro stesso, essendo questa individuata dalla sua potenza.

Si tratta di un´estensione dell´algoritmo di fig.6.52.

Infatti dopo aver eseguito la determinazione delle celle di segnale utile come celle piu´ lontane dalla posizione delle piu´ numerose sul piano individuato (in coordinate polari) dalle frequenze doppler e dal livello, si procede ad una rivalutazione delle celle che possono essere considerate lobi laterali, valutando il livello connesso alle celle in questione per l´identificazione di eventuale clutter. In altre parole il clutter viene considerato come tale se superiore al livello dei lobi laterali.

Tutto cio´ implica che il segnale sia stato "compresso" attraverso il filtro adattato prima di aver operato l´adattivita´. Naturalmente se il numero delle celle residue (di clutter) e´ eccessivamente basso si ritiene opportuno di dover azzerare i vari coefficienti del filtro procedendo direttamente alla integrazione coerente.

Al fine di valutare le prestazioni di un tale algoritmo e´ stato realizzato un simulatore (secondo una metodologia che puo´ ritenersi classica) per un codice di Barker (13 elementi):

- simulazione del rumore
- simulazione del segnale e formazione della coda per accoppiamento sulle celle contigue
- simulazione del clutter
  - generazione di elementi di clutter scorrelato sulle singole celle in distanza
  - generazione del modello del clutter con code tramite accoppiamento su celle contigue in distanza (come per il segnale).

Le prestazioni dell´algoritmo sopra definito sono quindi evidenziabili ancora su diagrammi polari del tipo di quello di fig.6.56, come risultato da una particolare simulazione in assenza di clutter.

In particolare in fig.6.56 sono riportati i coefficienti di riflessioni per stadio (6.143) e le soglie che nascono dall´algoritmo, all´ingresso del primo e del secondo stadio del traliccio. In realta´ all´ingresso del secondo stadio del traliccio (fig.6.56b)) data l´espansione adottata nelle scale il segnale non e´ visibile in quanto ben lontano dalla zona disegnata. La soglia-codice per la determinazione dei

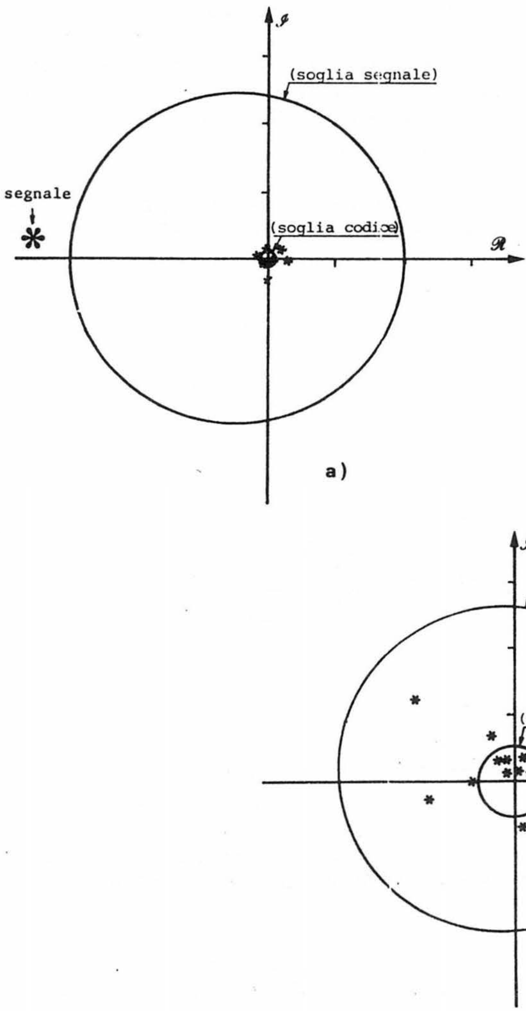


Fig.6.56 - Distribuzione dei coefficienti di correlazione (eq.(6.143) e soglie relative su singole celle (soglia codice a -18 dB) in assenza di clutter; $f_s \cdot T=0.5$; $P_{si}/P_{ni}=10$ dB

a) ingresso stadio 1

b) ingresso stadio 2

lobi laterali e' posta a -18 dB rispetto al valore stimato nella cella "scartata".

Gli spettri dei residui dei clutter che si ottengono sono ovviamente analoghi a quelli di fig. 6.51 ed in particolare in fig.6.57 e' riportato un andamento tipico da confrontare con quello di fig. 6.51b).

Il comportamento globale dell'algoritmo in presenza di clutter puo' essere affrontato valutando ancora i coefficienti di correlazione su singola cella (eq.(6.143)) come riportato in fig. 6.58; il segnale utile e' messo a "mezza campata" ($f_s \cdot T=0.5$).

E' interessante notare, anzitutto, la distribuzione dei punti, che, si ricordi, rappresentano le correlazioni relative alle singole celle in distanza, all'ingresso del primo stadio.

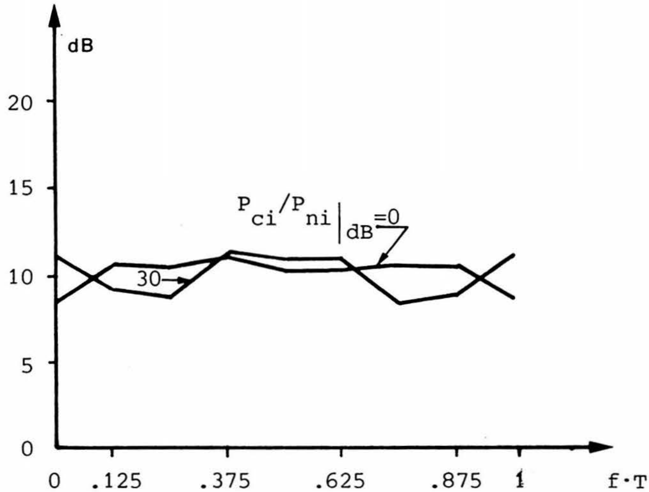


Fig.6.57 - Distribuzione spettrale dei residui in uscita dalla FFT. Codice di Barker. Singolo clutter ($\sigma_f \cdot T=0.02$)N=2. Segnale assente

Si puo' vedere da fig.6.58 come, fin dal secondo stadio, le code acquistano importanza; infatti le intercorrelazioni tendono ad addensarsi al centro. Cio' significa che il clutter e' gia' sufficientemente sbiancato (si tratta, infatti, di clutter stretto) e diventa percio' inutile proseguire il filtraggio.

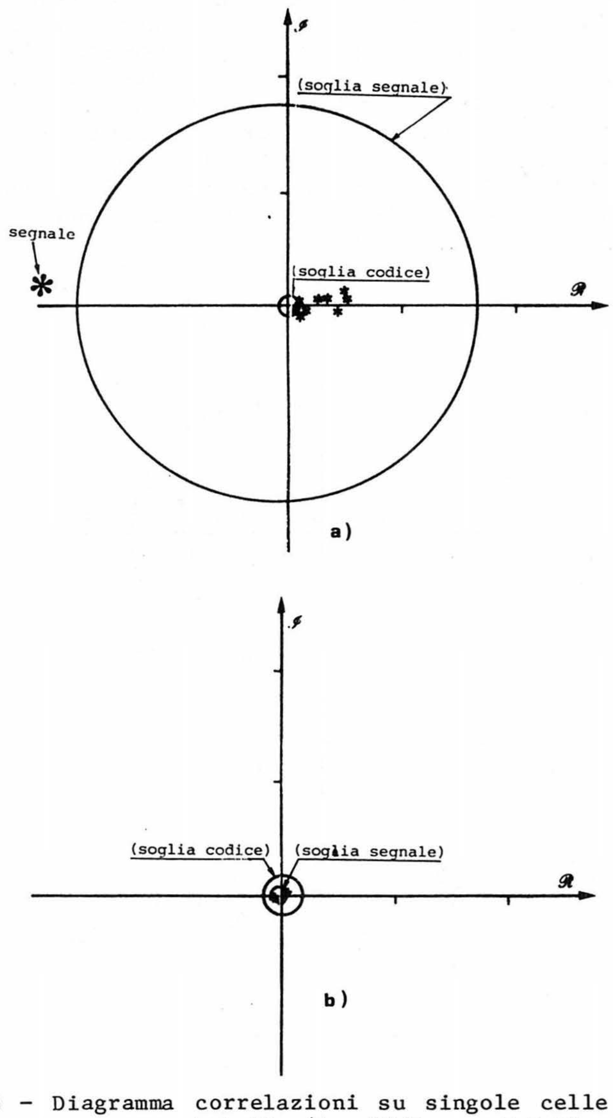


Fig.6.58 - Diagramma correlazioni su singole celle in distanza e scarti eseguiti (P_{ci}/P_{ni}=30dB; $\sigma_f \cdot T$=0.02, $f_c \cdot T$=0; P_{si}/P_N=40 dB, $f_s \cdot T$=0.5)

a) ingresso stadio 1

b) ingresso stadio 2 (il segnale utile e' fuori scala)

Nel caso di clutter larghi o di piu' clutter sono necessari piu' stadi per raggiungere la stessa condizione. Un esempio e' riportato in fig.6.59 dove, rispetto ai dati della fig.6.58 e' stata modificata la larghezza spettrale del clutter oltre al livello del segnale utile.

Anche in presenza di clutter la determinazione della soglia per il secondo scarto (soglia codice) non si e' dimostrata critica. Prove fatte da -16 dB a -20 dB hanno dato all'incirca stessi risultati, in ogni caso sembra ottimo il valore di -18 dB sopra indicato.

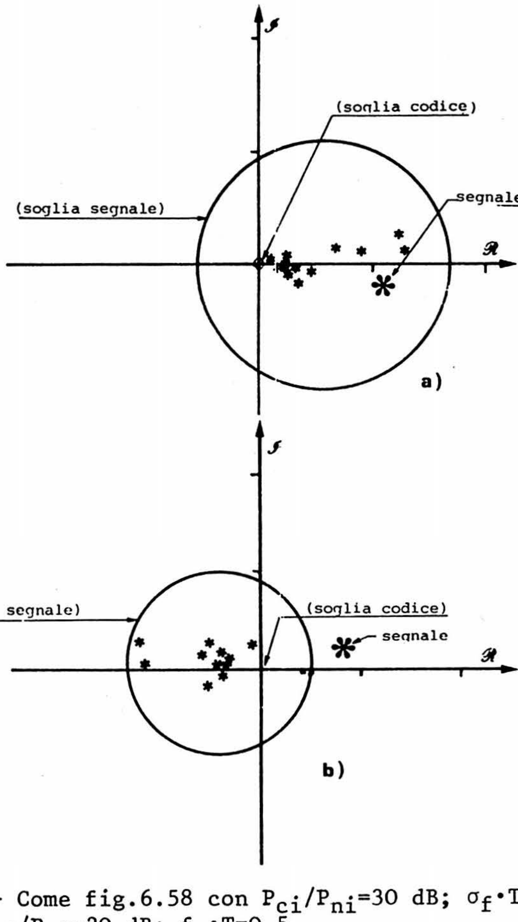


Fig.6.59 - Come fig.6.58 con P_{ci}/P_{ni}=30 dB; $\sigma_f \cdot T$=0.08; $f_c \cdot T$=0; P_{si}/P_{ni}=20 dB; $f_s \cdot T$=0.5

a) ingresso stadio 1

b) " a 2

Bibliografia

[1] D.MIDDLETON: "An introduction to statistical communication theory", McGraw-Hill, 1960.

[2] B.LEVINE: "Fondaments theoriques de la radiotechnique statistique", Ed. MIR-Moscow, 1984.

[3] C.E.MUEHE: "Digital Signal Processor for Air Traffic Control Radars", IEEE NEREM 74 Record, Part 4: Radar Systems and Components, pp.73-82, Oct. 28-31, 1974, IEEE Catalog. n.74 CHO 934-0 NEREM.

[4] BUCCIARELLI, MANUALE, RONCONI, PICARDI: "Un elaboratore di segnali radar realizzato con dispositivi ad onde acustiche superficiali", Riv. Tecn. Selenia, V.8, n.3, 1983.

[5] COOK, BERNEFELD: "Radar Signals", Acc. Press., 1967.

[6] BRENNAN, REED: "Optimum processing of unequally spaced radar pulse trains for clutter rejection", IEEE, AES-4, pp.474-477, May 1968.

[7] BRENNAN, REED: "Theory of adaptive radar", IEEE, Aes-9, March 1973.

[8] REED, MALLET, BRENNAN: "Rapid convergence rate in adaptive array", IEEE, AES-10, n.6, Nov. 1974, pp.853-863.

[9] V.G.HANSEN: "Optimum pulse doppler search radar processing and practical approximations", London 82, pp.138-143.

[10] J.K.HSIAO: "On the optimization of MTI clutter rejection", IEEE, AES-10, Sep. 74, pp.622-629.

[11] V.P.PISARENKO: "The retrivial of harmonics from a covariance function", Geophys. J.R. Astr. Soc., Vol.33, pp.347-366, 1973.

[12] S.M.KAY, S.L.MARPLE: "Spectrum Analysis. A modern perspective", Proc. IEEE, pp.1380-1419, novembre 1982.

[13] M.QUIRK, B.LIU: "On the resolution of autoregressive spectral estimation", IEEE ICASSP 1983, Boston.

[14] S.HAYKIN, B.CURRIE, S.KESLER: "Maximum entropy spectral analysis of radar clutter", P. IEEE, Vol.70, n.9, Sept. 1982, pp.953-962.

[15] N.AHMED, K.R.RAO: "Orthogonal transforms for digital signal processing", Cap.8, Springer Verlag, 1975.

[16] T.BUCCIARELLI, G.MARTINELLI, G.PICARDI: "Clutter cancellation in search radars by spectral AR techniques", Alta Frequenza, Ottobre 1983.

[17] R.BICOCCHI..."Autoregressive spectral estimation: a tool to cancel clutter echoes in modern radars", ASSP Spectrum Estimation Workshop II, Tampa, Florida, Nov. 1983.

[18] E.CACOPARDI: "Applicability of the relay correlator to radar signal processing", Electr. Lett., Sept. 83, V.19, n.18.

[19] T.BUCCIARELLI, S.CACOPARDI, G.MARTINELLI, G.ORLANDI: "Improvement factor losses using spectral AR techniques in search radars", Bangalore, IRSI 83, pp.210-215.

[20] T.BUCCIARELLI, G.PICARDI, E.PRESTIFILIPPO: "Clutter cancellation using autoregressive techniques", San Diego, ICASSP 84.

[21] R.BICOCCHI et al.: "Autoregressive spectral estimation: a tool to cancel clutrter echoes in modern radars", ASSP, Spectrum Estimation Workshop II, Nov. 1983, Tampa.

[22] S.CACOPARDI, G.PICARDI, E.PRESTIFILIPPO: "Limits of the clutter cancellation techniques by AR models", International Symposium on noise and clutter rejection in radars and imaging sensors", Tokio 1984.

[23] S.BARBAROSSA, G.PICARDI: "Predictive Adaptive Moving Target Indicator", Signal Processing 10 (1986), 83-97.

[24] S.BARBAROSSA, M.CAPECE, G.PICARDI: "Complex autocorrelation estimation in radar signal processing", Electronics Letters, 15 Ag. 85, Vol.21, n.17, pp.752-754.

[25] F.CORSI, T.BUCCIARELLI, G.PICARDI, G.RICCOBONO: "Adaptive cancellation problems in predictive MTI (PAMTI)", CIE 1986, Int. Conf. on Radar (CICR-86).

[26] G.PICARDI et alii: "Cancellazione predittiva ed applicazione della supèr-risoluzione nel multipath", Conv. Selenia S.p.A. n.50900/c, RI - Dip. INFO-COM n.001-5-86.

7. SISTEMI DI INSEGUIMENTO

7.1. Introduzione - La scansione conica

La prima tecnica usata per l'inseguimento angolare di bersagli, da parte di un radar, e' stata quella di valutare la posizione del bersaglio commutando il fascio di antenna da un lato all'altro come schematicamente riportato in fig. 7.1. L'operatore radar, osservando su un oscillografo i ritorni dei due fasci separatamente e notandone la differenza in ampiezza, puo' muovere la posizione dell'antenna al fine di renderli eguali. In questo modo avra' realizzato un inseguimento manuale in angolo.

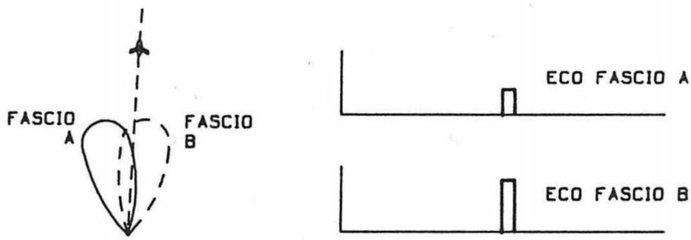


Fig.7.1 - Semplice schematizzazione di una tecnica di inseguimento angolare.

Come estensione di questa tecnica e' possibile pensare ad una rotazione continua del fascio intorno ad un suo asse (z) (asse di rotazione) ("squinted" di θ_q rispetto all'asse del fascio) (v. fig.7.2a). In realta' il problema della localizzazione di un bersaglio nello spazio diviene, oltre quello della misura della distanza, quello di misurare

. l'angolo ε fra l'asse di rotazione e la direzione del bersaglio;
. l'angolo ϕ fra il piano formato dall'asse di rotazione e

dalla direzione del bersaglio ed un piano meridiano di riferimento.

Il principio di misura di ε e ϕ e´ il seguente.

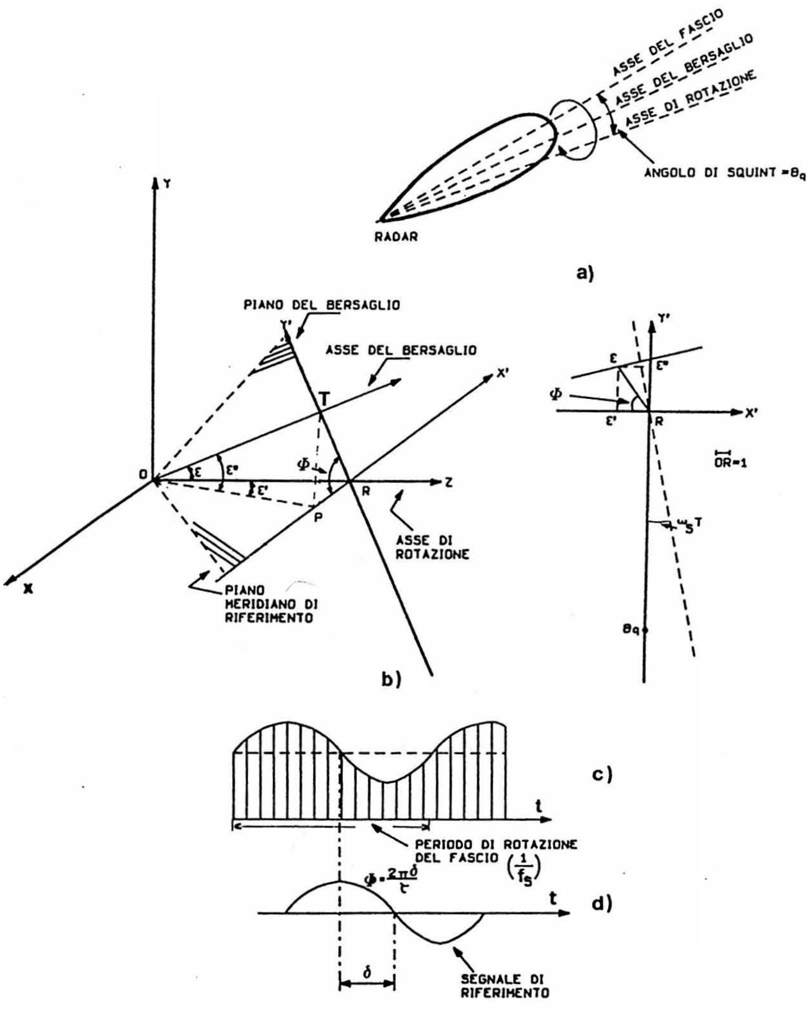


Fig.7.2 - Scansione conica
a) rotazione del fascio d´antenna
b) localizzazione del bersaglio
c) segnale di ritorno
d) segnale di riferimento

Converra´ osservare che se il bersaglio si trova sul-l´asse di rotazione il segnale ricevuto ha una ampiezza costante, altrimenti l´ampiezza del segnale ricevuto varia in funzione del tempo come rappresentato in fig.7.2c): in realta´ il segnale ricevuto e´ una sequenza di impulsi la cui l´ampiezza e´ modulata (in modo approssimativamente sinusoidale) dalla frequenza di scansione f_s.

La fase del segnale di modulazione in relazione alla fase di un segnale di riferimento (fig.7.2d) fornisce direttamente l´angolo ϕ fra piano asse di rotazione-asse del bersaglio e piano di riferimento.

Il segnale di riferimento e´ infatti legato alla posizione angolare del fascio di scansione. Peraltro piu´ la posizione del bersaglio e´ prossima all´asse di rotazione, piu´ l´ampiezza del modulante diminuisce, naturalmente questo fatto e´ valido quando l´asse del bersaglio e´ prossimo (relativamente alle dimensioni del fascio di antenna) all´asse di rotazione.

In definitiva il segnale ricevuto puo´ essere descritto dalla relazione (v. fig.7.2b):

(7.1) $$v_1 \simeq A\cdot G[\theta_q + \varepsilon\, \mathrm{sen}(\omega_s t + \phi)] \cos\omega_T t \simeq$$

$$\simeq A\cdot G(\theta_q)[1+K\varepsilon\, \mathrm{sen}(\omega_s t+\phi)] \cos\omega_T t = \bar{V}_1 [1 + m\, \mathrm{sen}(\omega_s t+\phi)] \cos\omega_T t$$

dove A contiene tutte le grandezze proprie dell´equaz. radar ad eccezione di G e

(7.2) $$m = K\varepsilon \quad \text{essendo} \quad K = \frac{1}{G(\theta_q)} \dot{G}(\theta_q)$$

Naturalmente il valore di $\bar{V}_1 = A\cdot G(\theta_q)$ e´ funzione della distanza e della dimensione del bersaglio.

Allora un <u>controllo automatico di guadagno</u> (AGC) sara´ necessario per valutare direttamente la percentuale di modulazione ossia per mantenere costante la caratteristica di errore. Ritenendo quindi $\bar{V}_1$ costante e pari all´unita´ ed eliminando la portante, la modulante della (7.1) diviene (per la (7.2)):

(7.3) $$v_o = K\varepsilon\, \mathrm{sen}(\omega_s t + \phi)$$

Poiche´ ε e ϕ variano lentamente, il segnale in uscita dal ricevitore puo´ essere quindi ritenuto un segnale sinusoidale

. modulato in ampiezza da ε
. modulato in fase da ϕ

Allora appare importante estrarre ε e ϕ per individuare la posizione angolare del bersaglio (v. fig.7.2b).

In realta´ converra´ pensare a

(7.4)
$$\varepsilon \text{ sen } \phi \simeq \varepsilon''$$
$$\varepsilon \cos \phi \simeq \varepsilon'$$

che rappresentano i segnali di errore che due servomeccanismi distinti cercheranno di annullare in modo tale che l´asse di rotazione z possa portarsi sull´asse del bersaglio OT.

Moltiplicando la (7.3) per il segnale di riferimento $\text{sen}\omega_s t$ si ha d´altro canto:

(7.5)
$$v_o \text{ sen}\omega_s t = K\varepsilon\text{sen}(\omega_s t + \phi) \text{ sen}\omega_s t =$$
$$= \frac{K\varepsilon}{2} \cos\phi - \frac{K\varepsilon}{2} \cos(2\omega_s t + \phi)$$

e quindi filtrando la componente a frequenza $2f_s$ si ha un segnale proporzionale a ε´. Naturalmente l´operazione di prodotto e filtraggio non e´ altro che una operazione di demodulazione e realizzando la demodulazione della (7.3) con un segnale in quadratura con il segnale di riferimento si ha il segnale proporzionale a ε".

Da quanto sopra detto nasce lo schema riportato in fig. 7.3. In esso e´ evidenziata

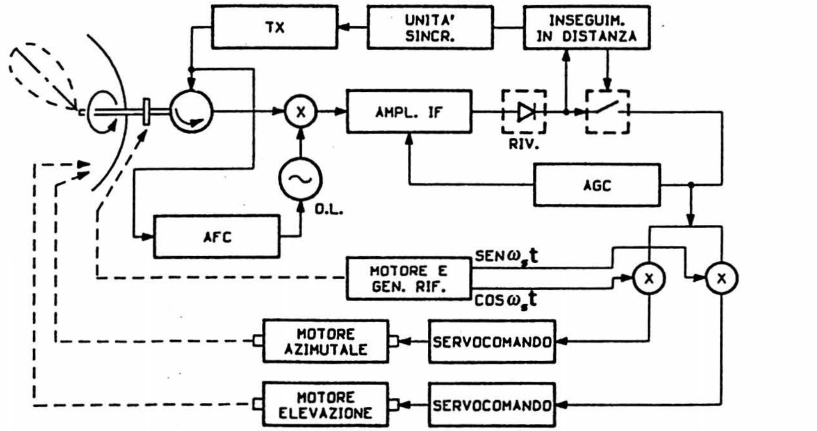


Fig.7.3 - Schema a blocchi di un radar a scansione conica.

- la parte ricevente che poi non si discosta da quella di un radar classico;
- il sistema di controllo automatico di guadagno che verra´ dettagliato nel paragrafo che segue;
- il sistema di inseguimento in distanza che consente di selezionare il particolare bersaglio sotto osservazione;
- un possibile sistema di aggancio in frequenza (AFC);
- il sistema di demodulazione degli errori angolari e di controllo del puntamento dell´asse di rotazione.

Alla analisi di dettaglio delle varie parti del sistema, converra´ premettere alcune considerazioni sull´amplificatore di media frequenza, infatti questo poi e´ l´elemento su cui opera il controllo di guadagno ed anche per riprendere un argomento, cui piu´ di una volta si e´ fatto cenno.

I deboli segnali che provengono dal mixer devono essere amplificati dell´ordine di centinaia di dB onde arrivare a livelli (ordine dei volt) di facile manipolazione e rivelazione. Naturalmente come verra´ puntualizzato nel seguito i segnali potranno essere anche molto grandi per le distanze ravvicinate o per le dimensioni del bersaglio. La tecnica del controllo automatico del guadagno ha gia´ la funzione di riportare i segnali in dinamica normalizzando i guadagni, ma potra´ operare su un solo bersaglio. Peraltro nei sistemi di inseguimento sono anche adottabili le tecniche di riduzione della dinamica, gia´ discusse, che possono essere di supporto all´AGC. Ad esempio, per eliminare l´influenza delle distanze, il controllo in tempo programmato (STC - Sensitivity Time Control) o anche le tecniche di compressione, quali quelle che impiegano amplificatori logaritmici, appaiono estremamente efficienti.

In ogni caso normalmente e´ richiesto un guadagno dell´ordine dei 100 dB con banda passante di qualche megaciclo o anche meno onde separare il segnale utile dalle interferenze.

Realizzare queste funzioni a radio frequenza (i radar coprono generalmente, come detto, il campo da 1 a 10 GHz) e´ molto piu´ oneroso che a frequenza intermedia. Inoltre nei radar ad agilita´ di frequenza, in cui la frequenza di lavoro non e´ fissa, questi circuiti dovrebbero spostare automaticamente la propria sintonia in accordo con il trasmettitore (che nelle pratiche applicazioni varia di 50 o anche di 200 MHz); questa operazione e´ praticamente impossibile.

Nel caso di ricevitore eterodina e´ invece solo l´oscillatore locale che segue la frequenza del trasmettitore in modo che la frequenza intermedia rimanga inalterata.

Si tratta ora di valutare quale valore sia piu´ conveniente assegnare alla frequenza intermedia.

La scelta deriva da un compromesso che verra´ evidenziato ed il valore adottato oscilla da qualche decina a qualche 100 di MHz.

a) Argomenti favorevoli a frequenze intermedie basse:

1) La cifra di rumore che si puo´ ottenere con un dato transistore o circuito integrato e´ migliore a frequenze sufficientemente piu´ basse a parita´ di altre condizioni.

2) Per una data larghezza di banda lo spostamento dell´accordo causato dalle variazioni non controllate della capacita´ dei circuiti e´ minore per frequenza intermedia bassa e quindi si ha minore criticita´.

3) Lavorare a frequenze basse comporta inoltre l´impiego di transistori o circuiti integrati meno costosi a parita´ di prodotto banda-guadagno e minore influenza hanno i parametri parassiti quali capacita´ verso massa, capacita´ di accoppiamento ingresso-uscita, induttanza dei collegamenti ecc..

b) Argomenti favorevoli a frequenze intermedie alte:

1) Reiezione della frequenza immagine.
La frequenza immagine e´ quella che dista due volte il valore della frequenza intermedia dalla frequenza di trasmissione. Detta frequenza battendo nel mixer con l´oscillatore locale viene convertita al valore della frequenza intermedia e si somma al segnale utile senza possibilita´ di poterla piu´ separare. Per evitare questo inconveniente, all´ingresso del ricevitore, prima del mixer, viene posto un filtro preselettore centrato sulla frequenza di lavoro in modo da fornire un´adeguata attenuazione alla frequenza immagine. Questo filtro e´ tanto piu´ semplice, a parita´ di attenuazione introdotta, quanto maggiore e´ la distanza della frequenza immagine dalla frequenza utile e cioe´ quanto piu´ alta e´ la frequenza intermedia.

2) Per determinate larghezze di banda video e quindi a media frequenza, una media frequenza alta consente, a parita´ di complessita´ circuitale, un migliore filtraggio del segnale utile dopo rivelazione.

7.2. Controllo automatico di guadagno (AGC)

L'ottenimento di un livello di uscita costante puo' essere realizzato mediante un sistema controreazionato del tipo di quello riportato in fig.7.4 [1].

Il livello medio di v_o tendera' a ricopiare il valore di riferimento v_r cosi' da permettere un ottimo posizionamento dei segnali nell'ambito della dinamica dell'amplificatore di media frequenza.

Appare semplice pensare ad una larga gamma di applicazioni di un sistema siffatto, ma ovviamente nel seguito ci si riferira' ad un sistema di scansione conica. Come detto, si tratta di un radar ad impulsi che irradia in una direzione che muta di un certo angolo con andamento periodico, in modo che un bersaglio che si trova nel fascio verra' modulato dalla scansione stessa (v. fig.7.5).

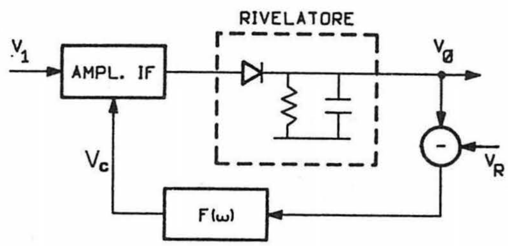


Fig.7.4 - Schematizzazione del sistema di controllo automatico del guadagno.

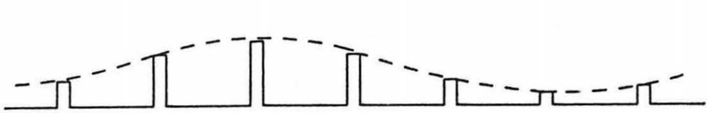


Fig.7.5 - Schematizzazione del processo di scansione.

Detta modulazione dovra' essere rivelata cosi' da consentire la correzione della direzione media del fascio in scansione e quindi si potra' conoscere la posizione angolare del bersaglio nello spazio, riferendosi allo stesso asse di rotazione ("boresight") dell'antenna. Diversi tipi di scansione, ad es. a tratti, potranno ricondursi alla schematizzazione di cui sopra, come sistemi campionati del processo

di scansione.

Converra' ora indicare i requisiti richiesti al sistema AGC.

In primo luogo l'AGC dovrebbe conservare la dinamica del segnale di uscita, ossia dovrebbe essere evitata la saturazione, che potra' portare ad una perdita della informazione della scansione.

L'uscita media dovrebbe rimanere costante (indipendentemente dal livello del segnale di ingresso), per modo che la modulazione dovuta alla scansione corrisponde direttamente ad un disallineamento del fascio. I limiti di variabilita' di detto valore saranno condizionati dal progetto del sistema di inseguimento angolare. La normalizzazione dei livelli servira' anche a ridurre la dinamica degli stadi video che seguono.

Inoltre dovrebbero essere ridotti gli effetti delle attenuazioni derivanti dal fenomeno di "fading", con un opportuno guadagno, cosi' che non si abbiano problemi nel sistema di inseguimento in distanza, cui sara' dato ampio spazio nel seguito, oltre che in quello di inseguimento angolare.

Infine dovrebbe essere evitato un eventuale sfasamento del segnale di scansione che altererebbe le prestazioni del loop di inseguimento angolare.

Ultimo e naturale requisito e' quello che il sistema deve essere pronto ad uscire da una eventuale saturazione dovuta a disturbi improvvisi.

a - Il segnale di ingresso e la relativa dinamica

Il segnale di ingresso, riportato in media frequenza, (v_1 di fig.7.4) puo' essere descritto, in assenza di errore di puntamento, dalla relazione

$$v_1 = \bar{V}_1[1 + y(t)]\cos\omega_{IF}t \tag{7.6}$$

dove $\bar{V}_1$ e' il segnale medio di ingresso
$y(t)$ e' una modulazione percentuale dovuta al fading del segnale (ric. fenomeni di scintillazione)
f_{IF} e' la frequenza intermedia.

Lo spettro del fading e' stato oggetto di diverse indagini sperimentali e indicativamente puo' essere considerato limitato a frequenze inferiori a qualche Hz, in ogni caso esiste una appropriata documentazione nella letteratura specializzata.

Un modello analitico ritenuto valido fornisce per la densita' spettrale della potenza di y l'espressione:

$$(7.7) \qquad S_y(f) = \frac{0.12\, B_r}{B_r^2+f^2}$$

dove B_r e' una funzione abbastanza lineare con la frequenza di trasmissione ed in banda X vale 1-2 Hz.

Qualora si desideri conoscere la potenza in una certa zona di frequenze, bastera' integrare la (7.7) nella stessa zona. Integrando la (7.7) su tutte le frequenze ed estraendo la radice quadrata si ha il valore efficace della modulazione che, riportato in dB, si aggira sui 7 dB.

Il valore medio V_1 e' dato dalla equazione radar che puo' essere riscritta:

$$(7.8) \qquad \bar{V}_1^2 = k\, \frac{\sigma}{R^4}$$

dove k e' una costante che contiene tutti i parametri radar
σ e' la sezione equivalente del bersaglio in m^2
R e' la distanza del bersaglio.

La sezione radar potra' variare (come piu' volte detto) da 0.1 m^2 per missili fino a qualche decina di m^2 per bersagli aerei, mentre la distanza per i sistemi di inseguimento potra' variare tipicamente da 1 km fino a 10 km in modo che la dinamica di ingresso diverra':

$$(7.9) \qquad 10\log \frac{\bar{V}_{1max}^2}{\bar{V}_{1min}^2} = 10\log \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \left(\frac{R_{max}}{R_{min}}\right)^4 \simeq 70 \text{ dB}$$

Si tenga presente che le dinamiche massime dei rivelatori (mixer) di ingresso si aggirano sul valore di 90÷100 dB. Allora se a 70 dB si aggiunge 10 dB per il fading si ha che la massima dinamica, per cui il sistema di AGC deve operare, diviene molto vicino alla dinamica massima del rivelatore.

Naturalmente la scansione conica a frequenza f_s, modula ulteriormente la (7.6) secondo la relazione (v. (7.1)):

$$(7.10) \qquad v_1 = \underbrace{\bar{V}_1[1 + y(t)][1 + m\,sen(\omega_s t + \phi)]}_{V_1}\cos \omega_{IF} t$$

quindi la dinamica del segnale di ingresso potra´ crescere ancora di un fattore 2(6 dB) per m=1. Tale dinamica dovra´ essere conservata nel trasferimento della informazione nei vari circuiti, al fine di ottenere una riproduzione fedele dell´andamento della forma d´onda di scansione.

b) - <u>Analisi del sistema di controllo automatico di guadagno</u>

Nel caso specifico il sistema di fig.7.4 dovra´ essere modificato per tener conto del fatto che si vuole riportare in dinamica solo un particolare segnale selezionato in distanza, sullo sweep radar. Naturalmente il "gate" di selezione in distanza dovra´ essere predisposto opportunamente e dovra´ essere previsto che insegua lo stesso bersaglio in distanza secondo una tecnica di inseguimento che verra´ descritta nel seguito. Il "gate" di cui sopra avra´ anche la funzione di eliminare il rumore fuori della zona utile. L´anello di fig.7.4 diviene quello di fig.7.6. Si notera´ che dopo il circuito di "gate" e´ previsto un circuito di "holding" (tenuta) che ha lo scopo di conservare l´informazione contenuta nel "gate" per tutto lo sweep fino all´arrivo del nuovo "gate", altrimenti il segnale medio diverrebbe estremamente basso dopo il filtraggio (v. fig. 7.7). In altre parole il circuito di "holding" assicura un guadagno utile a ridurre i problemi di "offset" e "drift" dell´amplificatore che segue.

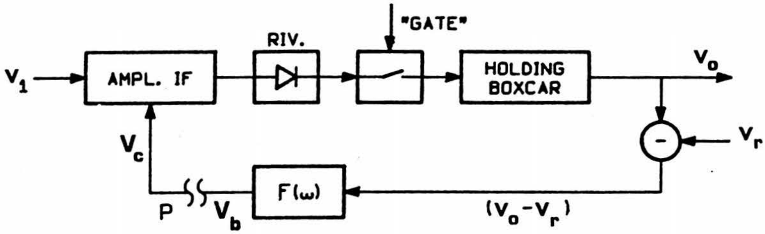


Fig.7.6 - Schematizzazione di un anello di AGC per sistemi di inseguimento.

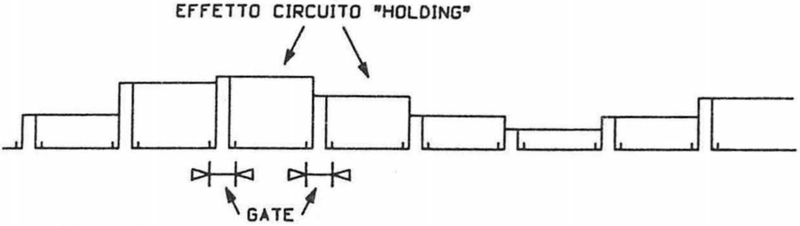


Fig.7.7 - Schematizzazione dell'effetto di "holding".

Si indichi con M il guadagno globale dell'amplificatore di media frequenza comprensivo dei circuiti di rivelazione, "gate" ed "holding":

$$(7.11) \qquad \frac{v_o}{V_1} = M$$

fra il segnale rivelato di uscita v_o e l'inviluppo del segnale di ingresso.

La differenza tra v_o e la tensione di riferimento v_r e' il segnale di errore, che, dopo essere passato attraverso un filtro (la cui funzione di trasferimento e' indicata in fig. 7.6 con $F(\omega)$), costituisce il segnale di controllo per l'amplificatore a media frequenza.

Da un punto di vista qualitativo il sistema di fig.7.6 costituisce un "loop" controreazionato che tende a minimizzare (v_o-v_r), ossia v_o tende a ricopiare v_r. Si tratta pero' di un sistema non lineare per la presenza dell'amplificatore IF controllato di guadagno.

Naturalmente v_o riuscira' a ricopiare v_r solo se la differenza rientra nella banda di anello (determinata da $F(\omega)$), altrimenti tutta la fluttuazione rimane in v_o. In altre parole il sistema di fig.7.6 potra' realizzare una funzione di filtraggio di particolari frequenze oltre che di normalizzazione. Converra' riprendere quindi lo spettro del segnale di ingresso descritto analiticamente dalle (7.7), (7.10), esso e' riportato in fig.7.8 in un caso particolare.

L'AGC tendera' a realizzare un segnale di uscita medio $(v_o=M \cdot V_1)$ costante (e pari a v_r); la $F(\omega)$ dovra' essere proporzionata per rigettare al massimo il contenuto in bassa frequenza visualizzato in fig.7.8 ($y(t)$ della (7.10)) e quindi v_o conterra' sostanzialmente il solo contenuto della scansione conica.

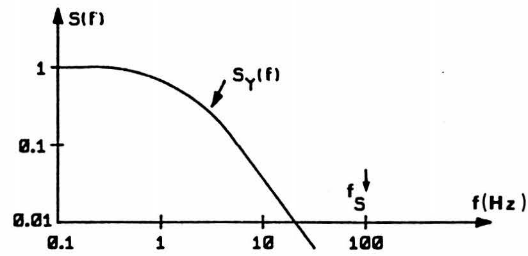


Fig.7.8 - Andamento qualitativo dello spettro del segnale di ingresso.

Onde analizzare il loop, converra' aprirlo in P di fig. 7.6 e applicare ivi un segnale di ampiezza dV_c e pulsazione ω oltre al segnale continuo V_c (valore di riposo della tensione di controllo) e quindi sara' possibile valutare il corrispondente valore dV_b.

Si ha facilmente per un certo valore di V_1 (ipotizzato costante):

$$dv_o = V_1 \cdot \left.\frac{dM}{dV}\right|_{V_c} \cdot dV_c \tag{7.12}$$

e quindi

$$dV_b = F(\omega) \cdot dv_o \tag{7.13}$$

Combinando le (7.12) e (7.13) si ha allora:

$$\frac{dV_b}{dV_c} = V_1 \cdot F(\omega) \left.\frac{dM}{dV}\right|_{V_c} = v_o \frac{F(\omega)}{M} \left.\frac{dM}{dV}\right|_{V_c} = v_o F(\omega) \left.\frac{d\ln M}{dV}\right|_{V_c} \tag{7.14}$$

e definendo il guadagno in dB:

$$G = 20 \log M \tag{7.15}$$

si ha come guadagno di anello del "loop" la:

$$K = \frac{dV_b}{dV_c} = 0.115\ v_o\ F(\omega) \left.\frac{dG}{dV}\right|_{V_c} \tag{7.16}$$

e la costanza del guadagno di anello implica una caratteristica B=dG/dV (dB/volt) indipendente dal punto di lavoro e quindi una legge di guadagno (in dB), in funzione della tensione di controllo, di tipo lineare. Converra' in ogni caso ritenere $v_o \simeq v_r$ e quindi costante nella (7.11), data la specifica funzione della controreazione dell'AGC.

Qualora peraltro la caratteristica B di controllo dell'amplificatore di media frequenza non fosse costante, ne risulterebbe una variazione del "diagramma di Bode" del sistema controreazionato con conseguente modificazione nella cancellazione di y(t) e nella estrazione della frequenza di scansione conica.

Converra' ora analizzare come le variazioni di ingresso si ripercuotono in variazioni di uscita; dalla (7.11) si ha infatti:

(7.17) $$dv_o = V_1 \left.\frac{dM}{dV}\right|_{V_c} dV_c + M\, d\, V_1$$

e per la definizione di F(ω) (v. fig.7.6):

(7.18) $$dV_c = F(\omega)\, dv_o$$

Combinando la (7.17) e la (7.18) si ha:

(7.19) $$dv_o = V_1 F(\omega) \left.\frac{dM}{dV}\right|_{V_c} \cdot dv_o + M\, d\, V_1$$

che ancora per la (7.11) diviene:

(7.20) $$dv_o = v_o \frac{F(\omega)}{M} \left.\frac{dM}{dV}\right|_{V_c} \cdot dv_o + M\, d\, V_1$$

e dalle (7.14), (7.15) e (7.16):

(7.21) $$dv_o = 0.115\, v_o\, F(\omega) \left.\frac{dG}{dV}\right|_{V_c} \cdot dv_o + \frac{v_o}{V_1}\, d\, V_1$$

da cui

(7.22) $$\frac{dv_o}{v_o} = \frac{dV_1}{V_1} \frac{1}{1-K}$$

o anche

$$d \log v_o = \frac{1}{1-K} d \log V_1 \tag{7.23}$$

che integrato sul campo di variabilita´ di v_o e V_1 rispettivamente da´ luogo alla relazione:

$$\frac{\text{Incremento in dB di } v_o}{\text{Incremento in dB di } V_1} = \frac{1}{1-K} \tag{7.24}$$

avendo fatto l´ipotesi che K sia indipendente da V_1 e v_o.

Considerando un caso tipico, come riportato nelle pagine che precedono, V_1 potra´ variare di circa 80 dB, allora rimane da specificare la dinamica ammissibile di v_o per determinare il guadagno di anello.

Chiaramente con variabilita´ di v_o si e´ inteso unicamente la variabilita´ del suo valor medio, infatti la variazione dovuta alla scansione conica non deve essere attenuata e quindi questa condizionera´ unicamente la dinamica del rivelatore di uscita. Nelle equazioni che precedono quindi converra´ leggere (in presenza di modulazione) $\bar{v}_o$ in luogo di v_o.

Inoltre la variazione in $\bar{v}_o$ condiziona il gradiente del segnale di uscita, infatti l´uscita dal sistema di AGC sara´ del tipo:

$$v_o = \bar{v}_o \, m \, \text{sen}(\omega_s t + \phi) \tag{7.25}$$

Converra´ fare attenzione ancora una volta che lo scopo essenziale del sistema in oggetto e´ quello di cancellare i "fading", che normalmente sono limitati in banda secondo una relazione del tipo della (7.7), mentre la frequenza di scansione deve passare inalterata in fase e normalizzata in ampiezza. Naturalmente la separazione e´ possibile (grazie alla separazione spettrale) fra i due fenomeni, mentre la normalizzazione e´ ottenuta dall´AGC stesso.

Il progetto base dell´AGC allora si riduce ad avere un guadagno di anello sufficientemente alto in tutta la banda del "fading", mentre il fatto che la frequenza di scansione non sia alterata ne´ in fase ne´ in ampiezza puo´ essere garantito da una sufficiente attenuazione del guadagno stesso alla frequenza f_s. Il problema si riconduce in definitiva a tracciare una conveniente curva di K (e quindi $F(\omega)$) (v. (7.16), (7.24)), (v. ad es. fig.7.9), che naturalmente sara´

condizionata da problemi di stabilita', che potranno consigliare un conveniente margine di fase.

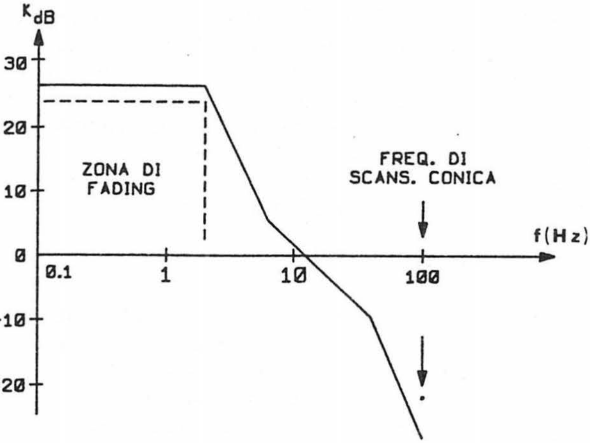


Fig.7.9 - Possibile diagramma di Bode.

Nelle pagine che seguono verra' fatto cenno alle varie problematiche connesse con il proporzionamento di un sistema di controllo automatico di guadagno, da un punto di vista realizzativo.

c) - Requisiti della caratteristica di controllo del guadagno

A questo punto conviene fare il punto sui requisiti, cui, per quanto detto, debbono soddisfare gli amplificatori a media frequenza nella caratteristica di controllo:

Dinamica di controllo

per essa vale la relazione (7.9). D'altra parte si ricordera' che la costanza del livello di uscita dall'amplificatore IF e' richiesta per determinare correttamente l'errore angolare, infatti (ric. (7.2) e (7.25)) una variazione del livello medio di uscita produce una variazione di ampiezza dell'inviluppo di modulazione, conseguentemente un errore nella valutazione degli angoli e quindi nella caratteristica di controllo del loop di inseguimento angolare. Variazioni del livello di uscita entro $\pm$.5 dB sono senza meno accettabili in condizioni operative ordinarie. Allora dalla (7.24) con la (7.9) si ottiene il valore di K del loop di AGC e di

conseguenza la caratteristica di controllo dG/dV (dB/volt) (v. (7.16)).

Naturalmente nasce il problema della linearita´ della caratteristica di controllo che (come d´altro canto anche lo stesso livello medio v_o di cui sopra: v. (7.16)) condiziona la variabilita´ del guadagno K e quindi una traslazione delle ordinate del diagramma di fig.7.9 con conseguente influenza sulla cancellazione dei disturbi e sulla riproduzione della frequenza di scansione conica. Normalmente una pendenza costante entro ±3 dB e´ accettabile.

Distorsione non lineare

La linearita´ degli elementi di controllo sul segnale a media frequenza e´ legata alla riproducibilita´ dell´errore angolare, che normalmente viene azzerato dal loop angolare e quindi la linearita´ non costituisce un requisito severo. Diverso e´ il caso di quando si voglia misurare o comparare errori angolari.

Cifra di rumore

La cifra di rumore dell´amplificatore puo´ essere deteriorata dall´elemento di controllo, che infatti costituisce un attenuatore e quindi rende significativo il rumore introdotto dagli stadi che seguono l´elemento di controllo stesso. Cio´ farebbe consigliare di porre lo (o gli) stadi controllati, dopo un preamplificatore di guadagno rilevante, d´altro lato problemi di saturazione per l´alta dinamica di ingresso potranno consigliare di controllare gia´ i primi stadi.

Converra´ notare che gia´ sul rumore il sistema di AGC deve entrare in azione e quindi il problema in oggetto puo´ essere rilevante.

Tempo di recupero (recovery time)

Echi indesiderati (come interferenze, clutter...) che portino il ricevitore in non linearita´, non devono distorcere o deformare il segnale utile che lo segue, che puo´ venire alterato per modo che l´inseguimento in distanza divenga difficoltoso. In definitiva normalmente deve essere specificato un intervallo di tempo (normalmente una frazione di sec) entro cui si richiede che l´amplificatore recuperi completamente.

Disaccordo

Usualmente la variazione di guadagno in uno o piu´ stadi comporta una variazione dell´accordo della media frequenza ed, in generale, la risposta in frequenza diviene alterata. Normalmente la variazione nella risposta in frequenza viene definita mediante una accettabile perdita in sensibilita´.

7.3. Inseguimento in distanza

La caratteristica di un´unita´ di inseguimento in distanza risiede nelle possibilita´ di misurare, istante per istante, la distanza di un "target" ben definito (e quindi selezionabile) relativamente alla posizione del radar che utilizza detta unita´.

La tecnica di inseguimento automatico in distanza (o tempo) per un radar ad impulsi e´ possibile grazie al sistema di fig.7.10; in esso si distinguono tre elementi:

a) un organo di paragone o demodulatore tempo-tensione (discriminatore o demodulatore di distanza o di tempo);

b) un filtro (quadripolo di memoria) G(ω);

c) un sistema di conversione tensione-tempo (convertitore di tempo).

L´elemento base del sistema e´ il discriminatore di distanza. Di esso si possono pensare varie realizzazioni. Nella piu´ comune, che verra´ analizzata nel seguito, l´impulso di eco viene selezionato tramite due circuiti porta comandati da due impulsi susseguentesi ("late gate" ed "early gate" o "range gates" o "gates" di distanza). La differenza dei due contenuti di energia (area), legati alla posizione dell´impulso di eco relativamente ai "range gates", costituisce l´errore di distanza (ε_T), che attraverso il quadripolo di memoria ed il convertitore di tempo regola il posizionamento del centro dei "gates", permettendo la minimizzazione dell´errore ossia l´inseguimento in distanza.

L´entita´ del segnale di errore e´ la misura della differenza fra il centro dell´impulso ed il centro dei "gates"; il segno dell´errore determina la direzione secondo cui i "gates" vanno corretti nella loro posizione temporale dal sistema di controreazione.

Quando l´errore e´ nullo, i "gates" di distanza sono centrati sull´impulso. La misura dell´intervallo di tempo Δt fra quello di riferimento radar e´ quello di due gate consente la determinazione della distanza eco-radar: $R=c\Delta t/2$.

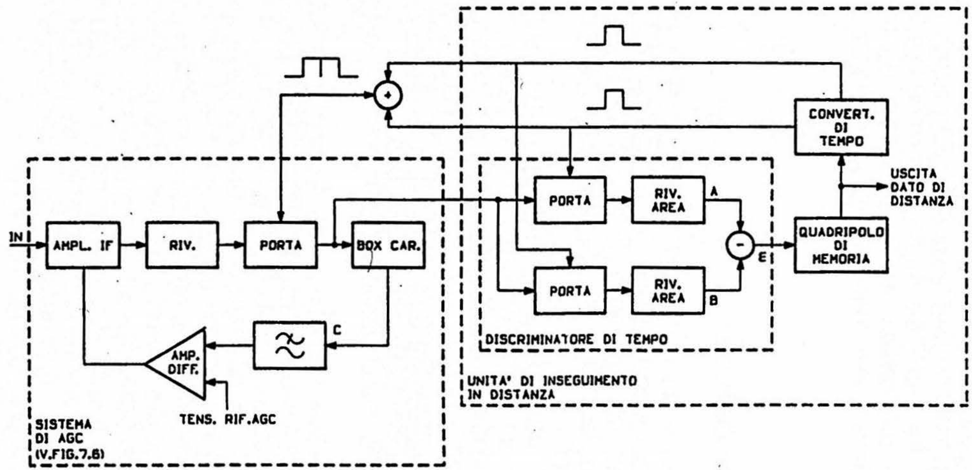


Fig.7.10 - Schema a blocchi di un sistema di inseguimento in distanza.

Per il funzionamento ora descritto e´ ovviamente necessario che l´impulso di eco sia costante in ampiezza, senza perdere (in particolare) informazione ai bassi livelli; infatti la sua variazione comporterebbe la variazione dei contenuti di energia dei due "gate" (a pari errore) e di conseguenza della caratteristica del discriminatore di distanza e quindi di ogni caratteristica del sistema.

Ecco quindi ancora una volta la necessita´ di una regolazione automatica di livello (AGC).

In altre parole il sistema di inseguimento consiste nel valutare la posizione del baricentro dell´eco di ritorno, affetto da rumore, relativamente alla posizione predisposta dai "gates". L´errore letto e filtrato dal filtro $G(\omega)$ su piu´ sweep successivi, secondo la propria banda, serve a correggere e minimizzare l´errore di distanza. Naturalmente il "loop" di inseguimento, deve avere una banda sufficientemente stretta per ridurre l´errore (mediando piu´ misure su sweep successivi), ma abbastanza larga da consentire l´inseguimento dei vari movimenti del bersaglio. Un altro motivo per avere una banda sufficientemente stretta e´ quello di avere un "memoria", ossia ammesso che il segnale si attenui o addirittura sparisca ("fading") per un certo tempo (ad es. 1÷2 sec.) al suo riapparire si vuole che i "gates" non si siano mossi o per lo meno il loro spostamento sia talmente contenuto per modo che sia possibile un riaggancio.

Naturalmente a favore di una banda larga esistera´ il criterio di effettuare un aggancio rapido dopo il "fading" di cui sopra o all´inizio, per iniziare l´inseguimento quando ad esempio esiste una designazione esterna con un certo errore di predisposizione.

Da tutto questo deriva un compromesso per la scelta di una ottima funzione $G(\omega)$. Peraltro converra´ osservare che nelle varie fasi operative, di cui sopra, e´ spesso conveniente e possibile ricorrere a variazioni della caratteristica in frequenza di $G(\omega)$, quando dette fasi possono essere selezionate nel tempo.

Il problema dell´errore commesso per ragioni di basso rapporto segnale-rumore e di limitato tempo di analisi verra´ analizzato nel seguito, anche se si riconduce al problema della stima di cui nel cap.3. In ogni caso converra´ puntualizzare che il discriminatore di tempo puo´ operare e talvolta opera dopo un filtraggio per migliorare il rapporto segnale-rumore, anche se l´integrazione nell´"early" e "late" gate realizza in prima approssimazione un filtraggio ottimo.

D´altro lato verra´ dimostrato che un procedimento ottimo per la misura della distanza consiste nel far passare

il segnale d'eco attraverso un filtro adattato, seguito da una coppia di "gate" di dimensioni temporali infinitesime, la differenza dei relativi contenuti da' luogo alla misura dell'errore di distanza.

Appare quindi chiaro che la tecnica "early-late gate" , studiata nelle pagine che seguono (tecnica di piu' facile applicabilita'), costituisce una buona approssimazione dell'elaboratore ottimo per la stima della distanza.

Il problema che verra' analizzato per primo, dopo una analisi dei discriminatori di tempo, sara' quello connesso alla tecnica di rivelazione nell'ambito dell'AGC, in quanto questa influenza il comportamento dell'intero sistema a bassi S/N. A tal proposito sono pensabili due tipi di rivelatore infatti e' possibile lavorare o sul valore medio o sul valore di picco, secondo diverse descrizioni analitiche che verranno precisate nel paragrafo 7.5. Operando sul valor medio si ha una maggiore sensibilita' rispetto a una operazione sui valori di picco (sara' sufficiente pensare al livello di rumore, in uscita dal rivelatore una volta chiuso il loop di AGC, rispetto alla soglia di AGC); peraltro operando sul valor medio si ha una maggiore influenza del rumore fuori dell'impulso utile quando il gate di AGC e' piu' largo dell'eco radar di durata τ . Per semplicita' si supporra' nel seguito il segnale non codificato (o compresso prima del rivelatore).

Converra' osservare che il gate di AGC e la somma dei gates di distanza siano identici per ragioni realizzative e poiche' i due sistemi AGC e inseguimento lavorano congiuntamente sullo stesso segnale.

Spesso i "gates" di inseguimento saranno maggiori di τ, cosi' da consentire una maggiore dinamica della caratteristica del discriminatore di tempo sulla zona a pendenza costante come verra' meglio precisato nel seguito e quindi migliore inseguimento per errori dinamici. Dal punto di vista realizzativo il segnale per l'AGC, qualora si voglia operare sul valor medio, puo' essere preso facendo la somma dei contenuti medi in A e B di fig.7.10 del discriminatore.

Naturalmente il segnale in A (B) e' ottenuto prendendo l'area nell'early (late) gate (magari con un circuito di integrazione tipo RC) e conservando detto contenuto per il singolo sweep; in tal modo l'operazione di differenza o somma ed elaborazione sia per l'inseguimento che per l'AGC potra' essere effettuata avendo a disposizione tutto il periodo T corrispondente alla PRF (frequenza di ripetizione radar) con tecniche analogiche o digitali (peraltro con velocita' sufficientemente bassa, cosi' che potranno essere usati ad es. i microprocessori).

Qualora invece si voglia effettuare la rivelazione di picco allora il contenuto di picco nel gate di AGC potra´ a sua volta essere rivelato di picco prendendo il maggiore fra una successione di contenuti presi su piu´ sweep susseguentesi.

In definitiva nelle pagine che seguono verranno analizzati:

1) il discriminatore di tempo ed il problema della sensibilita´;

2) il comportamento delle tecniche di rivelazione;

3) la caratteristica del discriminatore di tempo che sara´ influenzata dal sistema di AGC adottato;

4) l´influenza sulla precisione in distanza dovuta alla diversita´ dei due gate e dei relativi integratori del discriminatore di tempo e di sbilanciamenti successivi dovuti a drift, offset ed eventuale errore di quantizzazione con conseguente determinazione del minimo segnale-rumore per cui puo´ avvenire l´inseguimento;

5) errori statici e dinamici conseguenti a vari possibili moti del bersaglio e quindi criteri di proporzionamento del "loop" di inseguimento;

6) memoria del sistema per "fading" con conseguente influenza sul proporzionamento del sistema;

7) transistori di aggancio.

7.4. Il discriminatore di tempo

Il problema della accuratezza della misura in distanza e´ stato affrontato nel cap.3 e la (3.26) da´ indicazione dell´errore minimo possibile (in senso quadratico medio):

(7.26) $$\Delta\tau_R = \frac{1}{\beta\sqrt{\frac{2E}{\eta}}}$$

dove

(7.27) $$\beta^2 = \frac{(2\pi)^2\int_{-\infty}^{\infty} f^2 |F(j\omega)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2 df}$$

e´ il quadrato della banda equivalente determinata dallo spettro $F(j\omega)$ del segnale radar.

Qualora si consideri un impulso rettangolare di dura-

ta τ, di ampiezza unitaria, lo spettro dell'impulso sara' della forma $|F(j\omega)|=|(\mathrm{sen}\pi f\tau)/\pi f|$. Naturalmente questo spettro e' illimitato, ma in senso realistico nel seguito verra' ipotizzata una banda B finita, allora la (7.27) potra' essere riscritta (per $B\tau>>1$):

$$(7.28)\quad \beta^2 \simeq \frac{(2\pi)^2 \int_{-B/2}^{B/2} f^2 \frac{2\mathrm{sen}^2 \pi f \tau}{\pi^2 f^2}\, df}{\int s^2(t)dt} = \frac{4\int_{-B/2}^{B/2} [\frac{1}{2} - \frac{\cos 2\pi f \tau}{2}]df}{\tau} \simeq \frac{2B}{\tau}$$

Pertanto l'accuratezza nella misura della distanza diviene:

$$(7.29)\qquad \Delta\tau_R = \sqrt{\frac{\tau}{B}}\ \frac{1}{\sqrt{\frac{4E}{\eta}}}$$

La (7.29) vuol significare che per avere un errore estremamente basso occorre che l'impulso utile alla misura abbia un "rise" (e "decay") "time" minimo ossia una banda infinita; tutto cio' peraltro e' agganciato alla banda del segnale e non all'eventuale filtro che potra' essere ottimizzato e naturalmente sara' legato al particolare discriminatore utilizzato.

Un tipo di discriminatore estremamente semplice potrebbe essere quello che opera

a) <u>sul fronte di salita</u>

dopo un rivelatore di inviluppo.

Considerando un rapporto segnale-rumore rilevante, osservando la schematizzazione di fig.7.11, si ha

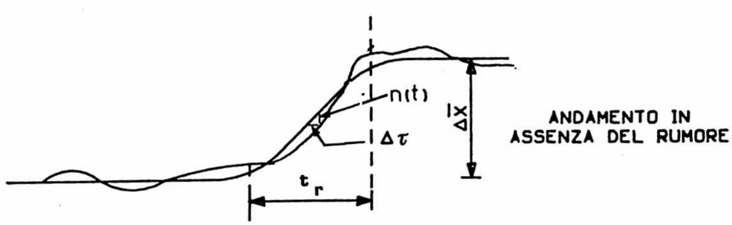


Fig.7.11 - Schematizzazione del funzionamento del discriminatore di tempo che opera sul fronte di salita.

$$(7.30) \qquad \frac{n(t)}{\Delta\tau} = \frac{\Delta\bar{x}}{t_r} \rightarrow \Delta\tau_R = \sqrt{\overline{\Delta\tau^2}} = \frac{\sqrt{\overline{n(t)^2}}}{\Delta\bar{x}} t_r \simeq \frac{\sqrt{\overline{n(t)^2}}}{\Delta\bar{x}} \frac{1}{B}$$

dove $\Delta\bar{x}$ e' la differenza dei valori medi in presenza e assenza di segnale e t_r e' il rise time dovuto al restringimento della banda B di ingresso.

D'altro lato per un rapporto S/N elevato vale (ric. distribuzione Rice):

$$(7.31) \qquad \Delta\bar{x} \simeq A \quad ; \quad \overline{n(t)^2} = \sigma^2 = \eta B$$

per cui la (7.30) diviene

$$(7.32) \qquad \Delta\tau_R \simeq \frac{1}{B} \cdot \frac{1}{A/\sigma} = \frac{1}{B} \frac{1}{\sqrt{\frac{2A^2\tau}{2\eta B\tau}}} = \frac{1}{\frac{B}{\sqrt{B\tau}}\sqrt{\frac{2E}{\eta}}} = \sqrt{\frac{\tau}{B}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{2E}{\eta}}}$$

Operando poi sia sul fronte di salita che di discesa l'accuratezza (in potenza) si raddoppiera':

$$(7.33) \qquad \Delta\tau_R = \sqrt{\frac{\tau}{B}} \frac{1}{\sqrt{4\frac{E}{\eta}}}$$

che poi si identifica con la (7.29).

Tutto cio' a significare che si ottiene un miglioramento dell'accuratezza diminuendo il tempo di salita (aumentando percio' la larghezza di banda dell'amplificatore a IF) o aumentando il rapporto segnale-rumore nel senso del filtro adattato.

Naturalmente quanto esposto riguarda (conviene ancora puntualizzare) il caso di un elevato rapporto segnale-rumore, di conseguenza non esiste, per ipotesi, dubbio sull'esistenza e posizione approssimata dell'impulso d'eco. Se questa ipotesi venisse a cadere, il funzionamento del discriminatore sul fronte di salita verrebbe ad essere compromesso; per questo motivo poiche' in genere e' necessario inseguire segnali a bassissimo rapporto segnale-rumore conviene utilizzare il discriminatore del tipo

b) <u>early-late gate</u> (DEL)

il cui schema a blocchi e' riportato in fig.7.10.

Per una analisi preliminare di questo discriminatore converra' ancora riprendere la (1.54) e valutare il momento n-esimo della distribuzione di Rice [8]:

$$\overline{r^n} = (2\sigma^2)^{n/2}\,\Gamma(\tfrac{n}{2}+1)\,{}_1F_1(-\tfrac{n}{2}\,;\,1;\,-s^2) \tag{7.34}$$

dove la ${}_1F_1$ e' la funzione confluente ipergeometrica.

Converra' ricordare lo sviluppo:

$$ {}_1F_1(\alpha;\beta;x) = 1 + \frac{\alpha x}{\beta\, 1!} + \frac{\alpha(\alpha+1)x^2}{\beta(\beta+1)2!} \cdots + \frac{(\alpha)_n}{(\beta)_n}\,\frac{x^n}{n!} + \cdots \tag{7.35}$$

dove $(\alpha)_n=\alpha(\alpha+1)\ldots(\alpha+n-1)$ e $(\alpha)_o=1$

Valgono anche le seguenti relazioni:

$$ {}_1F_1(\alpha;\beta;-x) \simeq \frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\beta-\alpha)}\, x^{-\alpha}\left\{1 + \frac{\alpha(\alpha-\beta+1)}{x\cdot 1!} + \right. \\ \left. + \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha-\beta+1)(\alpha-\beta+2)}{x^2\cdot 2!} + \cdots \right\} \tag{7.36}$$

$$ {}_1F_1(\alpha;\beta;x) = e^x\,{}_1F_1(\beta-\alpha;\beta;-x) \tag{7.37}$$

$$\begin{cases} {}_1F_1(\alpha;\beta;-x) \to 1 & \text{per } x\to 0 \\ {}_1F_1(\alpha;\beta;-x) \to \dfrac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\beta-\alpha)}\cdot x^{-\alpha} & \text{per } x\to\infty \end{cases} \tag{7.38}$$

$$ {}_1F_1(-\tfrac{1}{2};1;-x) = e^{-\frac{x}{2}}\left[(1+x)I_o(x/2) + xI_1(x/2)\right] \tag{7.39}$$

dove I_o e I_1 sono le funzioni di Bessel modificate di prima specie d'ordine 0 e 1:

$$ I_n(x) = \frac{x^n}{2^n\,(n+1)}\left\{1 + \frac{x^2}{2(2n+2)} + \cdots\right\} = \sum_{k=o}^{\infty} \frac{(x/2)^{n+2k}}{k!\,\Gamma(n+k+1)} \tag{7.40}$$

Per la (7.39), il primo momento (n=1 nella (7.34)) o valore medio della Rice diviene:

$$\bar{r} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\sigma\, e^{-\frac{s^2}{2}} \left[(1+s^2) I_o(s^2/2) + s^2 I_1(s^2/2)\right] \tag{7.41}$$

che per $s^2=0$ ritorna ad essere il valor medio della Rayleigh.

Ha valore per il secondo momento:

$$\overline{r^2} = A^2 + 2\,\sigma^2 \tag{7.42}$$

Considerando allora le condizioni limiti si ha (v. (1.52)):

$$\begin{cases} \bar{r} \to A + \dfrac{\sigma^2}{2A} \\ \sigma_R^2 = m_2 - \bar{r}^2 \to \sigma^2 \end{cases} \quad \text{per } s \to \infty \tag{7.43}$$

e

$$\begin{cases} \bar{r} \to \sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\,\sigma + \sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\,\dfrac{A^2}{4\sigma} \\ \sigma_R^2 \to \sigma^2 \cdot (2 - \dfrac{\pi}{2}) \end{cases} \quad \text{per } s \to 0 \tag{7.44}$$

Le (7.43) e (7.44) danno in definitiva i valori medi e le varianze di un segnale rivelato di inviluppo nei due casi estremi (di S/N molto grande e molto piccolo), per i quali verra´ condotta l´analisi del discriminatore di tempo "Early-late gate" (DEL).

In fig.7.12a) e´ riportato schematicamente il funzionamento del discriminatore in oggetto e in fig.7.12b) lo schema a blocchi corrispondente (v. fig.7.10).

L´operazione effettiva corrisponde a materializzare la differenza delle aree A e B di cui in fig.7.12a).

Onde effettuare l´analisi che segue converra´ definire la larghezza dei "gates", "early" (τ_{g1}) e "late" (τ_{g2}). Come verra´ anche puntualizzato nel seguito dovra´ valere

$$\tau_{g1} = \tau_{g2} \geq \frac{\tau}{2} \tag{7.45}$$

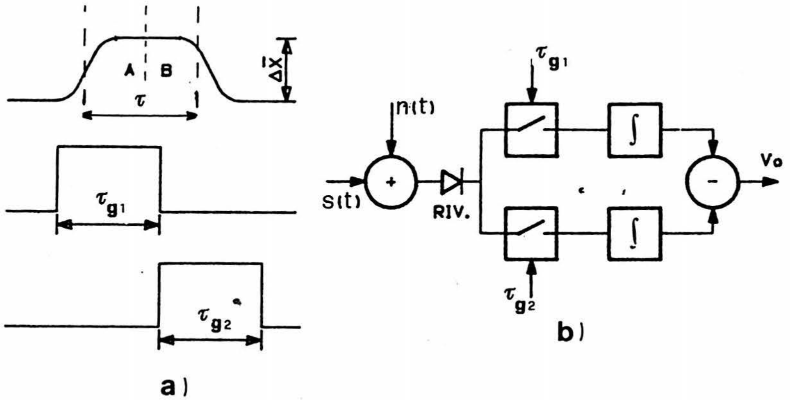


Fig.7.12 - Discriminatore DEL
a) principio di funzionamento
b) schema a blocchi.

In realta' τ_{g_1} e τ_{g_2} dovranno essere per quanto possibili eguali per ragioni di simmetria della caratteristica e comportamento sul rumore (o a bassi rapporti S/N).

La diseguaglianza di cui nella (7.45) sara' dettata dalla necessita' di voler disporre di una certa dinamica di errore (e quindi della caratteristica del DEL) in presenza di transitori oltre che per un buon comportamento ancora nel caso di bassi rapporti S/N.

Nel seguito onde poter prendere tutta l'informazione del segnale, per ipotesi filtrato a media frequenza da una banda B, converra' ipotizzare

$$2\,\tau_g = \tau + 2\,\frac{1}{B} \quad ; \quad \tau_{g1} = \tau_{g2} = \tau_g \tag{7.46}$$

Naturalmente le conclusioni della analisi che segue potranno essere adattate di volta in volta al caso concreto.

La caratteristica del discriminatore potra' essere desunta facilmente considerando una traslazione relativa dei segnali di fig.7.12a).

Ne viene allora

$$v_o = 2\,\Delta\,\bar{x}\cdot\Delta\tau = C_{dt}\cdot\Delta\tau \tag{7.47}$$

dove

$\Delta \bar{x}$ e' la differenza dei valori medi in presenza ed in assenza del segnale (v. (7.30)).

Ai valori medi di cui nella (7.47), si aggiunge un segnale aleatorio che verra' individuato dalla sua varianza.

In realta' le integrazioni di cui in fig.7.12b) corrispondono ad una somma di tanti campioni indipendenti di durata $\sim 1/B$. Peraltro l'operatore differenza di cui ancora in fig.7.12b) puo' essere sostituito (ai fini della valutazione della parte fluttuante del rumore) da un operatore di somma trattandosi di tanti campioni indipendenti a valore medio nullo. Quindi il rumore che si aggiunge al valore medio (individuato nella sua variabilita' dalla (7.47)) e' di tipo gaussiano (ric. teor. del limite centrale) e puo' essere descritto dalla:

$$v_{on} = \int_{\tau_{g_1} + \tau_{g_2}} n(t)dt \simeq \frac{1}{B} \Sigma n_i \tag{7.48}$$

dove i vari campioni n_i sono da ritenersi appunto indipendenti.

Dalla (7.48) si ha allora:

$$\overline{v_{on}^2} = \frac{\overline{\Sigma n_i^2}}{B^2} \tag{7.49}$$

Per la (7.46), ritenendo fuori τ sia presente solo il rumore, e' possibile scrivere

$$\overline{v_{on}^2} = \frac{N\sigma_R^2 + 2\sigma_{R_o}^2}{B^2} = \frac{\tau}{B}\,\sigma_R^2 + \frac{2}{B^2}\,\sigma_{R_o}^2 \tag{7.50}$$

dove

$N = \tau B$ numero di campioni indipendenti in τ

σ_R^2 varianza della distribuzione Rice (segnale presente)

$\sigma_{R_o}^2$ varianza della distribuzione Rice (segnale assente)

Dividendo la (7.50) per la caratteristica del DEL (nel suo valore quadrato), il rumore in uscita viene riportato in tempo e quindi letto nelle stessa unita' di cui nelle (7.29) e (7.33):

$$\text{(7.51)} \qquad \Delta\tau_R = \sqrt{\frac{\frac{1}{B^2}(\tau B \sigma_R^2 + 2\sigma_{R_o}^2)}{4(\Delta\bar{x})^2}}$$

Nel caso di alto rapporto S/N (v. (7.43): $\Delta\bar{x}\rightarrow A$) e ipotizzando $\tau B >> 1$ si ha:

$$\text{(7.52)} \qquad \Delta\tau_R = \sqrt{\frac{\tau}{B}}\frac{1}{\sqrt{4\frac{A^2}{\sigma^2}}} = \sqrt{\frac{\tau}{B}}\frac{1}{\sqrt{\frac{8}{2}\frac{A^2\tau}{\eta B\tau}}} = \frac{\tau}{2\sqrt{\frac{2E}{\eta}}} \quad \text{per } A>>\sigma$$

Pertanto e' possibile ritenere che in questo caso nelle ipotesi poste, l'errore in distanza e' indipendente dalla larghezza di banda e del tipo di filtro avanti al DEL.

Nel caso di basso rapporto S/N hanno valore le (7.44) ($\Delta\bar{x}\rightarrow \sqrt{\pi/2}\,(A^2/4\sigma)$) per cui la deviazione standard dell'errore in distanza (v. (7.51)) diviene:

$$\text{(7.53)} \qquad \Delta\tau_R = \sqrt{\frac{\tau}{B}}\frac{\sqrt{(2-\frac{\pi}{2})}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}\frac{A^4}{4\sigma^4}}} \simeq 1.045\sqrt{\tau B}\,\frac{\tau}{\frac{2E}{\eta}} \quad \text{per } A<<\sigma$$

La (7.53) consiglia d'altro lato di restringere la larghezza di banda dell'amplificatore IF.

Le (7.52) e (7.53) corrispondono alla accuratezza possibile operando una singola misura di distanza con la tecnica del DEL.

Qualora si eseguano n misure della distanza allora l'errore si ridurra' ovviamente di $\sqrt{n}$.

In realta' le n misure verranno automaticamente effettuate nel "loop" di inseguimento in distanza che verra' descritto nel seguito e quindi dipenderanno dalla banda di detto loop B_t, rapportata alla frequenza di ripetizione (f_r):

$$\text{(7.54)} \qquad n = \frac{1}{B_t}\cdot f_r$$

Pertanto individuato B_t (minimo a meno di vincoli che verranno descritti nel seguito) e' possibile ottenere n e quindi l'accuratezza a loop chiuso

(7.55) $$\Delta\tau_{Rf} = \Delta\tau_R / \sqrt{n}$$

Naturalmente a bassi S/N, come verra' puntualizzato nel seguito, il gradiente del DEL diminuisce ad opera dell'AGC e quindi variera' B_t; di questo fatto bisognera' tener conto nella valutazione della accuratezza della misura della distanza.

La pendenza della caratteristica del DEL diminuisce al diminuire di B e per questo motivo e per la (7.53) converra' scegliere per B un valore approssimativamente eguale a quello ottimo per motivi di sensibilita'.

In fig.7.13 e' riportato l'andamento delle (7.52) e (7.53) (per $\tau B=1.2$) ed inoltre sono riportati alcuni dati come disponibili in [10].

Onde visualizzare meglio il problema converra' ora esaminare come ci si possa avvicinare alla realizzazione di un <u>discriminatore di tempo</u>

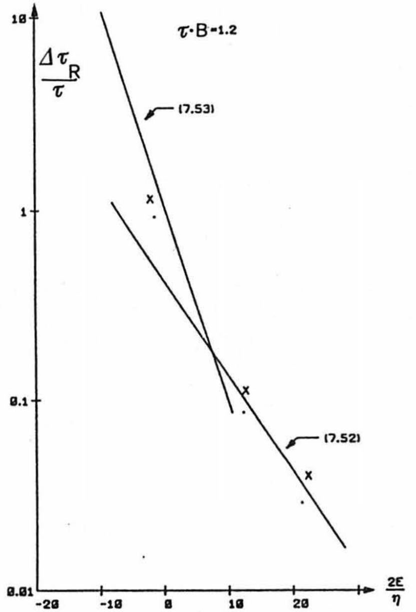


Fig.7.13 - Andamento della deviazione standard dell'errore in distanza (accuratezza) in funzione del rapporto segnale-rumore per un DEL. (.x dati disponibili in [10]).

c) <u>ottimo</u>

Allo scopo di semplificare l'analisi si consideri il caso che il segnale in ricezione sia noto anche nella sua fase per modo che si possa operare con demodulazione coerente. Detta ipotesi non sara' verificabile in pratica, ma potra' essere supposta a scopo di analisi e le perdite conseguenti saranno quelle riportate nel par.1.8e).

In fig.7.14 e' riportata una possibile schematizzazione del processo di discriminazione ottima. Il segnale e rumore rivelati coerentemente verranno processati attraverso un moltiplicatore per la funzione $g(t-\hat{\Delta}t)$ da ottimizzare e quindi attraverso un integratore. In realta' $\hat{\Delta}t$ sara' la distanza stimata e lo scopo della inserzione della funzione di g(.) e' quello di realizzare una stima ottima e g(.), conformemente alle discussioni che precedono, verra' indicata come funzione porta (o "gate").

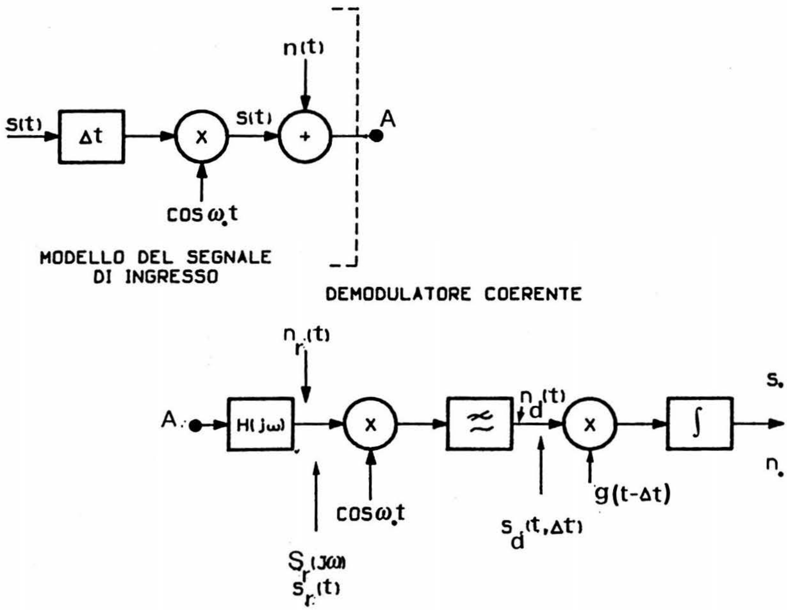


Fig.7.14 - Schematizzazione del processo di discriminazione ottima.

Per l'analisi che segue verra' ipotizzato che $H(j\omega)$ sia ottima per la rivelazione (filtro "matched"); converra' ritenere valida questa ipotesi pensando ad una rivelazione prima della discriminazione.

In tab.7.1 sono riportate le espressioni in tempo e frequenza dei segnali nei vari punti. In realta' converra' osservare che il rapporto segnale-rumore non varia se valutato a media frequenza o in uscita dal demodulatore coerente(*).

(*) Rapporto S/N prima del demodulatore coerente:

$$g(t_o)=s_v(t)|_{max} = \frac{1}{4}\{\int |S_v[j(\omega-\omega_o)]|^2 e^{-j(\omega-\omega_o)\Delta t} e^{j\omega t} df +$$

$$+\int |S_v[j(\omega+\omega_o)]|^2 e^{-j(\omega+\omega_o)\Delta t} e^{j\omega t} df\}_{max} =$$

$$= \frac{1}{4}\{\int |S_v(j\Omega)|^2 e^{-j\Omega\Delta t} e^{j\Omega t} e^{j\omega_o t} df +$$

$$+ \int |S_v(j\Omega_1)|^2 e^{-j\Omega_1 \Delta t} e^{j\Omega_1 t} e^{-j\omega_o t} df\}_{max} =$$

$$= \frac{1}{4}\{[e^{j\omega_o t} - e^{-j\omega_o t}]\int |S_v(j\omega)|^2 e^{j\omega(t-\Delta t)} df\}_{max} =$$

$$= \frac{1}{2} \cos\omega_o t \int s_v(t) s_v(t-\Delta t+\tau) dt\Big|_{max} = \frac{E_v}{2} \cos\omega_o t$$

dove nell'ultimo passaggio si e' definito con E_v l'energia collegata al segnale video. Relativamente al segnale IF s(t) (v. fig.7.14), si ha:

$$E = \int s^2(t) dt = \int s_v^2(t) \cos^2\omega_o t \, dt = \frac{E_v}{2}$$

nella ipotesi usuale di banda stretta (larghezza di banda di $s_v(t)$ stretta relativamente a $f_o=\omega_o/2\pi$).

Per il rumore si ha invece

$$P_N = \frac{\eta}{2}\int |H(j\omega)|^2 df = \frac{\eta}{2} E$$

quindi il rapporto S/N diviene:

$$\frac{S}{N}\Big|_{IF} = \frac{|g(t_o)|^2}{P_N} = \frac{E^2}{\frac{\eta}{2} E} = \frac{2E}{\eta}$$

Tab.7.1

$s_v(t)$	$S_v(j\omega)$
$s_v(t-\Delta t)$	$S_v(j\omega)e^{-j\omega\Delta t}=S_v(j\omega,\Delta t)$
$s(t)$	$\frac{1}{2}\{S_v[j(\omega-\omega_o)e^{-j(\omega-\omega_o)\Delta t}]+S_v[j(\omega+\omega_o)e^{-j(\omega-\omega_o)\Delta t}]\}$ $=S(j\omega,\Delta t)]$
$H(j\omega)$	$\frac{1}{2}\{S_v^*[j(\omega-\omega_o)]+S_v^*[j(\omega+\omega_o)]\}=S^*(j\omega,0)$
$s_r(t)$	$S(j\omega,\Delta t)\cdot H(j\omega)=\frac{1}{4}\{\lvert S_v[j(\omega-\omega_o)]\rvert^2 e^{-j(\omega-\omega_o)\Delta t}$ $+\lvert S_v[j(\omega+\omega_o)]\rvert^2 e^{-j(\omega+\omega_o)\Delta t}\}$
$s_d(t,\Delta t)$	$\frac{1}{8}\{\lvert S_v(j\omega)\rvert^2 e^{-j\omega\Delta t}+\lvert S_v(j\omega)\rvert^2 e^{-j\omega\Delta t}=$ $=\frac{1}{4}\lvert S_v(j\omega)\rvert^2 e^{-j\omega\Delta t}$
$n_r(t)=x_r(t)\cos\omega_o t-y_r(t)\mathrm{sen}\,\omega_o t$ $n_d(t)=\frac{x_r(t)}{2}$ $\overline{x_r^2}=\frac{\eta}{2}\int\lvert H(j\omega)\rvert^2 df=P_N$	
n_d variabile gaussiana a valor medio nullo e varianza $\frac{P_N}{4}$	

(segue nota)

Per il rapporto S/N <u>dopo il demodulatore coerente</u> si ha facilmente:

$$g(t_o)\rvert_{max} = \frac{1}{4}\int \lvert S_v(j\omega)\rvert^2 e^{-j\omega\Delta t} e^{j\omega t} df\Big\rvert_{max} =$$

$$= \frac{1}{4}\int s_v(t)s_v(t-\Delta t+\tau)dt\Big\rvert_{max} = \frac{1}{4}E_v = \frac{E}{2}$$

$$\overline{n_d^2(t)} = \frac{P_N}{4} = \frac{1}{4}\frac{\eta}{2}\int\lvert H(j\omega)\rvert^2 df = \frac{\eta}{8}E$$

da cui

$$\frac{S}{N}\Big\rvert_d = \frac{\lvert g(t_o)\rvert^2}{P_N} = \frac{E^2/4}{\eta E/8} = \frac{2E}{\eta}$$

che pertanto si identifica con $S/N\rvert_{IF}$

L'uscita dall'integratore di cui in fig.7.14 puo' essere immaginata costituita da due parti; la prima e' rappresentativa dal segnale:

$$(7.56) \qquad s_o(\Delta T_R) = \int s_d(t-\Delta t)g(t-\hat{\Delta t})dt = \int s_d(\tau)g(\tau+\Delta T_R)d\tau$$

dove e' stata esplicitata la dipendenza dalla differenza (ΔT_R) fra distanza effettiva e distanza stimata. Naturalmente sarebbe auspicabile che $s_o(\Delta T_R)$, per un'ottima funzione "gate", fosse una funzione dispari e assuma il valore zero per $\Delta T_R=0$.

Per piccoli valori di ΔT_R si potra' scrivere

$$(7.57) \qquad s_o(\Delta T_R) \simeq \left.\frac{ds_o(\Delta T_R)}{d\,\Delta T_R}\right|_{\Delta T_R=0} \cdot \Delta T_R = K\,\Delta T_R$$

Il rumore in uscita dal discriminatore sara' pari a

$$(7.58) \qquad n_o(\hat{\Delta t}) = \int n_d(t)g(t-\hat{\Delta t})dt$$

Per la (7.57), la

$$(7.59) \qquad \Delta\tau_R = \sqrt{\frac{\overline{n_o^2(\hat{\Delta t})}}{K^2}} = \frac{\sqrt{\overline{n_o^2(\hat{\Delta t})}}}{|K|}$$

rappresentera' il valore efficace dell'errore riportato in termini di distanza.

Il problema della minimizzazione della (7.59) puo' essere rivisto come minimizzazione del valore quadratico medio della (7.58), per un valore specificato di K come dato dalle (7.57) e (7.56).

D'altro canto e' possibile scrivere(*)

(*) Valgono in realta' le seguenti relazioni:

$$\frac{d}{d\Delta T_R}\int s_d(\tau)g(\tau+\Delta T_R)d\tau = \frac{d}{d\Delta T_R}\int S_d^*(j\omega)G(j\omega)e^{j\omega\Delta T_R}df =$$

$$= \int S_d^*(j\omega)j\omega G(j\omega)e^{j\omega\Delta T_R}df$$

da cui la (7.60).

$$(7.60) \qquad K = \frac{d}{d\,\Delta T_R} \int s_d(\tau) g(\tau + \Delta T_R) d\tau \Big|_{\Delta T_R = 0} = \int S_d^*(j\omega) j\omega G(j\omega) df$$

dove con $G(j\omega)$ si e' intesa la trasformata di Fourier della $g(t)$.

Per quanto riguarda il rumore si ha facilmente(*)

$$(7.61) \qquad \overline{n_o^2} = \frac{\eta}{16} \int |S_v(j\omega)|^2 |G(j\omega)|^2 df$$

(*) La potenza relativa al rumore $n_r(t)$ nell'intervallo di frequenza $f\text{-}f+df$ vale (v. tab.7.1):

$$\eta |H(j\omega)|^2 df = \eta \frac{1}{4} |S_v[j(\omega - \omega_o)]|^2 df$$

Allora la potenza relativa al corrispondente intervallo di frequenza del segnale demodulato $n_d(t)[= x_r(t)/2]$ diviene:

$$\frac{\eta}{4} \frac{1}{4} |S_v[j(\omega)]|^2 df = \frac{|X_r(j\omega)|^2}{4} df$$

Dalla trasformata di Fourier dell'integrale di correlazione

$$n_o(\Delta\hat{t}) = \frac{1}{2} \int x_r(t) g(t - \Delta\hat{t}) dt \longleftrightarrow \frac{1}{2} X_r^*(j\omega) G(j\omega)$$

per il teorema di Parseval si ha:

$$\overline{n_o^2} = \frac{1}{4} \int |X_r(j\omega)|^2 |G(j\omega)|^2 df$$

da cui la (7.61).

L'ottima funzione $G(j\omega)$ [e quindi $g(t)$] nasce dalla minimizzazione della (7.61) per un certo valore di K (v. (7.60)).

La ricerca della $G(j\omega)$ ottima che verra' indicata con $G_o(j\omega)$ puo' essere affrontata con il calcolo delle variazioni.

In realta' ogni funzione $G(j\omega)$ potra' essere ottenuta dalla

$$(7.62) \qquad G(j\omega) = G_o(j\omega) + \varepsilon\eta(\omega)$$

con $\eta(\omega)$ arbitraria.

Allora ricordando la tab.7.1, la (7.60) (ossia il vincolo del processo di minimizzazione) potra' essere riscritta $[s_d(t)=s_d(t,o)]$:

$$(7.63) \qquad K = \frac{1}{4}\int |S_v(j\omega)|^2 j\omega G(j\omega)df$$

e ipotizzando K reale, $G(j\omega)$ dovra' essere immaginaria $[G^*(j\omega) = -G(j\omega);\ \eta^* = -\eta;\ G_o^* = -G_o]$.

L'ottima funzione (immaginaria) $G(j\omega)$ potra' essere ottenuta annullando la derivata rispetto ad ε della (7.61) (con il vincolo (7.63), ric. la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange):

$$(7.64) \qquad \frac{\partial}{\partial\varepsilon}\left\{-\frac{1}{16}\int|S_v|^2(G_o+\varepsilon\eta)^2df+\frac{\lambda}{4}\int|S_v|^2j\omega(G_o+\varepsilon\eta)df\right\}\Big|_{\varepsilon=0}=$$

$$= -\frac{1}{16}\int|S_v|^2 2G_o\eta df+\frac{\lambda}{4}\int|S_v|^2 j\omega\eta df =$$

$$= \frac{1}{8}\int|S_v|^2\eta\,[-G_o+2\lambda j\omega]df = 0$$

Data l'arbitrarieta' della funzione $\eta(\cdot)$, la $G_o(\cdot)$ sara' data allora:

$$(7.65) \qquad G_o(\omega) = j\omega$$

La costante di proporzionalita' disponibile dalla (7.65) appare inessenziale per il problema della minimizzazione in oggetto come posto nella (7.59).

L'antitrasformata di Fourier della (7.65) porta ad un doppio "Dirac", cosi' che l'analisi condotta porta a dire che l'ottima funzione di "gate" e' quella che campiona la

forma d'onda del segnale immediatamente prima ed immediatamente dopo l'istante Δt. In particolare si ricordi che detto segnale va inteso elaborato con filtro adattato e poi rivelato (coerentemente) (v. fig.7.14).

A questo punto e' valutabile l'errore in distanza (7.59):

$$(7.66) \qquad \Delta\tau_R = \frac{\sqrt{\overline{n_o^2}}}{|K|} = \frac{\sqrt{\frac{\eta}{16}\int |S_v(j\omega)|^2\omega^2 df}}{\frac{1}{4}\int |S_v(j\omega)|^2\omega^2 df} =$$

$$= \frac{\sqrt{\eta}}{\sqrt{\int |S_v(j\omega)|^2\omega^2 df}} = \frac{1}{\beta\sqrt{\frac{2\,E}{\eta}}}$$

avendo posto

$$(7.67) \qquad \begin{cases} \beta^2 = \dfrac{\int |S_v(j\omega)|^2\omega^2 df}{\int |S_v(j\omega)|^2 dt} = \dfrac{\int |S(j\omega)|^2\omega^2 df}{\int |S(j\omega)|^2 df} \\[2ex] E_v = 2E = \int |S_v(j\omega)|^2 df \end{cases}$$

La (7.66) si identifica (come doveva essere) con la (3.26) e (7.26). Ogni qualvolta si voglia adottare una particolare funzione $G(j\omega)$ (diversa dalla ottima che implica bande infinite), detta funzione potra' essere inserita nelle (7.61) e (7.60) per modo che sara' facile valutare il nuovo valore dell'errore commesso nella stima della distanza dalla (7.59).

7.5. Definizione statistica di un sistema di controllo automatico di guadagno

Per le considerazioni dei paragrafi che precedono converra' ritenere il segnale rivelato di inviluppo e su di questo considerare l'azione del sistema di AGC. L'eventuale presenza di un MTI sposta unicamente la posizione del rivelatore nella catena di elaborazione senza alterarne il funzionamento. Nel seguito converra' quindi considerare il

clutter assente (o eliminato da un MTI) ed il segnale e rumore potranno essere descritti dalla distribuzione di Rice (v. (1.54)).

Naturalmente l'operazione di "gating" dei discriminatori di tempo come descritta in fig.7.10, sara' modificata a seconda vi sia un MTI o meno. Infatti lo MTI implica (oggi) un campionamento del segnale (usualmente in forma digitale) e su di questo viene ad operare la cancellazione. Poiche' il campionamento avverra' ad un ritmo di circa $\tau/2$ (per non perdere eccessivamente in sensibilita'), e ragioni pratiche sconsigliano di diminuire detto valore, allora l'inseguimento potra' essere fatto filtrando il segnale a media frequenza (eventualmente in modo ottimo) e poi campionando con un ritmo ad es. di $\tau/2$, ma spostabile in fase (sfasamento fine) sweep a sweep. In realta' si potra' partire da un clock a frequenza molto elevata e una fase opportuna che consenta l'inseguimento nel modo desiderato verra' selezionata dal loop di inseguimento. Lo schema che ne risulta non differisce da quello di fig.7.10, dove pero' sui segnali integrati (nelle aree) (in forma bipolare sulle singole componenti) ha luogo la cancellazione del clutter secondo gli schemi usuali. In ogni caso particolare attenzione andra' riposta alla interazione dei sistemi di cancellazione e di inseguimento ed al problema delle dinamiche.

Naturalmente converra' osservare che nel caso dei sistemi di inseguimento si opera su poche celle in distanza e quindi e' disponibile usualmente un notevole tempo di elaborazione per modo che questa elaborazione puo' essere effettuata con le filosofie proprie dei calcolatori (hardware non dedicato), a livello di cancellazione e di inseguimento.

Sara' bene ritenere che concettualmente il sistema di inseguimento opera secondo la schematizzazione di fig.7.10 e le tecniche realizzative definiscono le precisioni, i residui... dei vari quadripoli componenti.

Ritornando ora al sistema di AGC, esso influenza il gradiente del discriminatore di tempo e quindi l'accuratezza della misura in quanto varia la larghezza di banda e quindi il numero di impulsi su cui viene effettuata la misura. In realta' l'accuratezza sulla singola misura non risente della variazione di gradiente, che in realta' implica una variazione della influenza dei vari disturbi (quantizzazione, offset...) sulla precisione della distanza.

Peraltro un sistema di AGC sulla base del particolare parametro (valore mediano, medio, di picco...) letto e quindi tenuto costante, puo' essere definito almeno nei seguenti tre modi:

a) Secondo una prima definizione (quasi di valore di picco), il sistema di AGC e' quel sistema, che, al variare di s , mantiene costante l'uscita del rivelatore di inviluppo, considerata ad un certo livello k di densita' di probabilita'. In altre parole il controllo di guadagno puo' operare sulla media frequenza, in modo che la probabilita' dell'uscita rivelata dell'amplificatore a media frequenza fra un prefissato valore y e un y+dy rimanga costante. Una tale situazione puo' essere materializzata pensando di valutare il tempo di permanenza sulla fascia dy relativo al tempo di osservazione. La quantita' prefissata y e' detta soglia del sistema di AGC e verra' indicata con il nome z_r. Allora la definizione sovraesposta puo' essere esplicitata nella duplice relazione (v. fig.7.15):

$$\left\{\begin{array}{l} q(y) = \alpha_s \cdot p(y\alpha_s, s) = k \\ \\ y = z/\alpha_s = z_r = \text{cost} \end{array}\right. \tag{7.68}$$

dove la funzione p(.,s) corrisponde alla (1.54). In fig. 7.15a) e' definita la situazione ad anello aperto dell'AGC (v. ancora (1.54)), (con una conveniente situazione del guadagno $\alpha_s(=1)$), dove con z e' indicata l'uscita dal rivelatore di inviluppo. In fig.7.15b) e' riportata ancora la distribuzione dell'uscita (la z e' stata indicata per convenienza con y) dovuta alla chiusura del sistema di AGC, come da fig.7.15c).

Per ragioni di normalizzazione converra' assumere $z_r=1$.

Per ogni valore di k, le (7.68) consentono di ricavare il valore di α_s (o attenuazione dell'amplificatore a media frequenza, relativamente alla situazione ad anello aperto) necessaria per riportare al valore $z_r(=1)$ l'uscita (y) valutata al valore k di densita' di probabilita'. E' evidente che con la posizione $z_r=1$ si ha y=1 e quindi $z=\alpha_s$. L'esatta normalizzazione di y naturalmente e' anche influenzata dal guadagno del sistema di AGC che peraltro si puo' supporre infinito, nella presente indagine, senza temere errore.

Converra' anche notare che le uscite ed il riferimento, di cui sopra, sono riferiti al valore di σ (v. (1.54)).

In fig.7.16 e' indicato l'andamento di α_s per valori di k usuali (k=0,1, 0,05, 0,02); questi valori corrispondono a z_r compreso fra 2σ e 3σ (v. (1.54) per $s^2=0$).

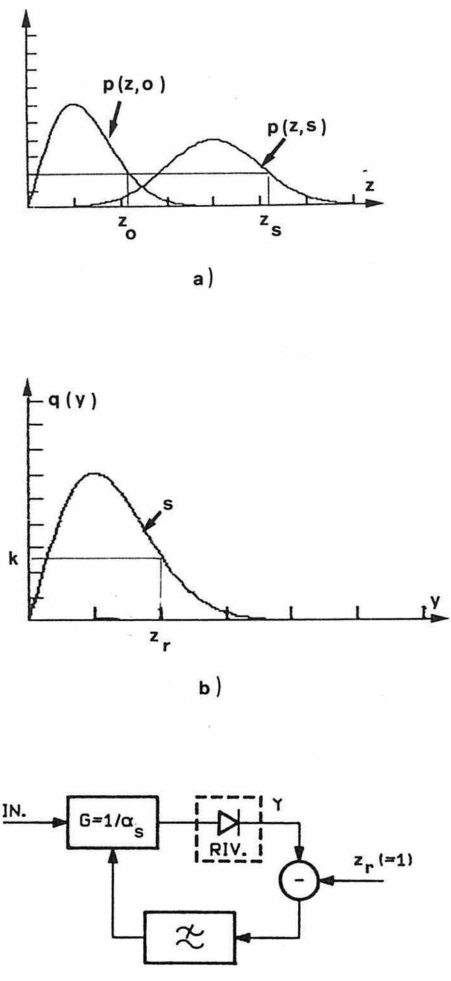


Fig.7.15 - Descrizione statistica dell´AGC
a) distribuzione in uscita: AGC aperto
b) distribuzione in uscita: AGC chiuso
c) schema a blocchi

b) La seconda definizione del sistema di AGC si basa sulla conservazione del valore medio (m=cost.) dell'uscita del rivelatore di inviluppo.

$$\frac{\overline{z_s}}{\alpha_s} = \frac{1}{\alpha_s}\int_0^{\infty} z.p(z,s)dz = z_r = \text{cost.} \tag{7.69}$$

Nella (7.69) e' compresa la definizione della soglia z_r, che ancora converra' porre uguale ad 1; pertanto si ha $\alpha_s = \overline{z_s}$.

Si passa dalla (7.68) alla (7.69) sulla base del metodo di rivelazione del sistema di AGC (riv. di picco o di area, di cui e' stata gia' specificata l'inserzione in un sistema di inseguimento).

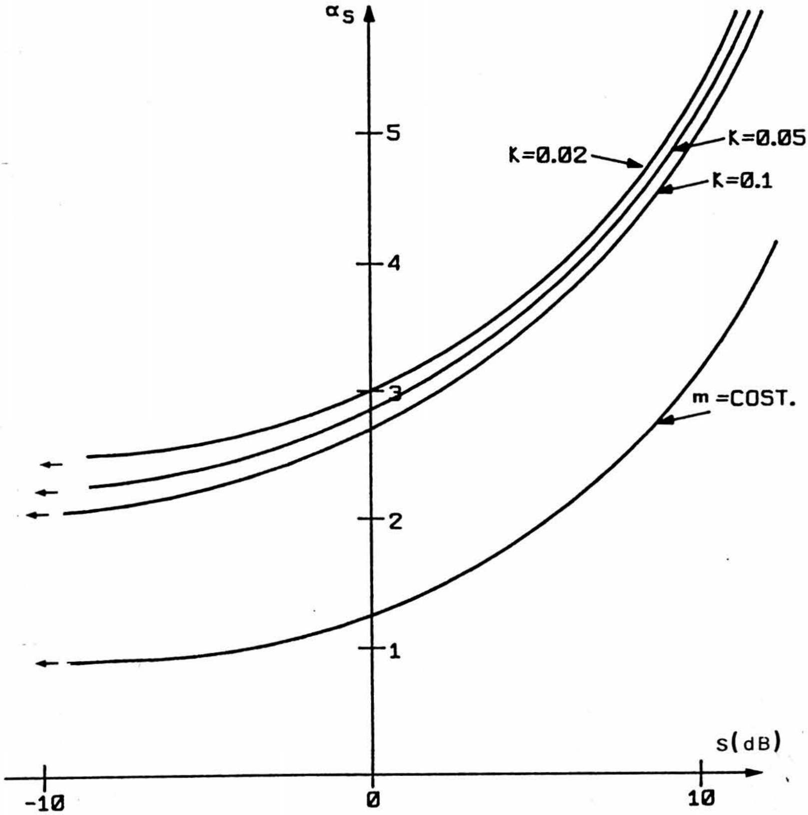


Fig.7.16 - Attenuazione dell'AGC in funzione del S/N.

Risolvendo l'integrale nella (7.69) si ha:

$$\bar{z}_s = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{s}{2}} \{(1+s)I_o(\tfrac{s}{2})+sI_1(\tfrac{s}{2})\}$$

L'andamento di questa funzione e' riportato in fig.7.16 (curva m=costante).

In questo caso, in cui si effettua il valor medio, e' importante che la durata τ dell'impulso coincida con la somma dei gates "early" e "late". Nel caso reale la somma di questi gates supera τ e quindi nella media entra in gioco anche il rumore fuori dell'impulso (v. fig.7.17).

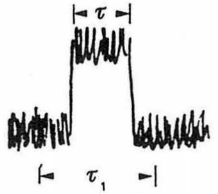


Fig.7.17 - Impulso da agganciare in distanza.

Detta τ_1 la durata della somma dei gates, durante la quale viene sensibilizzato il sistema di AGC, la (7.69) si modifica nella

$$\frac{1}{\alpha_s}(\bar{z}_s + \bar{z}_o\eta) = z_r = \text{cost.} \tag{7.70}$$

in cui

$$\eta = \frac{\tau_1 - \tau}{\tau}$$

e $\bar{z}_o$ e' il valore che $\bar{z}_s$ assume nel caso s=0.

Per η=0 la (7.70) si identifica con la (7.69).

Per effetto di $\eta\neq0$ la curva m di fig.7.16 si trasla della quantita' $\bar{z}_o$ verso l'alto.

Nel caso a) la durata del gate non ha rilevante impor-

tanza ai fini dell'AGC trattandosi di una rivelazione di picco.

c) La terza definizione del sistema di AGC puo' essere descritta tramite la conservazione della probabilita' che si superi un certo valore z_{rs}:

$$\int_{z_{rs}}^{\infty} p(z,s)dz = k = \text{cost.} \tag{7.71}$$

$$\frac{z_{rs}}{\alpha_s} = z_r = \text{cost.}$$

Tale definizione comporta maggiori difficolta' analitiche poiche' si tratta di procedere come in a) ma lavorando sull'integrale della (7.71) senza peraltro ottenere risultati sensibilmente discosti da quelli ottenibili dalle (7.68).

E' da notare che questa definizione e' quella che si adatta di piu', come modello, al funzionamento di un circuito "boxcar" reale.

7.6. Grandezze caratteristiche in un sistema con controllo automatico di guadagno

Si definiscono le seguenti grandezze che saranno utili per valutare le prestazioni del sistema di tracking:

a) Grandezze a loop di AGC aperto

(7.72)

$$\bar{z}_s = \frac{\bar{V}}{\sigma\sqrt{2}} = \text{valore medio normalizzato di S+N}$$

$$s = \frac{A}{\sigma\sqrt{2}} = \text{" " " di S per N=0}$$

$$\bar{z} - s = \text{contributo del rumore sul valore medio}$$

b) Grandezze a loop di AGC chiuso

(7.73)

$$\overline{S(s)+N(s)} = \frac{\bar{z}_s}{\alpha_s} = \text{valore medio di S+N}$$

$$\overline{S(s)} = \frac{s}{\alpha_s} = \text{valore medio di S per N=0}$$

$$\overline{N(s)} = \frac{\bar{z}_s - s}{\alpha_s} = \text{contributo del rumore sul valore medio}$$

$$\overline{N(o)} = \frac{\bar{z}_o}{\alpha_s} = \text{valore medio del rumore fuori del segnale}$$

L'introduzione di $\overline{N(o)}$ e' importante quando si considera che il gate di sensibilizzazione dell'AGC puo' essere piu' grande della durata τ dell'impulso come gia' detto nel paragrafo che precede (v. fig.7.17).

Si valutino ora le grandezze (7.73) nei due casi di AGC definiti nel paragrafo che precede.

a) Caso di AGC con rivelatore quasi di picco.

Le grandezze precedenti si calcolano mediante le

$$\overline{S(s)+N(s)} = \frac{1}{\alpha_s(k)} \int_o^\infty z.p(z,s)dz$$

$$\overline{S(s)} = \frac{s}{\alpha_s(k)}$$

$$(7.74) \qquad \overline{N(s)} = \frac{1}{\alpha_s(k)} \int_o^\infty z.p(z,s)dz - \frac{s}{\alpha_s(k)}$$

$$N(o) = \frac{1}{\alpha_s(k)} \int_o^\infty z.p(z,o)dz$$

dove l'$\alpha_s(k)$ si puo' ricavare per i vari k e in funzione dell'$S/N=s^2$ dal grafico di fig.7.18.

Le curve delle (7.74) in funzione del S/N espresso in dB sono riportate in fig.7.18.

b) Caso di AGC con rivelatore di valor medio.

Le grandezze di cui nelle (7.74) si calcolano mediante le

$$\overline{S(s)+N(s)} = \frac{1}{\alpha_s(\eta)} \int_o^\infty z\ p(z,s)\ dz$$

$$\overline{S(s)} = \frac{\sqrt{s}}{\alpha_s(\eta)}$$

(7.75)

$$\overline{N(s)} = \frac{1}{\alpha_s(\eta)} \int_o^\infty z\ p(z,s)\ dz - \frac{\sqrt{s}}{\alpha_s(\eta)}$$

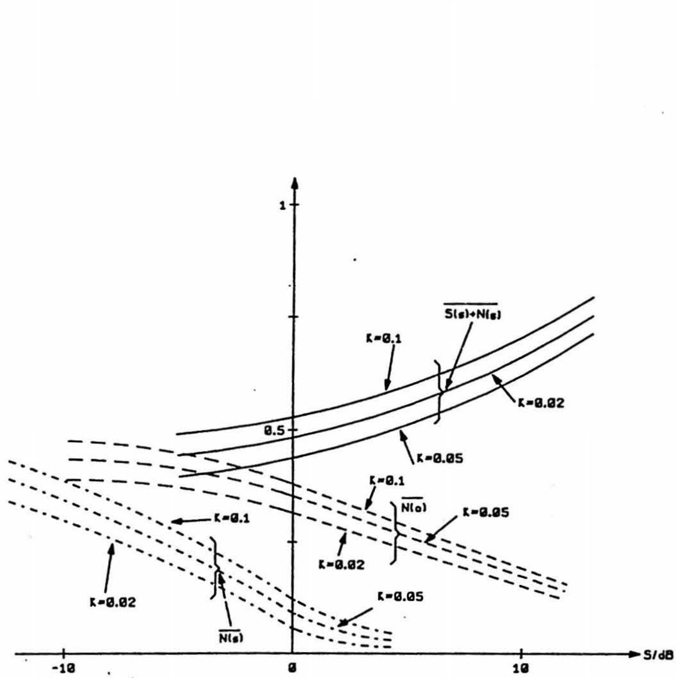


Fig.7.18 - Curve di $\overline{S(s)+N(s)}$,$\overline{N(s)}$,$\overline{N(o)}$ nel caso di AGC con rivelatore quasi di picco.

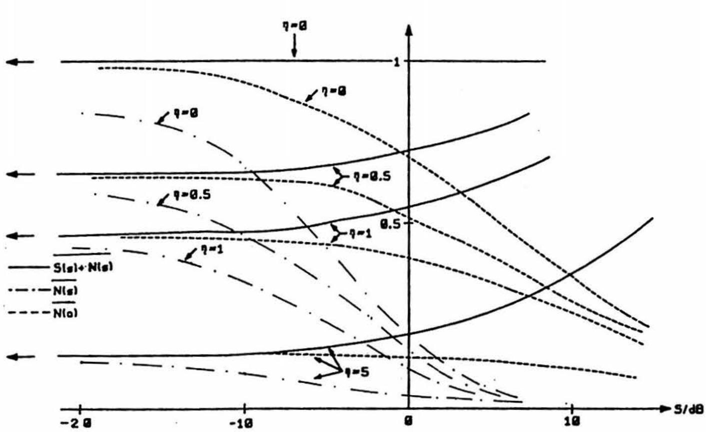


Fig.7.19 - Curve di $\overline{S(s)+N(s)}$,$\overline{N(s)}$,$\overline{N(o)}$ nel caso di AGC con rivelatore di valor medio.

$$\overline{N(o)} = \frac{1}{\alpha_s(\eta)} \int_o^\infty z\ p(z,o)\ dz$$

dove l'$\alpha_s(\eta)$ si puo' ricavare per i vari η(η e' il parametro introdotto nella (7.70))usando la curva m di fig.7.16 che e' fatta per $\eta=0$ e sommando la correzione $\bar{z}_o \cdot \eta$ come gia' detto nel precedente paragrafo.

Gli andamenti delle (7.75) in funzione dell'S/N espresso in dB e di η sono riportate in fig.7.19.

7.7. Il discriminatore di tempo, sua caratterizzazione, per bassi rapporti segnale-rumore. Condizione critica per l'inseguimento

Il discriminatore di distanza o di tempo e', come si e' detto, l'elemento base del "loop" di inseguimento; la sua piu' classica costituzione e' lo "split-gate" (fig.7.20), gia' sommariamente descritto nei parr.7.3 e 7.4.

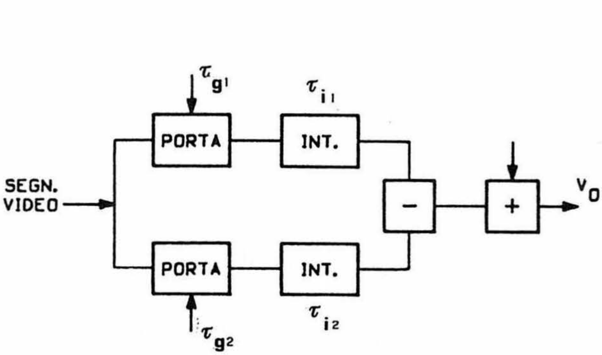


Fig.7.20 - Discriminatore di distanza.

L'impulso di ingresso e' applicato a due circuiti porta comandati da due finestre susseguentesi ("late gate" (τ_{g1}), "early gate" (τ_{g2})) o "gates" di distanza; le uscite dei due circuiti porta vengono quindi tramutate in due tensioni continue (tramite due integratori definiti dalle due costanti di integrazione τ_{i1} e τ_{i2})e quindi sottratte fra di loro in

modo da fornire l'errore di distanza. Ivi sara' presente ovviamente una tensione di sbilanciamento,un "drift" (δ) dovuto anche agli stadi di amplificazione seguenti o un errore di quantizzazione. Nel seguito converra' fare riferimento ad una soluzione di tipo analogico, peraltro qualora si voglia considerare una quantizzazione, valutarne gli errori significhera' solamente esplicitare detti errori in termini dei corrispondenti errori della soluzione analogica.

Poiche' le grandezze di ingresso sono state considerate normalizzate relativamente al valore di z_r (equivalentemente $z_r=1$), δ potra' considerarsi in volt relativi al valore di z_r (ancora in volt).

In generale si potra' scrivere:

$$\left.\begin{aligned} \tau_{g1} &= \tau_g + \Delta\tau_g \\ \tau_{g2} &= \tau_g - \Delta\tau_g \end{aligned}\right\} \quad \Delta\tau_g \ll \tau_g$$

(7.76)

$$\left.\begin{aligned} \tau_{i1} &= \tau_i - \Delta\tau_i \\ \tau_{i2} &= \tau_i + \Delta\tau_i \end{aligned}\right\} \quad \Delta\tau_i \ll \tau_i$$

Valendo le notazioni di fig.7.21, si ha:

(7.77)

$$v_o = \frac{\overline{N(o)}(\tau_{g1}-\tau_{s1})}{\tau_{i1}} - \frac{\overline{N(o)}(\tau_{g2}-\tau_{s2})}{\tau_{i2}} + $$

$$+ \frac{\overline{N(s)+S(s)}}{\tau_{i1}}\tau_{s1} - \frac{\overline{N(s)+S(s)}}{\tau_{i2}}\tau_{s2} + \delta$$

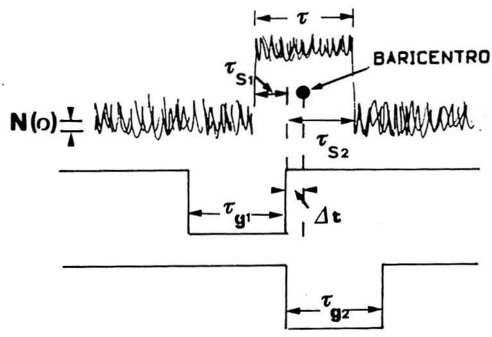


Fig.7.21 - Descrizione dei parametri per definire il discriminatore di tempo.

Sostituendo nella (7.77) le (7.76) si ha:

$$(7.78)\qquad v_o=\overline{N(o)}\{2\,\frac{\Delta\tau_g}{\tau_i}+2\,\frac{\tau_g}{\tau_i^2}\Delta\tau_i\}-\overline{N(o)}\{\frac{\tau}{\tau_i}\,\frac{\Delta\tau_i}{\tau_i}+2\,\frac{\Delta\tau}{\tau_i}\}$$

$$+\overline{[N(s)+S(s)]}\{\frac{\tau}{\tau_i}\,\frac{\Delta\tau_i}{\tau_i}+2\,\frac{\Delta\tau}{\tau_i}\}+\delta$$

Ossia si ha:

$$(7.79)\qquad v_o=[\overline{N(s)+S(s)}-\overline{N(o)}]\frac{2}{\tau_i}\Delta\tau+\overline{N(o)}\frac{2}{\tau_i}\Delta\tau_g+$$

$$+\{\overline{N(o)}(-\frac{\tau}{\tau_i}+2\,\frac{\tau_g}{\tau_i})+[\overline{N(s)+S(s)}]\,\frac{\tau}{\tau_i}\,\}\,\frac{\Delta\tau_i}{\tau_i}+\delta$$

Cioe' si e' in presenza di un termine lineare con lo spostamento tra il baricentro dell'impulso ed i fronti di contatto dell'"early" e "late gate" e di un termine costante. In genere pertanto si potra' rappresentare la (7.79) come nella fig.7.22 dove con C_{dt} si e' intesa la caratteristica del discriminatore di tempo (volt/ μs) e con D lo sbilanciamento totale, ossia:

$$(7.80)\qquad v_o = C_{dt}\Delta\tau + D$$

dove

$$(7.81)\quad\begin{cases} C_{dt}=[\overline{N(s)+S(s)}-\overline{N(o)}]\,\frac{2}{\tau_i} \\ D=2\,\overline{N(o)}\,\frac{\tau_g}{\tau_i}\,\frac{\Delta\tau_g}{\tau_g}-\{\overline{N(o)}(\frac{\tau}{\tau_i}-2\,\frac{\tau_g}{\tau_i})-[\overline{N(s)+S(s)}]\frac{\tau}{\tau_i}\}\frac{\Delta\tau_i}{\tau_i}+\delta \end{cases}$$

In generale si ha $2\,\tau_g=\tau_1$ ossia la somma dei "gates" del discriminatore eguaglia il "gate" di sensibilizzazione dell'AGC.

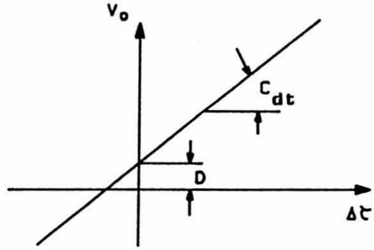


Fig.7.22 - Caratteristica del discriminatore di tempo

In fig.7.23 e' indicato come varia $C_{dtn} = C_{dt}(\tau_i/2)$ in funzione di s^2. La fig.7.23 si ricava dagli andamenti delle figg.7.18 e 7.19. Quanto al termine di sbilanciamento, esso si puo' anche scrivere:

$$D=2\overline{N(o)}\,\frac{\tau_g}{\tau_i}\,\frac{\Delta\tau_g}{\tau_g}+\left[2\overline{N(o)}\,\frac{\tau_g}{\tau_i}+C_{dt}\,\frac{\tau}{2}\right]\frac{\Delta\tau_i}{\tau_i}+\delta \tag{7.82}$$

ed e' anche possibile riportare D all'ingresso del discriminatore dividendo per C_{dt}

$$D_i=\frac{D}{C_{dt}}=2\frac{\overline{N(o)}}{C_{dt}}\,\frac{\tau_g}{\tau_i}\,\frac{\Delta\tau_g}{\tau_g}+\left[2\frac{\overline{N(o)}}{C_{dt}}\,\frac{\tau_g}{\tau_i}+\frac{\tau}{2}\right]\frac{\Delta\tau_i}{\tau_i}+\frac{\delta}{C_{dt}} \tag{7.83}$$

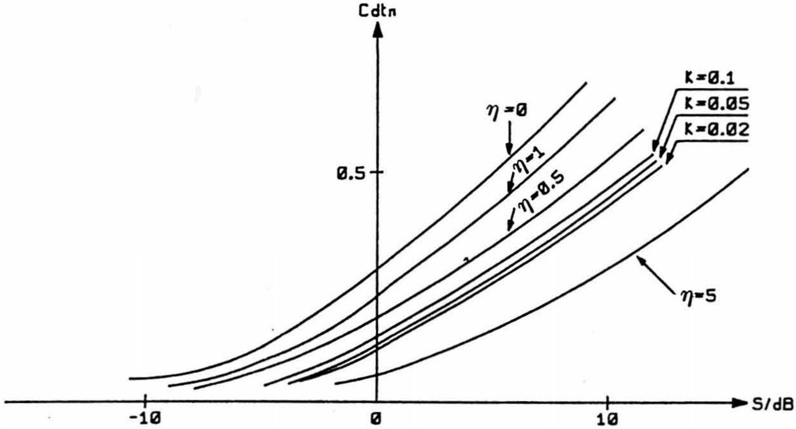


Fig.7.23 - Andamento della caratteristica del discriminatore di tempo in funzione del rapporto segnale-rumore.

Ricordando che $\eta = (\tau_1 - \tau)/\tau$ e quindi, nell'ipotesi $2\tau_g = \tau_1$, $\eta = (2\tau_g - \tau)/\tau$ si ha ancora:

$$(7.84) \qquad 2\frac{D_i}{\tau} = \frac{\overline{N(o)}}{C_{dtn}}(\eta+1)\frac{\Delta\tau_g}{\tau_g} + [\frac{\overline{N(o)}}{C_{dtn}}(\eta+1)+1]\frac{\Delta\tau_i}{\tau_i} + \frac{\delta}{C_{dtn}}\frac{\tau_i}{\tau} =$$

$$= \varepsilon_1 \frac{\Delta\tau_g}{\tau_g} + \varepsilon_2 \frac{\Delta\tau_i}{\tau_i} + \varepsilon_3 \delta' \qquad \text{dove } \delta' = \delta\tau_i/\tau$$

Quando l'errore riportato in ingresso eguaglia il semi-impulso $\tau/2$ il video di ingresso si trova in uno solo dei "gate" di distanza: si e' allora certamente in una fase di inseguimento critico. Pertanto convenzionalmente questa condizione verra' indicata come <u>condizione limite</u> per l'inseguimento.

La condizione limite e' allora data dalla relazione $D_i = \tau/2$ ossia

$$(7.85) \qquad 2\frac{D_i}{\tau} = 1 = \varepsilon_1(\frac{\Delta\tau_g}{\tau_g} + \frac{\Delta\tau_i}{\tau_i}) + \varepsilon_3 \delta'$$

essendo (per bassi valori di s^2)

$$\varepsilon_1 \simeq \varepsilon_2 \simeq \frac{\overline{N(o)}}{C_{dtn}}(\eta+1)$$

In fig.7.24 e' riportato ε_1 in funzione di s^2 per vari valori di η. Si noti che nel caso di rivelazione di picco e di area (per $\eta=0$) gli andamenti di ε_1 coincidono: infatti $N(o)/C_{dtn}$ e' praticamente indipendente dal tipo di rivelazione del sistema di AGC (ed inoltre lo e' anche da η).

Osservando la (7.84) e la (7.85) sia nel caso della (7.68) che della (7.69) e (7.70), si potra' concludere affermando la validita' della fig.7.24 per qualsiasi tipo di rivelazione di AGC, dove $\eta=(2\cdot\tau_g - \tau)/\tau$ indica di quanto i "gates" di distanza siano maggiori dell'impulso video.

Il valore di ε_3 corrisponde all'inverso della pendenza normalizzata del discriminatore di tempo (fig.7.25).

La conoscenza di $\Delta\tau_g/\tau_g + \Delta\tau_i/\tau_i$ insieme a $\delta'=\delta\tau_i/\tau$ (δ =drift normalizzato al valore della soglia dell'AGC) consente dunque tramite le figg.7.24 e 7.25 la risoluzione della (7.85) ossia del <u>minimo valore di s^2</u> per cui e' consentito l'<u>inseguimento</u>.

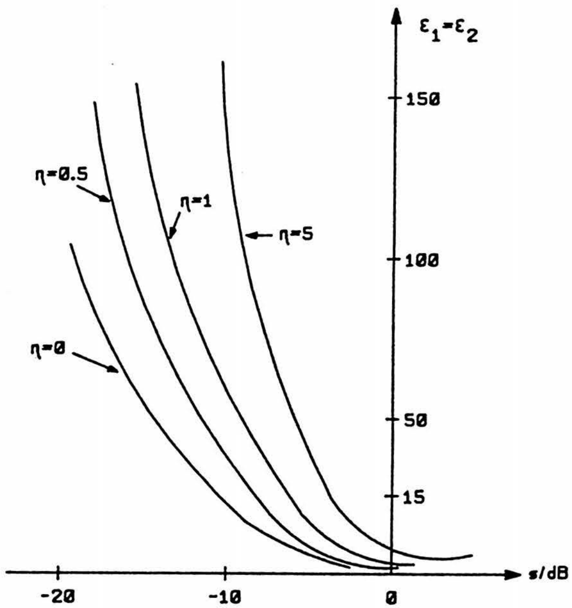


Fig.7.24 - Errore di sbilanciamento $\varepsilon_1 \simeq \varepsilon_2$.

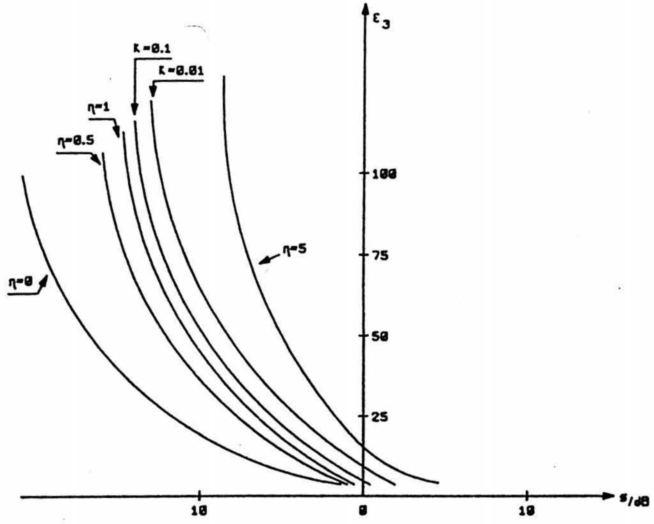


Fig.7.25 - Errore di sbilanciamento ε_3.

7.8. Richiami sugli errori statici e dinamici. Inseguimento

La schematizzazione piu´ semplice di un sistema di inseguimento automatico in distanza e´ riportata in fig.7.26, dove con G(p) si e´ intesa la funzione di trasferimento totale a "loop aperto".

Si ha dallo sviluppo in serie:

$$\frac{1}{1+G(p)} = \frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_v} p + \frac{1}{k_a} p^2 + \ldots \tag{7.86}$$

pertanto:

$$\frac{1}{k_s} = \lim_{p \to o} \frac{1}{1+G(p)}$$

$$\frac{1}{k_v} = \lim_{p \to o} \frac{d}{dp}\left[\frac{1}{1+G(p)}\right] = \lim_{p \to o} \frac{1}{p}\left[\frac{1}{1+G(p)} - \frac{1}{k_s}\right] \tag{7.87}$$

$$\frac{1}{k_a} = \frac{1}{2} \lim_{p \to o} \frac{d^2}{dp^2}\left[\frac{1}{1+G(p)}\right] = \lim_{p \to o} \frac{1}{p^2}\left[\frac{1}{1+G(p)} - \frac{1}{k_s} - \frac{1}{k_v} p\right]$$

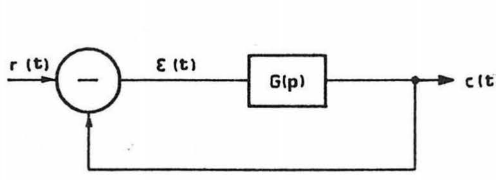


Fig.7.26 - Schematizzazione di un sistema di inseguimento.

Ricordando il teorema del valore finale si ha:

$$k_s = \frac{1}{\lim\limits_{p \to o} \frac{1}{1+G(p)}} = \frac{1}{\lim\limits_{t \to \infty} \varepsilon(t)} \qquad \text{per } r(t) = u(t)$$

dove u(t) e´ la funzione gradino unitario.

Analogamente, osservando la seconda delle (7.87), k_v corrisponde all´inverso dell´errore a regime, dovuto all´ap-

plicazione di una rampa in ingresso di pendenza unitaria, cui viene sottratto il contributo dovuto al k_s; per estensione si ha la definizione di k_a che corrisponde all'errore a regime, dovuto all'applicazione di una parabola ($1/2t^2$) in ingresso, cui viene sottratto il contributo dovuto a k_s e k_v.

In tal modo e' stato possibile scindere i vari contributi dinamici dagli statici, corrispondenti agli errori totali per ingressi a gradino, a rampa e a parabola.

Si supponga ora di avere la seguente funzione di trasferimento:

$$G(p) = K_o \frac{\omega_o \omega_1}{\omega_2} \frac{(p+\omega_2)}{(p+\omega_o)(p+\omega_1)} = B \frac{(p+\omega_2)}{(p+\omega_o)(p+\omega_1)} \tag{7.88}$$

di cui in fig.7.27 e' rappresentato il diagramma di Bode.

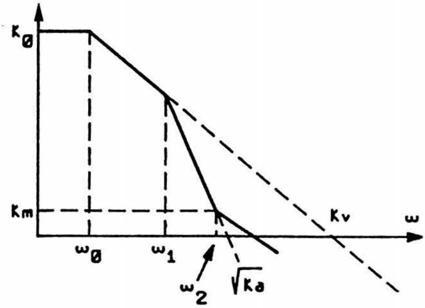


Fig.7.27 - Diagramma di Bode di un sistema di inseguimento.

E' possibile dimostrare nell'ipotesi $\omega_2 >> \omega_1 >> \omega_o$ valgono le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} k_s \simeq k_o \\ k_v \simeq k_o \, \omega_o \\ k_a \simeq k_o \, \omega_o \, \omega_1 \simeq k_v \, \omega_1 \end{cases} \tag{7.89}$$

Pertanto l'applicazione di un segnale dotato di termini di velocita' di accelerazione la cui trasformata di Laplace e':

$$R(p) = \frac{A}{p} + \frac{V}{p^2} + \frac{a}{p^3} \tag{7.90}$$

comporta un errore a regime pari a:

(7.91) $$\varepsilon(p) = \left(\frac{A}{k_s} + \frac{V}{k_v} + \frac{a}{k_a}\right)\frac{1}{p} + \left(\frac{V}{k_s} + \frac{a}{k_v}\right)\frac{1}{p^2} + \frac{a}{k_s p^3} = \frac{\varepsilon_s}{p} + \frac{\varepsilon_v}{p^2} + \frac{\varepsilon_a}{p^3}$$

con ovvia posizione. Nel dominio del tempo si ha dunque:

(7.92) $$\varepsilon(t) = \varepsilon_s + \varepsilon_v t + \frac{1}{2}\varepsilon_a t^2$$

Si tenga presente, osservando la fig.7.27 e ricordando la (7.89) che esiste una relazione fissa fra k_a, ω_2 e k_m (guadagno in ω_2):

(7.93) $$k_m \omega_2^2 = k_a$$

Si noti che la posizione dello zero (ω_2) nella (7.88) e quindi il valore di k_m e´ dettato da ragioni di stabilita´ (v. App.1).

A titolo di esempio si consideri il caso di voler inseguire un bersaglio a velocita´ massima V_{max}=400 m/sec e accelerazione a_{max}=300 m/sec^2. La somma dei due "gates" abbia una ampiezza di 120 m. Si voglia un errore di posizione in regime di velocita´ massima ε_r=2 m (per accelerazione nulla).

Ammesso per semplicita´ $k_s=\infty$ [come in realta´ e´ possibile operando un´integrazione perfetta con un motore o con tecniche digitali] la (7.88) diviene

$$G(p) = k_v \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{(p+\omega_2)}{p\,(p+\omega_1)}$$

Dalla (7.91) per a=0 e $k_s=\infty$ si ha il coefficiente di errore di velocita´

$$k_v = \frac{V_{max}}{\varepsilon_r} = \frac{400}{2} = 200$$

D´altro lato dal valore dell´accelerazione massima, volendo in fase di accelerazione rimanere entro il limite di una finestra (60 m) (per consentire un facile riaggancio dell´intero sistema), si ha:

$$k_a = \frac{300}{60} = 5$$

(avendo considerato limitato il tempo di accelerazione), per cui vale $\varepsilon(t) \simeq \varepsilon_s$.

Dalla (7.89) ne viene:

$$\omega_1 = \frac{k_a}{k_v} = \frac{5}{200} = \frac{1}{40} \sec^{-1}$$

Per determinare ora il valore di k_m converra' riferirsi ad un opportuno margine di fase per criteri di stabilita' come riportato in App.1. Ne viene un valore consigliabile $k_m \simeq 4 \div 12$ dB.

Conseguentemente si ha (v. (7.93) e (7.89))

$$k_v \omega_1 = k_m \omega_2^2 \rightarrow \omega_2 = \sqrt{200/(4 \cdot 40)} \simeq 1.12 \sec^{-1}$$

Quindi i parametri del "loop" di cui in fig.7.27 sono completamente determinati.

Converra' ora osservare che l'ipotesi $k_s = k_o = \infty$ puo' essere rimossa fissando ad una distanza massima A l'errore ε_A ammissibile (magari ε_A sara' una frazione di ε_r); determinato

$$k_o \simeq k_s \simeq \frac{A}{\varepsilon_A}$$

e' possibile ottenere dalla seconda delle (7.89) il valore di ω_o, quindi la (7.88) diviene nota in ogni sua parte.

Converra' ricordare infine l'ipotesi posta per la (7.89) (quindi da verificare alla fine delle valutazioni):

$$\omega_2 >> \omega_1 >> \omega_o$$

Il discostarsi da quest'ultima ipotesi comporta solo delle difficolta' analitiche nelle valutazioni di cui sopra.

7.9. Cenni su Track-While-Scan: algoritmi di stima, filtraggio alla Kalman

Il problema dell'inseguimento del paragrafo che precede puo' essere generalizzato pensando all'inseguimento di un bersaglio nella sua evoluzione nel tempo, considerando non solo piu' sweep successivi, ma anche scansioni successive.

Alla base del sistema di inseguimento vi e' evidentemente la stima dello stato del bersaglio (posizione, velocita', accelerazione) all'istante h, che puo' essere ottenuta sfruttando particolari misure allo stesso istante h (ad es. di posizione) da associare a misure o stime effettuate in precedenza.

Naturalmente converra' definire lo stato del bersaglio tramite un vettore di stato $\{z_i\}$ che ne specifichi le grandezze connesse.

Il modello relativo alla misura sara'

$$r(h) = x(h) + n(h) \tag{7.94}$$

dove

x(h) e' il parametro del segnale sotto misura

n(h) e' il campione di rumore che puo' essere definito nel modo che segue di immediata interpretazione:

$$\begin{cases} \overline{n(h)} = 0 \\ \overline{n^2(h)} = \sigma^2 \\ \overline{n(h)n(k)} = 0 \qquad h \neq k \end{cases} \tag{7.95}$$

Gli <u>algoritmi</u> di stima possibili sono di tipo:

- <u>non ricorsivi</u>:

$$\hat{z}_i = \sum_{j=h-N}^{h} a_i(h-j)\, r(j) \tag{7.96}$$

dove i coefficienti a_i consentono la stima ottima del singolo elemento del vettore di stato (le (7.96) forniscono la stima corrente in base alle ultime N+1 informazioni ricevute);

- <u>ricorsivi</u> che e' possibile specializzare in un caso particolare (di immediata interpretazione) nella

$$(7.97)\begin{cases} \hat{z}_i(h) = \sum_{j=1}^{M} b_i(j)\, \bar{z}_j(h-1) & \text{eq. di previsione} \\ \bar{z}_i(h) = \hat{z}_i(h) + c_i(h)\cdot[r(h) - \hat{z}_o(h)] & \text{" " correzione} \end{cases}$$

dove in particolare

- $c_i(\cdot)$ sono i coefficienti di "smoothing"
- $\hat{z}_o(\cdot)$ è la posizione stimata

Gli algoritmi ricorsivi forniscono quindi la stima in base alla stima precedente ed alla misura corrente.

Confrontando le (7.97) con la (7.96) e' possibile osservare che mentre nel caso non ricorsivo e' necessario memorizzare di volta in volta solo lo stato del vettore nell'istante che precede l'istante di stima, nel caso della (7.96) e' necessario memorizzare tutte le N misure precedenti.

Converra' osservare che sulla base della scelta dei vari coefficienti si parla di <u>algoritmo stazionario</u> se i vari coefficienti (ad es. $c_i(h)$) sono indipendenti da h, peraltro in genere gli algoritmi non stazionari consentono una maggiore flessibilita' e un transitorio piu' breve.

Si definisce un <u>algoritmo lineare</u> se i coefficienti che lo definiscono sono indipendenti dal valore delle stime, peraltro gli algoritmi non lineari consentono in genere di adattare le caratteristiche del filtro alla cinetica del target.

A titolo di esempio si consideri un algoritmo ricorsivo definito nel modo che segue:

$$i = 0 \longrightarrow \text{posizione} \longrightarrow z_o = x$$

$$i = 1 \longrightarrow \text{velocita'} \longrightarrow z_1 = \dot{x}$$

allora converra' riscrivere la (7.97) con argomentazioni immediate:

$$(7.98)\quad \begin{cases} \hat{x}(h) = \bar{x}(h-1) + T\,\bar{\dot{x}}(h-1) \\ \hat{\dot{x}}(h) = \bar{\dot{x}}(h-1) \end{cases} \quad \text{eq. di previsione}$$

$$\begin{cases} \bar{x}(h) = \hat{x}(h) + \alpha(h)\,[y(h)-\hat{x}(h)] \\ \bar{\dot{x}}(h) = \hat{\dot{x}}(h) + \beta(h)\,\dfrac{[y(h)-\hat{x}(h)]}{T} \end{cases} \quad \text{eq. di correzione}$$

avendo posto

$$\alpha(h) = c_o(h)$$

$$\frac{\beta(h)}{T} = c_1(h)$$

essendo T il periodo di campionamento.

Inizializzando il sistema

$$\bar{x}(1) = y(1)$$

$$\bar{\dot{x}}(1) = \frac{y(1)-y(0)}{T}$$

le (7.98) possono essere strutturate nello schema a blocchi di fig.7.28, che corrisponde poi ad un filtraggio alla Kalman.

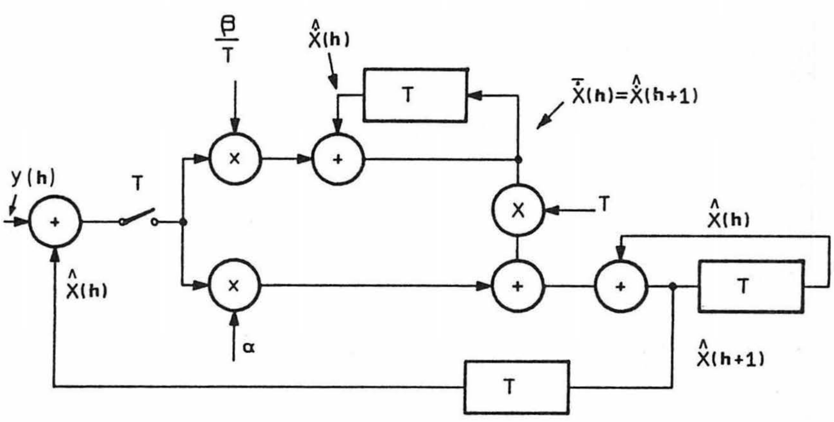


Fig.7.28 - Schema a blocchi corrispondente alla (7.98).

In particolare in fig.7.28 e' stato ipotizzato α e β indipendenti da h e quindi che il filtro in questione diviene di tipo stazionario.

Nella stessa fig.7.28 e' possibile notare l'evolvere dei segnali, la qualcosa comporta che un valore di $\hat{x}(h)$ (insieme ad y(h)) da' origine a $\hat{x}(h+1)$ traslata nel tempo di T .

Il sistema di fig.7.28 puo' essere riportato, rivisto

nel continuo ($T_c \to 0$), a quello di fig.7.29.

Il diagramma di Bode corrispondente alla fig.7.28 e' quello di fig.7.30, infatti la funzione di trasferimento della schematizzazione di fig.7.29 (a loop aperto) diviene:

$$G(p) = \frac{\alpha}{T\cdot p} + \frac{\beta}{T^2p^2} = \frac{\beta}{T^2p^2}\left(\frac{\alpha T}{\beta}\,p + 1\right) \tag{7.99}$$

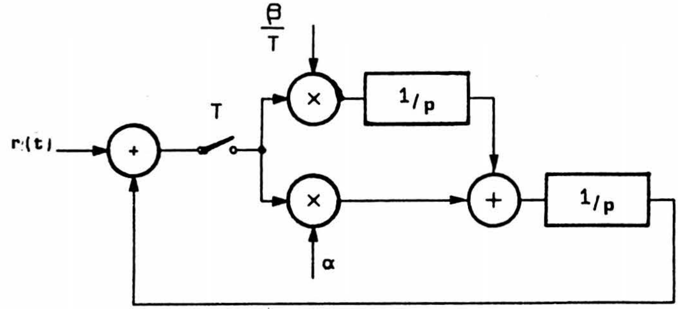


Fig.7.29 - Schematizzazione del sistema (7.98) riportato nel continuo.

Confrontando la (7.99) con la (7.88) e' possibile osservare che un classico sistema di controllo analogico puo' essere ricondotto nel discreto ad un algoritmo ricorsivo stazionario e lineare.

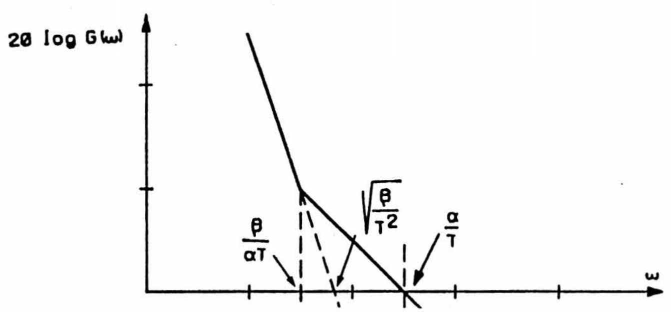


Fig.7.30 - Diagramma di Bode corrispondente al sistema (7.98).

7.10. Problemi connessi alla presenza di evanescenze nei sistemi di inseguimento in distanza

Una evanescenza del segnale di ingresso causa l'azzeramento dell'errore di distanza (v. fig.7.26), o meglio (in presenza di sbilanciamento) l'errore assumera' un valore $D_i = D/C_{dt}$ (sbilanciamento riportato all'ingresso del discriminatore di tempo), tutto avviene ora come se si operasse a "loop" aperto.

Si definisce memoria del sistema lo scostamento dopo un tempo θ dall'istante t_o in cui si verifica un'evanescenza del segnale, tra il segnale di reazione c(t) ed il segnale che si sarebbe avuto qualora non vi fosse stata l'evanescenza.

Il fatto che l'errore assuma il valore zero (o D_i) in $t=t_o$, comporta in uscita [c(t)] (v. fig.7.26) uno scostamento dal segnale che si sarebbe avuto in assenza di evanescenza. Ossia la memoria del sistema puo' essere calcolata semplicemente valutando l'andamento nel tempo della risposta del doppio integratore (v. (7.88) e figg.7.26 e 7.29) a un ingresso del tipo:

$$(7.100) \qquad \varepsilon(\theta) = (\varepsilon_s + \varepsilon_v t_o + \frac{1}{2}\varepsilon_a t_o^2 + D_i) + (\varepsilon_v + \varepsilon_a t_o)\theta + \frac{1}{2}\varepsilon_a \theta^2 =$$

$$= d_o + d_v \theta + \frac{1}{2} d_a \theta^2$$

avendo operato ovvie posizioni.

La trasformata di Laplace della (7.100) e' la seguente:

$$(7.101) \qquad \varepsilon(p) = \frac{d_o}{p} + \frac{d_v}{p^2} + \frac{d_a}{p^3}$$

Pertanto si dovra' calcolare l'antitrasformata $m_o(p)$ della $\varepsilon(p)\cdot G(p)$. Il termine della (7.100) che da' maggior contributo e' il primo, pertanto:

$$(7.102) \qquad m_o(p) \simeq \frac{d_o}{p} G(p)$$

Nelle ipotesi:

$$(7.103)\qquad \begin{cases} e^{-\omega_o\theta} \simeq 1-\omega_o\theta+\dfrac{(\omega_o\theta)^2}{2} \\ e^{-\omega_1\theta} \simeq 1-\omega_1\theta+\dfrac{(\omega_1\theta)^2}{2} \end{cases}$$

si ha:

$$(7.104)\qquad m_o(\theta) = d_o K_a\left(\frac{\theta}{\omega_2}+\frac{\theta^2}{2}\right)$$

Si puo' facilmente dimostrare che nei casi ordinari gli altri termini della (7.100) danno dei contributi irrilevanti.

In particolare, ricordando la posizione implicita nella (7.100) si ha:

$$(7.105)\qquad d_o = \frac{A}{k_s}+\frac{V}{k_v}+\frac{a}{k_a}+\left(\frac{V}{k_s}+\frac{a}{k_v}\right)t_o+\frac{1}{2}\frac{a}{k_s}t_o^2+D_i$$

Normalmente si esclude la possibilita' che avvenga un'evanescenza contemporaneamente alla presenza di accelerazione nel segnale di ingresso, pertanto si trascurano i termini con l'accelerazione nella (7.105).

Si osservi inoltre che $D_o=A+V\cdot t_o$ rappresenta in effetti la posizione del segnale inizialmente; ammesso l'evanescenza avvenga al limite della portata (condizione massimamente pericolosa) D_o indichera' la massima distanza del segnale di ingresso.

In definitiva normalmente si puo' considerare:

$$(7.106)\qquad d_o = \frac{D_o}{k_s}+\frac{V}{k_v}+D_i = \frac{V}{k_v}+\delta_t$$

ove con δ_t si e' supposto l'errore complessivo (dovuto allo sbilanciamento ed al k_s), riportato all'ingresso del discriminatore di tempo.

Dalla (7.93), la (7.104) diviene:

$$(7.107)\qquad \frac{m_o(\theta)}{d_o} = \sqrt{k_m}\,\sqrt{k_a}\,\theta+\frac{1}{2}k_a\theta^2$$

Ricordando la definizione di memoria, converra' porre $m_o(\theta)=2\tau_g$, perche' dopo un tempo θ l'impulso non esca dalle

finestre di distanza (supposte "matched" sull'impulso). Il primo membro della (7.107) diviene (ricordando la (7.106)):

$$(7.108) \qquad \phi = \frac{m_o(\theta)}{d_o} = \frac{2\tau_g}{d_o} = \frac{2\tau_g}{\delta_t + \frac{V}{k_v}}$$

Si supponga ora $k_s = \infty$; questa ipotesi semplifichera' le conclusioni, peraltro usualmente e' piu' che accettabile e non vincolativa, in quanto i risultati potranno essere riaggiustati con un esame di seconda approssimazione. Pertanto:

$$\delta_t \simeq \frac{D}{C_{dt}} = \frac{D}{C_{dtn}} \frac{\tau_i}{2} = D_i$$

dove si ricordera' che D rappresenta lo sbilanciamento rapportato alla soglia di AGC.

Poiche'

$$2\,\tau_g = (\eta+1)\,\tau$$

si ha:

$$(7.109) \qquad \phi = \frac{2(\eta+1)}{2\frac{D_i}{\tau} + \frac{2V}{\tau}\frac{1}{k_v}} = \frac{2(\eta+1)}{2\,\frac{D_i}{\tau} + \gamma\frac{1}{k_v}}$$

dove $2D_i/\tau$ e' dato dalla (7.84) e

$$(7.110) \qquad \gamma = \frac{2V}{\tau} \quad ; \quad \eta = \frac{2\,\tau_g}{\tau} - 1$$

in cui V e' la velocita' del bersaglio nel momento dell'evanescenza (converra' porre V pari alla velocita' max).

In fig.7.31a) e' riportato l'andamento di $\phi/[2(\eta+1)]$ in funzione di k_v per $2D_i/\tau = 0{,}01$ e $0{,}001$ (grandezze usuali) e per vari valori di γ. In realta' assunto che:

$V = V_{max} \simeq 200 \div 2000$ m/sec

$\tau = 0{,}5 + 5$ µs pari a $75 \div 750$ mt

$\eta = 0$

ne viene

$\gamma = 4000/75 \div 400/750 = 0,5 \div 50$

Si osservi ora il secondo membro della (7.107); da considerazioni di stabilita' (insieme a considerazioni dettate dai bassi rapporti segnale/rumore) deriva la scelta di k_m, come gia' detto, che si assume pari a 4 (12 dB). Pertanto anche il secondo membro puo' essere riportato in un grafico (fig.7.31b), dove si ha l'andamento di in funzione di θ per vari valori di k_a. Dalla necessaria eguaglianza delle due ordinate di fig.7.31a) e b) (v. (7.107)) (tenendo conto del fattore $2(\eta+1)$), si puo' avere per ogni valore di θ, fissato un certo valore di ϕ (in quanto e' da considerare come l'inverso dell'errore totale di inseguimento) (v. (7.108)) e di η, il valore di k_a e k_v necessari. I valori di k_a e k_v sono ovviamente relativi a quel certo valore di S/N cui l'analisi si riferisce, che poi e' il valore di S/N che si ipotizza si abbia un istante prima della evanescenza. Il valore di k_a deve soddisfare anche l'esigenza di avere un errore contenuto anche in presenza di accelerazione (si e' supposto che in questa fase non sia presente un'evanescenza), come e' stato indicato nel paragrafo che precede.

L'errore dovuto alla velocita' di cui anche si e' discusso, e' gia' compreso nel d_o di cui alle (7.100), (7.105), (7.108).

Quindi in conclusione bisognera' verificare di volta in volta quale sia il requisito piu' stringente onde arrivare al progetto del sistema di inseguimento per quanto riguarda k_a e k_v.

Si supponga ora che il segnale torni, terminato un periodo di evanescenza (fading), ossia una volta che il segnale abbia sofferto uno sbilanciamento delle condizioni di regime.

Il problema puo' studiarsi considerando l'applicazione di un gradino A/p all'ingresso del sistema (v. (7.86)).

La risposta ad un tale segnale nell'ipotesi $k_s=\infty$ e $k_m=4$ e quindi (v. (7.93)) $k_a = 4\,\omega_2^2$ diviene

$$\varepsilon_s(t) = A\, e^{-\frac{1}{2}\frac{k_a}{\omega_2}t} - \frac{Ak_a}{2\omega_2}\, t\, e^{-\frac{1}{2}\frac{k_a}{\omega_2}\cdot t} \qquad (7.111)$$

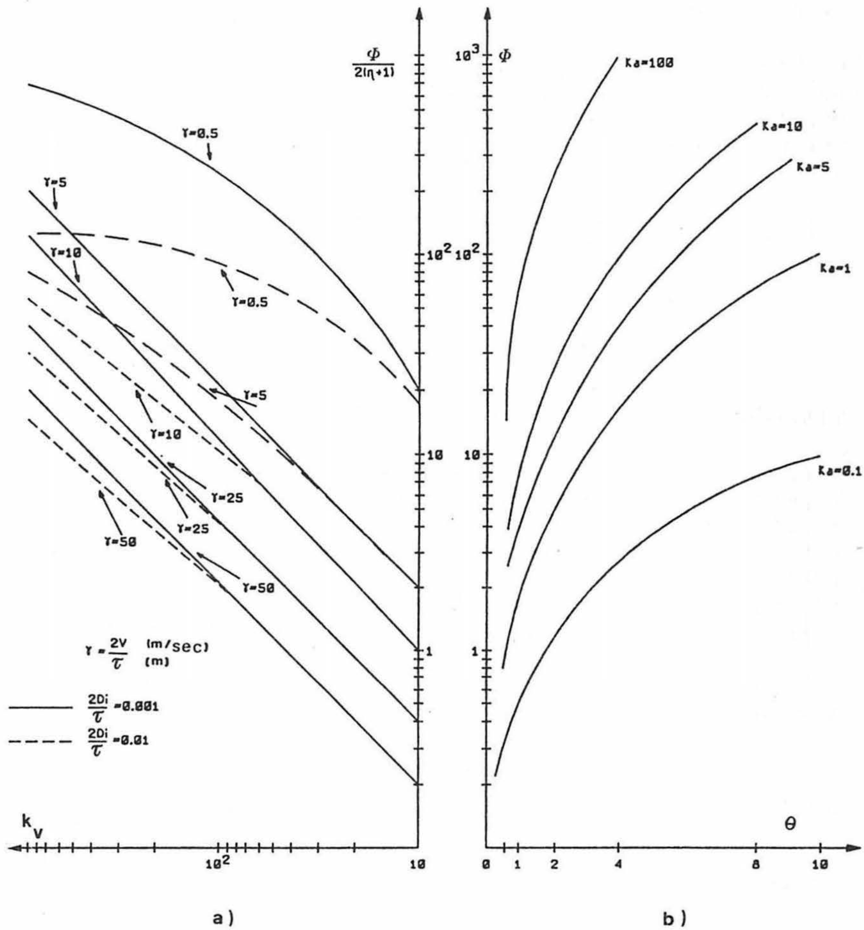


Fig.7.31 - Schematizzazione per la valutazione della memoria.

Si noti come detta espressione e´ solo approssimata, ma il suo uso e´ normalmente piu´ che soddisfacente nelle pratiche applicazioni.

La (7.111) e´ riportata in fig.7.32, dove sono indicate le grandezze piu´ significative.

Conviene ora esaminare la risposta nel tempo anche ad un segnale di ingresso linearmente crescente nel tempo (rampa). Pur notando che in condizioni di normale funzionamento usualmente si esclude la possibilita´ di un´accelerazione infinita (presente nell´istante di attacco di una rampa),

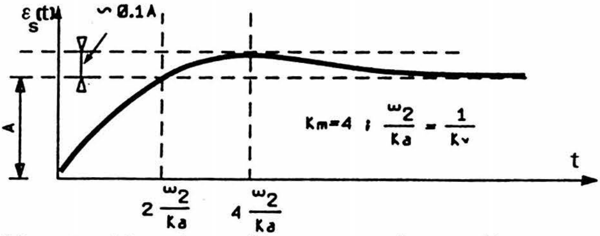


Fig.7.32 - Applicazione di un segnale gradino.

spesso si considera l´applicazione di un segnale linearmente crescente, come indice della prontezza del sistema a seguire rapide variazioni nel segnale d´ingresso. Inoltre e´ spesso utile questa considerazione (oltre necessariamente quella dell´ingresso-gradino) nella fase di agganciamento, in cui ad uno stato di ricerca di posizionamento iniziale nella sola distanza, segue la reazione del sistema per correggere l´eventuale velocita´ del bersaglio.

Un segnale rampa $V \cdot t$ all´ingresso (V/p^2) comporta un segnale di uscita (nelle solite ipotesi):

$$\varepsilon_v(t) = Vt\, e^{-2\omega_2 t} \tag{7.112}$$

il cui andamento e´ riportato in fig.7.33.

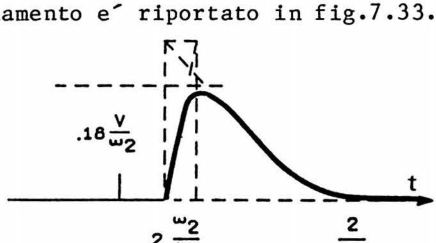


Fig.7.33 - Applicazione di una rampa.

7.11. Esempio di dimensionamento di un sistema di inseguimento automatico in distanza

Un esempio numerico varra' a giustificare quanto detto e servira' a chiarire i criteri di dimensionamento di un sistema di inseguimento automatico in distanza.

Si suppone si abbiano degli impulsi radar dalla lunghezza pari a 75 m e inoltre si assumono le seguenti grandezze come dati di ingresso al progetto

$$\tau_g = \tau \tag{7.113}$$

da cui si ottiene:

$$\eta = \frac{2\tau_g - \tau}{\tau} = 1 \tag{7.114}$$

inoltre

$$\begin{cases} \tau_i = \tau, \; z_r = 4 \text{ volt}, \; \delta_a = 10 \text{ mv} \\ V_{max} = 1100 \text{ m/sec} \end{cases} \tag{7.115}$$

Si vuole in primo luogo calcolare il minimo valore di rapporto segnale-rumore s^2 per cui il sistema e' in grado di inseguire (condizione limite per l'inseguimento (v. p.537)).

Assumendo che il "matching" dell'"early" e del "late" gate e delle costanti di tempo degli integratori siano dell'1% si ha

$$\frac{\Delta\tau_g}{\tau_g} = \frac{\Delta\tau_i}{\tau_i} = 1\% \tag{7.116}$$

Poiche' si ha (ricordando le normalizzazioni dei vari segnali di cui in figg.7.18 e 7.19):

$$\delta' = \delta_a / z_r = 0.0025 \tag{7.117}$$

applicando la (7.84) si trova

$$\frac{2D_i}{\tau} = \varepsilon_1 \cdot 0.02 + \varepsilon_3 \cdot 0.0025 \tag{7.118}$$

Facendo uso degli andamenti di figg.7.24 e 7.25 si puo' trovare l'andamento della (7.118) in funzione di S/N. Tale andamento e' riportato in fig.7.34. Il punto in cui tale curva interseca l'unita' e il valore di s(dB) cercato, al di sotto del quale il sistema non e' piu' in grado di inseguire. Nell'esempio fatto tale valore e' -9,5 dB.

Si vuole ora ricavare il valore di k_v sulla base dell'errore di inseguimento ammesso, che nel caso in esame si assume pari a 5 m, con un valore di s(dB) $\geq$ 20dB. Detto valore puo' essere ricavato direttamente dagli andamenti di fig. 7.31a). Infatti applicando la (7.108) ponendo $\delta_t + V/k_v = 5$ m si ha

$$\phi = \frac{150}{5} = 30$$

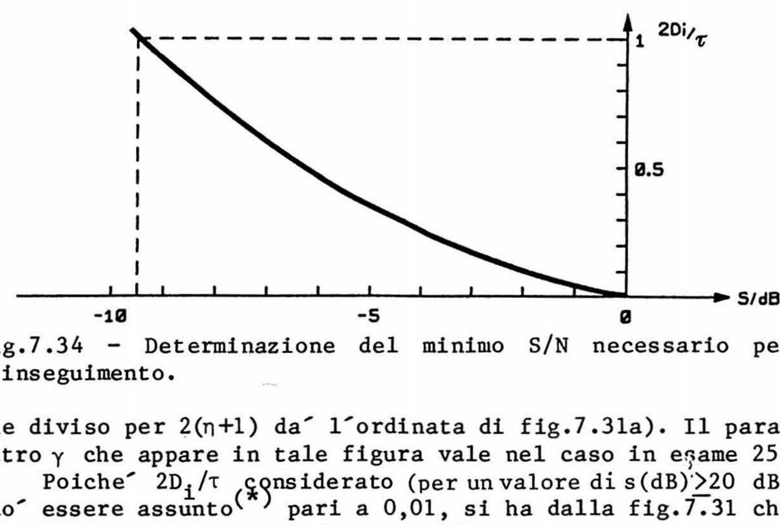


Fig.7.34 - Determinazione del minimo S/N necessario per l'inseguimento.

che diviso per $2(\eta+1)$ da' l'ordinata di fig.7.31a). Il parametro γ che appare in tale figura vale nel caso in esame 25.

Poiche' $2D_i/\tau$ considerato (per un valore di s(dB) $\geq$ 20 dB) puo' essere assunto(*) pari a 0,01, si ha dalla fig.7.31 che il valore di k_v cercato e' pari a 200.

Occorre ora calcolare il valore di k_a sulla base del tempo di memoria che si suppone di 3 secondi. Utilizzando il grafico di fig.7.31b) si ottiene $k_a=4$.

Al fine di completare il dimensionamento del loop e'

(*) Dagli andamenti di fig.7.23 si ha $C_{dtn} \simeq .9$ s(dB)=20dB, $\eta=1$) da quelli di fig.7.19 ($N(o) \sim 0.1$), allora dalla (7.84) $\varepsilon_1 \sim 0,2$ e $\varepsilon_2 \sim 1.2$, per cui la (7.84) da' luogo alla $2D_i/\tau \sim .016$.

necessario ricavare il valore di ω_1 , ω_2 e B (v. fig.7.27).

Dalle (7.89) si ha

$$\omega_1 = \frac{k_a}{k_v} = \frac{4}{200} = 0.002 \ \sec^{-1}$$

e per k_m=4 e' possibile ricavare

$$\omega_2 = \sqrt{k_a/k_m} = 1 \ \sec^{-1}$$

$$B = k_a/\omega_2 = 4 \ \sec^{-1}$$

Conviene osservare che i valori k_a e k_v sopra ottenuti sono compatibili con una larga dinamica di possibili movimenti di aerei.

7.12. Inseguimento angolare

I criteri base per la progettazione del sistema di inseguimento angolare non si differenziano sostanzialmente da quelli esposti per l'inseguimento in distanza.

Peraltro la prima cosa da ottimizzare sara' la sensibilita' del sistema all'errore angolare; fissato il diagramma di antenna il problema in oggetto si riconduce ad una ottima scelta dell'angolo θ_q di "squint" (v. fig.7.2a).

Il problema puo' essere posto nei termini che seguono. Il ritorno radar e' affetto dal guadagno di antenna e la variazione dei ritorni (in tensione) in punti angolari estremi (v. (7.1), (7.2))(relativa al rumore di fondo) e' data da

$$(7.119) \qquad 2\ A\ G(\theta_q)\cdot K = 2\ A\ \dot{G}(\theta_q)$$

La massimizzazione della (7.119) corrisponde ad un ottimo inseguimento angolare (i rumori relativi ai vari istanti dell'inseguimento sono indipendenti e quindi si sommano in potenza).

Si supponga a titolo di esempio un diagramma di antenna due vie (in tensione) di tipo gaussiano

$$G(\gamma) = G_o\, e^{-2.8\, \gamma^2/\theta_B^2} \qquad (7.120)$$

dove

γ e' l'angolo di osservazione relativo all'asse del fascio

θ_B e' la larghezza del fascio misurata fra i punti a 3 dB

G_o e' il guadagno massimo di antenna.

Il rendere massimo il gradiente angolare corrisponde allora per la (7.119) a ricercare quel valore di θ_q che renda massima la derivata della (7.120). Annullando quindi la derivata seconda della (7.120) si ha che il θ_q ottimo che ne viene e' dato dalla relazione:

$$\theta_q = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2.8}}\,\theta_B \simeq 0.4\,\theta_B \qquad (7.121)$$

In fig.7.35 sono riportati da [3] gli andamenti del segnale di errore in funzione della posizione angolare del bersaglio, determinata dall'angolo ε tra l'asse di rotazione e la direzione del bersaglio per diversi valori dell'angolo θ_q. Detti andamenti determinano anche la dinamica della caratteristica di rilevamento dell'errore angolare.

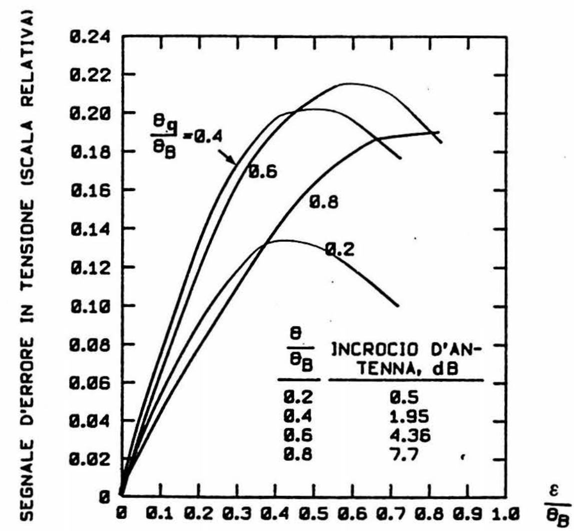


Fig.7.35 - Andamento del segnale di errore angolare in funzione dell'angolo ε (v. fig.7.2).

All'angolo di "squint" (7.121) corrisponde un guadagno di antenna di circa due dB sotto al massimo.

Converra' osservare che pertanto la scelta del gradiente massimo non e' ottima dal punto di vista dell'inseguimento in distanza, infatti ad un certo errore corrisponde una massima uscita che pero' non e' associata ad un massimo segnale, in termini di sensibilita' (guadagno di antenna).

Allora il problema puo' essere riesaminato nel senso di rendere massimo il prodotto $(dG/d\theta_q)\cdot G(\theta_q)$. Annullando la derivata di questa espressione, ricordando la (7.120), si ha allora un nuovo angolo di "squint" da ritenere piu' consigliabile rispetto a quello determinato dalla (7.121)

$$\theta_q' = \frac{1}{2\sqrt{2.8}}\,\theta_B \simeq 0.3\,\theta_B \tag{7.122}$$

cui corrisponde un guadagno di antenna ∿1 dB sotto al picco.

Converra' ora analizzare la precisione del puntamento. Qualora l'asse di rotazione (linea di vista - boresight) coincida con l'asse del bersaglio, i vari ritorni (v. fig. 7.2b)) divengono tutti di pari ampiezza ed il puntamento appare realizzato in modo perfetto.

Questa situazione peraltro e' da ritenersi ideale, in quanto esistono errori di tipo deterministico dovuti in special modo alla dinamica del bersaglio e di tipo aleatorio dovuti al rumore, alla fluttuazione del bersaglio, alla scintillazione ed a cause interne al radar stesso.

Mentre i primi possono essere analizzati alla stessa stregua degli analoghi errori del sistema di inseguimento in distanza, converra' porre particolare attenzione ai secondi; verranno peraltro considerati solo gli errori derivanti da cause esterne all'apparato, mentre le metodologie per la valutazione degli errori derivanti da problemi realizzativi non si discostano da quelle gia' piu' volte discusse come anche nelle pagine che precedono.

a) Influenza del rumore di fondo

Per quanto concerne il rumore di fondo l'analisi dovra' essere affrontata considerando che il segnale in ricezione, dopo demodulazione con opportuna scelta del riferimento di fase, e' del tipo (v. eq. (7.1), (7.2))

$$\bar{V}_1 K\varepsilon \operatorname{sen}\omega_s t + n(t) \tag{7.123}$$

e, dato che l'informazione angolare viene estratta dividendo

la (7.123) per $\bar{V}_1 \cdot K$ (in realta' si ricordi che la divisione per $\bar{V}_1$ viene realizzata a cura dell'AGC) se ne deduce che il rumore e' equivalente ad una fluttuazione angolare:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\overline{n^2(t)}}{\frac{\bar{V}_1^2}{2} K^2 \frac{f_r}{B}} \qquad (7.124)$$

dove e' stato tenuto conto anche del numero di impulsi (e quindi di misure) nel tempo definito dalla larghezza di banda video B, propria del sistema di inseguimento angolare.

Introducendo l'espressione di K (v. (7.2), (7.122)):

$$K = \frac{1}{G(\theta_q')} \cdot \dot{G}(\theta_q') = \frac{a}{\theta_B}$$

ricordando l'ottimo valore del rapporto segnale-rumore (determinato dall'energia del segnale in ricezione), la deviazione standard connessa al contributo sull'errore angolare del rumore di fondo diviene:

$$\sigma_\varepsilon = \frac{\theta_B \sqrt{2}}{a\sqrt{\frac{2E}{\eta}} \sqrt{\frac{f_r}{B}}} \qquad (7.125)$$

dove a nel caso di fascio gaussiano e' pari a $\sim$ 1.7.

La (7.125) dovra' essere confrontata con le (3.32) e (5.124).

La riduzione del contributo del rumore di fondo potra' essere ottenuta quindi diminuendo θ_B (ossia aumentando l'area dell'antenna e/o la frequenza di trasmissione) e aumentando la frequenza di ripetizione.

b) Influenza della fluttuazione del bersaglio

E' stato gia' notato che la cross-section di un bersaglio puo' essere modellata come variabile aleatoria (v. (2.1) e (2.2)), la sua fluttuazione e' legata ai movimenti del bersaglio nella sua traiettoria ed alle vibrazioni, ha origine quindi da cause meccaniche e pertanto ha componenti solo di bassa frequenza.

L'esperienza mostra che al limite questa fluttuazione puo' essere modellata completamente da un andamento del tipo della (7.7) (considerando il bersaglio modellato da un insieme di piccoli riflettori) e quindi la potenza legata ai ritorni dal bersaglio diviene

(7.126) $$P_r = \eta_o B_r \frac{\pi}{2}$$

con ovvio significato dei simboli.

La densita´ di potenza connessa al fenomeno fluttuazione intorno alla frequenza di scansione conica e´ data allora (v. (7.7) per $f_s \gg B_r$)

(7.127) $$\eta_s = \eta_o \frac{B_r^2}{f_s^2} = \frac{2}{\pi} P_r \frac{B_r}{f_s^2}$$

cui corrisponde nella banda B del sistema di inseguimento un contributo di potenza

(7.128) $$P_f = \eta_s \cdot B = \frac{2}{\pi} P_r \frac{B_r}{f_s^2} B$$

Ripetendo ora le considerazioni relative al rumore di fondo, considerando la fluttuazione un termine analogo a n(t) di (7.123), osservando che nella (7.124) a $\overline{n(t)^2}$ corrisponde ora P_f e che $\overline{V_1^2}/2=P_r$, la deviazione standard determinata dalla fluttuazione del bersaglio diviene:

(7.129) $$\sigma_f = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi} P_r \frac{B_r}{f_s^2} B}}{\sqrt{P_r}\ K} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{1}{a}\,\frac{\theta_B \sqrt{B_r \cdot B}}{f_s}$$

Nella valutazione di σ_f ovviamente non si e´ tenuto conto del numero delle misure f_r/B, in quanto l´effetto della banda del sistema di inseguimento sulle fluttuazioni del bersaglio e´ tenuto in conto nella (7.128).

Dalla (7.129) se ne deduce che f_s deve essere scelta la piu´ elevata possibile, tenendo conto delle difficolta´ realizzative. Naturalmente f_s e´ teoricamente limitata dalla portata radar, infatti il fascio di antenna non si deve essere mosso sensibilmente durante il tempo di andata e ritorno dell´eco radar.

c) Influenza della scintillazione (glint)

Considerando a titolo di esempio un aereo visto fron-

talmente, in esso sara´ possibile generalmente individuare almeno tre contributi rilevanti, il corpo centrale e due punti laterali in corrispondenza dei reattori.

L´eco di ritorno e´ determinata dalla composizione vettoriale dei singoli ritorni corrispondenti ai punti di cui sopra. Bastera´ un minimo movimento perche´ la relazione di fase e quindi la composizione cambi completamente, infatti a variazioni di distanza di mezza lunghezza d´onda corrisponde ad esempio una variazione di fase di 180°. Alla composizione di questi tre vettori e´ possibile far corrispondere un unico contributo come se fosse dovuto ad un unico riflettore posizionato in un "punto equivalente" opportuno (determinato dalla fase risultante), che l´esperienza insegna normalmente essere contenuto entro le dimensioni totali dell´aereo, ma puo´ trovarsi anche al di fuori di queste.

A causa dei movimenti dell´aereo e´ possibile ritenere pertanto la posizione del "punto equivalente" come una variabile aleatoria gaussiana, con valore medio posizionato sul centro dell´aereo e deviazione standard legata alla dimensione trasversale massima dell´aereo L_T

(7.130) $$\sigma_s = K_g \cdot L_T \qquad \text{dove} \qquad K_g = 0.3 \div 0.8$$

Dato il fatto che la scintillazione deriva dai movimenti dell´aereo, la sua larghezza di banda e´ dello stesso ordine di grandezza di quella inerente la fluttuazione del bersaglio, pertanto anche in questo caso la riduzione dell´effetto che ne consegue puo´ essere ottenuta aumentando la frequenza di scansione conica ed operando con agilita´ di frequenza.

Converra´ osservare che la σ_s riportata in termini angolari e´ data da

(7.131) $$\sigma_{sa} = K_g \cdot \frac{L_T}{R}$$

dove R e´ la distanza bersaglio-radar, pertanto la fluttuazione angolare diminuira´ al crescere della distanza.

d) Influenza dell´ambiente (multipath)

Un primo errore dovuto agli effetti della propagazione e´ dato dalla rifrazione atmosferica che pero´ diviene significativo solo per distanze superiori a qualche decina di chilometri. Pertanto questo tipo di errore potra´ non essere

preso in considerazione nella applicazione in oggetto.

Un errore molto piu' importante e' quello dovuto al "multipath", gia' discusso nel cap.1.

Qualora la quota (h_t) del bersaglio sia molto bassa (v. fig.1.25) relativamente alla distanza radar, l'antenna e' praticamente puntata sull'orizzonte ed il guadagno a piccoli angoli di "grazing" e' all'incirca il guadagno massimo anche sul segnale riflesso. In questo caso peraltro anche il coefficiente di riflessione approssima l'unita' specie in applicazioni marine (v. fig.1.27).

Allora un modello valido per schematizzare il fenomeno in oggetto e' ritenere presenti due punti riflettenti a distanza 2 h_t (T e T' di fig.1.28) e quindi e' possibile riapplicare le considerazioni proprie della scintillazione.

Ne viene pertanto che il tutto equivale ad un punto equivalente che fluttua tra il bersaglio e la sua immagine.

Allora alla (7.130) corrispondera' ora

$$\sigma_m = K_g \cdot 2h_t \tag{7.132}$$

dove σ_m e' il valore quadratico medio della posizione del punto equivalente, che in media verra' a trovarsi alla quota zero.

L'errore angolare che ne risulta puo' essere descritto dividendo la (7.132) per la distanza radar (v. (7.131)):

$$\sigma_{ma} = \frac{K_g 2h_t}{R} \tag{7.133}$$

Converra' osservare dalla (7.133) che la misura della quota diviene molto difficile; peraltro sono in studio tecniche di separazione dei contributi dovuti al bersaglio ed alla sua immagine valutando lo scostamento doppler (v. p.89) e anche nuovi sistemi con array (cui si fara' riferimento) che, con metodologie di super-risoluzione, consentono la separazione delle varie direzioni di arrivo dei campi elettromagnetici.

Peraltro, senza ricorrere a particolari soluzioni, e' possibile ritenere, per una prima valutazione, che la quota del bersaglio diviene imprecisa quando l'angolo di vista diviene inferiore a θ_B (larghezza del fascio a 3 dB).

Il problema invero e' complicato dalla presenza dei ritorni della superficie sotto il bersaglio ossia dal clutter; opportune tecniche di cancellazione potranno ridurne l'effetto sull'inseguimento.

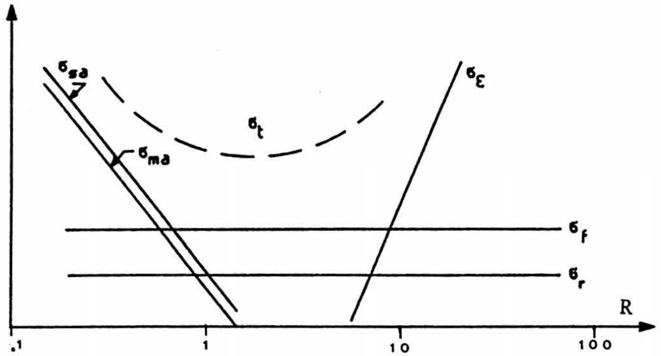


Fig.7.36 - Composizione degli errori angolari di inseguimento.

Gli errori (7.125), (7.128), (7.131) e (7.133) si sommano quadraticamente e si arriva ad un valore globale (σ_t) come schematicamente riportato in fig.7.36 in funzione della distanza di osservazione. In fig.7.36 e´ anche riportato con σ_r un ipotetico errore determinato dalla realizzazione. L´errore risultante σ_t di puntamento avra´ usualmente un minimo a distanze intermedie ; crescera´ poi a causa del rumore di fondo (in realta´ diminuisce l´energia del segnale di ritorno (ric. eq. radar)).

7.13. Tecnica monopulse

Dalla analisi del sistema a scansione conica e´ possibile osservare:

- l´antenna viene puntata "squinted" rispetto al bersaglio (l´asse del bersaglio in inseguimento coincide con l´asse di rotazione) che si vuole inseguire e quindi se ne deduce una perdita di sensibilita´ dell´ordine di 1 o 2 dB, cui segue una perdita in portata dell´ordine del 20%;
- l´elaborazione dei segnali necessita almeno un giro completo dell´antenna al fine di estrarre l´informazione angolare, cio´ corrisponde ad una cattiva utilizzazione dell´informazione.

Ne viene che la precisione di puntamento e´ affetta in particolare dalla fluttuazione del bersaglio.

L´effetto della fluttuazione puo´ essere ridotto con l´uso della tecnica "monopulse", questa tecnica puo´ permettere anche l´impiego di antenne puntate sul bersaglio e quindi di conseguenza porta ad un recupero della portata radar.

Nel seguito questa tecnica viene proposta nelle sue linee essenziali, mentre una analisi dettagliata puo´ essere effettuata secondo metodologie analoghe a quelle di cui nei paragrafi che precedono.

Il problema delle fluttuazioni di ampiezza da impulso a impulso puo´ essere reso insignificante, se si dispone contemporaneamente di piu´ lobi in fase di ricezione, ad es. quattro per avvertire gli errori in elevazione ed azimutali. Allora le uscite dai singoli ricevitori posti sui singoli lobi, possono essere comparate simultaneamente, dando l´indicazione degli errori angolari impulso per impulso (monopulse), cosi´ da eliminare ogni effetto della fluttuazione tra un ritorno ed il successivo.

I quattro lobi hanno gli assi centrali spostati rispetto all´asse mediano dell´intero sistema, costituendo praticamente quattro posizioni contemporanee del sistema di scansione conica (naturalmente i quattro fasci potranno essere realizzati con un´unica antenna). I quattro segnali dai quattro lobi potranno essere combinati in radio frequenza per modo da fornire tre segnali, come indicato, secondo una possibile soluzione, in fig.7.37.

Dalle informazioni dei canali Δ_E e Δ_A e´ possibile desumere in qualche modo se il bersaglio si trova in alto o in basso, a destra o a sinistra.

In realta´ esistono due tecniche di monopulse, la prima a comparazione di ampiezza, la seconda a comparazione di fase.

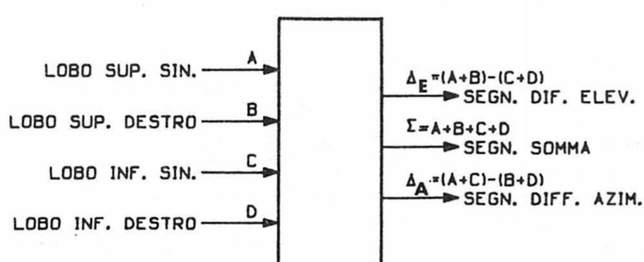


Fig.7.37 - Combinazione dei segnali per un monopulse.

Nel seguito per semplicita´ converra´ riferirsi alla schematizzazione di due soli fasci di antenna (pensando ad es. ad un inseguimento solo su un piano verticale); allora per il monopulse di ampiezza la situazione si presenta come schematizzato in fig.7.38. Due sorgenti molto vicine S_1 ed S_2 costituiscono l´antenna; i relativi diagrammi di radiazione sono come in fig.7.38. Per una direzione di osservazione del bersaglio T che forma un angolo ε con l´asse dell´antenna, le ampiezze relative a S_1 e S_2 sono rispettivamente proporzionali ai guadagni a e b. La differenza a-b e´ una funzione dispari di ε e per questioni di normalizzazione (indipendenza dalla distanza, cross-section...) l´indicazione dell´errore angolare puo´ essere desunta dividendo a-b per a+b.

Ne viene pertanto, con ovvio significato di simboli, che la grandezza:

$$\frac{\Delta}{\Sigma} = \frac{a-b}{a+b} \tag{7.134}$$

e´ una funzione dell´errore angolare e puo´ essere valutata al fine di ottenere il puntamento dell´antenna.

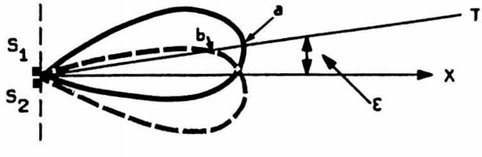


Fig.7.38 - Schematizzazione del monopulse di ampiezza.

Converra´ notare che le varie grandezze di cui in (7.134) sono grandezze vettoriali, per tener conto degli sfasamenti possibili fra i vari fasci. In realta´ questo non e´ il caso del monopulse di ampiezza mentre diviene significativo in quello di fase, come schematizzato in fig. 7.39.

In questo caso le due sorgenti sono dislocate a distanza d e gli assi geometrici delle antenne sono paralleli; i due ritorni per un bersaglio a notevole distanza pur essendo quindi di pari ampiezza ($|a|=|b|$), sono sfasati di

$$\phi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \operatorname{sen} \varepsilon \tag{7.135}$$

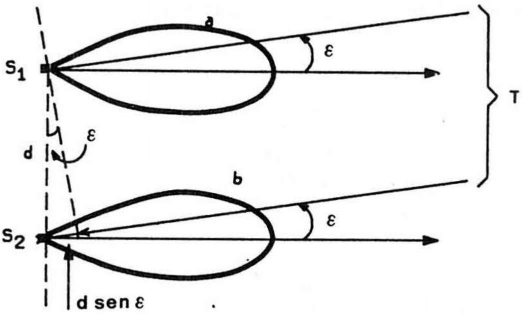


Fig.7.39 - Schematizzazione del monopulse di fase.

La (7.134) diviene allora:

$$\frac{\Delta}{\Sigma} = \frac{1-e^{-j\phi}}{1+e^{-j\phi}} = j\,tg\,\frac{\phi}{2} = j\,tg\left(\frac{\pi d}{\lambda}\,sen\varepsilon\right) \qquad (7.136)$$

che e' una funzione dispari di ε; per angoli piccoli la (7.136) e' funzione lineare di ε.

La relazione (7.134) quindi sia nel caso di monopulse di ampiezza che fase puo' essere assunta come base per la valutazione dell'errore angolare.

Riferendosi alla schematizzazione di fig.7.40 converra' d'altra parte considerare il prodotto scalare (che puo' essere realizzato molto semplicemente tramite un discriminatore di fase, che conservi anche l'informazione di ampiezza):

$$\Delta\Sigma = |\Delta| \cdot |\Sigma| \cos\alpha \qquad (7.137)$$

Nel caso di monopulse di <u>ampiezza</u>, ϕ sara' all'incirca nullo e i due vettori Δ e Σ o sono in fase o in opposizione di fase ed il prodotto scalare fornisce ancora l'errore di puntamento (ovviamente se normalizzato a $|\Sigma|^2$).

Peraltro anche se ϕ non e' nullo, il prodotto (7.137) si annulla per $|a|=|b|$ quando $\alpha=90^\circ$ (v. fig.7.40).

Ne viene allora che in ogni caso nel monopulse di ampiezza il puntamento viene realizzato quando si annulla $\Delta \cdot \Sigma$.

Nel caso della comparazione di <u>fase</u> dovrebbe essere $|a|=|b|$ e quindi $\cos\alpha=0$ sempre. Con opportuni sfasamenti (vedi j di eq.(7.136)), converra' riallineare (in radio fre-

quenza) il vettore Δ e il Σ , cosi' che si torni a ritenere il prodotto scalare (7.137) in ogni caso significativo al fine della valutazione dell'errore di puntamento.

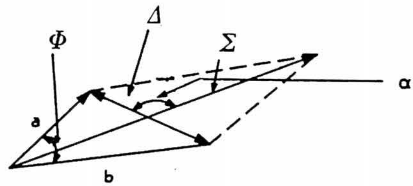


Fig.7.40 - Rappresentazione vettoriale per la valutazione degli errori angolari.

Limitandosi al monopulse di <u>ampiezza</u> dalle considerazioni di cui sopra nasce lo schema a blocchi di fig.7.41. I segnali Σ, Δ_E e Δ_A sono convertiti a media frequenza tramite un oscillatore locale (O.L.) in modo da mantenere le fasi relative. L'uscita dal sistema AGC (operante sul canale somma cosi' da effettuare direttamente la normalizzazione della (7.137) per $|\Sigma|^2$) va al sistema di inseguimento in distanza che provvede a fornire il "gate" per la selezione in distanza agli stessi circuiti di AGC. Il video selezionato dal "gate" rende operativi i circuiti di AGC generando una tensione di controllo non solo per l'amplificatore IF del canale somma, ma anche per gli altri due amplificatori che, operando a catena aperta, devono avere identica caratteristica di controllo nei limiti degli errori ammissibili.

La funzione dell'AGC e' quindi (per come detto) quella di mantenere costante la caratteristica degli errori angolari (volt per grado di errore) al variare dell'ampiezza del segnale sia per la distanza che per le dimensioni del bersaglio su cui si opera. Infatti avvicinandosi, ad esempio, il bersaglio, crescono sia Σ che Δ_E e Δ_A in modo proporzionalmente eguale; il sistema di AGC allora riporta Σ ad un valore costante, dando la stessa variazione di guadagno sia sul canale somma che sui canali differenza, e quindi elimina l'aumento su Δ_E e su Δ_A. Il segnale somma diviene anche il segnale di riferimento per i discriminatori di fase che operano sui segnali disponibili dagli amplificatori IF dei canali differenza.

I discriminatori di fase realizzano il prodotto scalare fra Σ e Δ_E (o Δ_A). Se tutto e' bene aggiustato la fase

relativa fra Δ_E (o Δ_A) e Σ e´ nulla o 180° cosi´ che lo scopo dei discriminatori di fase e´ quello di fornire l´errore di elevazione (o azimutale), dando anche il segno della direzione degli errori.

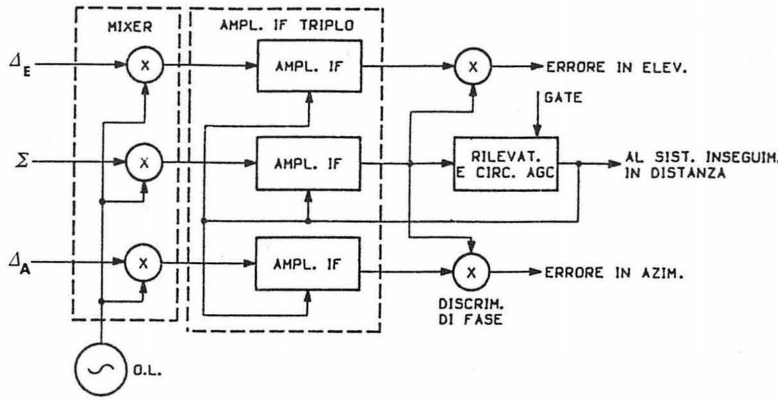


Fig.7.41 - Schema a blocchi di un sistema monopulse.

In altre parole l´uscita dai discriminatori di fase e´ un video bipolare, ossia un video con ampiezza proporzionale all´errore angolare e con polarita´ corrispondente alla direzione degli errori.

Ovviamente i segnali video cosi´ estratti vengono mandati a due "boxcar", che mantengono il contenuto di picco tra un impulso ed il successivo, realizzando di fatto un amplificazione degli errori, che dopo un filtraggio e successiva amplificazione, potranno andare a correggere la posizione dell´antenna.

Proporzionando convenientemente la banda dell´AGC si riesce anche a correggere le fluttuazioni del bersaglio che in ogni caso hanno influenza sulla caratteristica e non sull´errore.

Naturalmente la scintillazione e l´influenza dell´ambiente rimangono ed in particolare l´effetto del multipath sull´errore di puntamento puo´ essere studiato considerando anche i ritorni determinati dall´eco riflessa.

In altre parole l´eco di ritorno e´ costituita dall´eco diretta, da quella riflessa e da quella doppiamente riflessa ed in Δ_E, Δ_A e Σ di cui nella (7.137) va inserita la somma (pesata dai coefficienti di riflessione (v. fig.1.27) e dai

guadagni d´antenna) dei vari echi.

L´errore che ne viene in un caso particolare per una riflessione speculare su una superficie marina e´ riportato a tratteggio in fig.7.42 da [15], dove e´ proposta una soluzione con metodologia di super-risoluzione che consente una riduzione dell´errore come riportato a tratto continuo nella stessa figura.

Ad una diversa tecnica per ridurre le problematiche in questione e´ fatto cenno in [16], mentre soluzioni con "array" verranno descritte nel seguito.

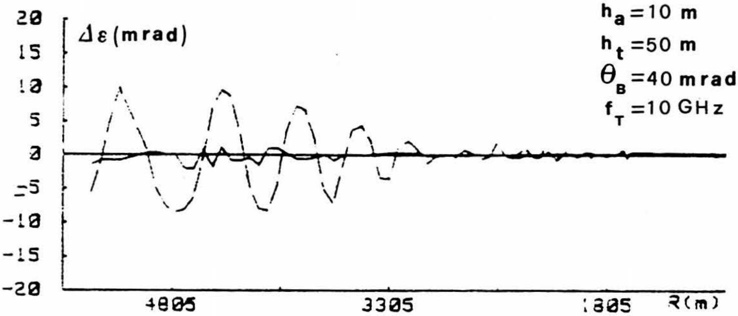


Fig.7.42 - Errori in elevazione da multipath
------ inseguimento con tecnica convenzionale
——— inseguimento applicando metodologie di super risoluzione (MLE) [15]

7.14. Sistemi di aggancio ed inseguimento di fase e frequenza

Nello schema a blocchi di fig.7.3 e´ stato messo in evidenza anche il sistema di aggancio in frequenza (Automatic - Frequency - Control: AFC). D´altra parte la problematica dei sistemi di aggancio in frequenza e di quelli in fase (Phase - Locked - Loop: PLL o Automatic - Phase - Control: APC) e´ ben piu´ vasta e converra´ rivederla, nelle pagine che seguono, nella sua generalita´.

Sono ben note infatti le applicazioni dei sistemi citati nelle telecomunicazioni ordinarie, in telemetria, nei sistemi di controllo dei tempi e frequenza, nella misurazione delle distanze e nei sistemi di strumentazione oltre che nei radar, cui piu´ volte si e´ fatto riferimento.

In particolare converra´ citare i problemi che possono

essere risolti con tale tecnica come la sincronizzazione e l´aggancio delle portanti, la demodulazione coerente di segnali analogici e digitali e la sintesi delle frequenze. Nelle pagine che seguono verra´ fatto prima cenno a dette tematiche e poi verra´ affrontato in generale il problema della sintesi ed analisi.

Converra´ notare che l´avvento della tecnologia dei circuiti integrati, pur influenzando notevolmente il progetto di sistema di molti apparati per telecomunicazioni, poco ha influenzato la filosofia dei PLL, espandendone peraltro l´applicabilita´ nel settore digitale.

a) Applicazioni dei PLL: aggancio di portanti

In ogni applicazione concernente le telecomunicazioni, come ovviamente anche nei radar coerenti, e´ necessario ricostruire una portante di riferimento analizzando il segnale all´ingresso del ricevitore, che conterra´ l´informazione contaminata in qualche modo dal rumore del canale di trasmissione.

Allora appaiono possibili almeno tre metodi:

a) aggancio ed inseguimento della frequenza istantanea e della fase della portante (per ipotesi presente e quindi contenuta nello spettro del segnale ricevuto);

b) aggancio ed inseguimento della frequenza istantanea e della fase della portante dallo spettro del segnale in ricezione realizzato a soppressione di portante;

c) metodo misto.

Il primo metodo puo´ essere reso operativo, realizzando un filtro a banda strettissima che si posizioni automaticamente ed insegua la frequenza della portante, cio´ puo´ essere realizzato con un PLL. Converra´ allora pensare alla configurazione base del PLL come riportato in fig.7.43.

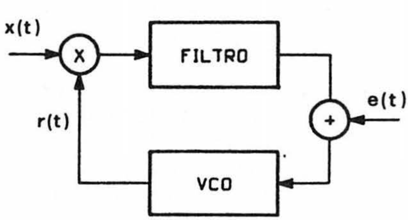


Fig.7.43 - Schematizzazione di base di un PLL.

Si tratta sostanzialmente di un sistema reazionato a loop-chiuso in cui un segnale di riferimento r(t) cerchera' di agganciare ed inseguire la componente del segnale utile s(t) insita nel segnale ricevuto x(t)=s(t)+n(t).

La funzione additiva n(t) rappresenta un rumore che si aggiunge nel canale ad s(t) onde costituire il segnale di ingresso; e(t) rappresenta un possibile segnale di acquisizione.

In generale si avra':

(7.138) $$s(t) = A(t)\mathrm{sen}\phi(t)$$

e analogamente

(7.139) $$r(t) = B\cos\hat{\phi}(t)$$

L'ampiezza A(t) puo' essere usata per caratterizzare ogni tipo di modulazione di ampiezza sia digitale che analogica, mentre la funzione $\phi(t)$ potra' individuare una modulazione d'angolo sia di frequenza (FM) che di fase (PM).

Il loop di fase di fig.7.43 ha lo scopo di realizzare in r(t) con $\hat{\phi}(t)$ la stima di $\phi(t)$ di s(t) contenuta in x(t), il problema in oggetto si riduce quindi ad un problema di stima.

Ogni errore di fase ossia $\phi(t)-\hat{\phi}(t)=\epsilon(t)$, tra x(t) e r(t), e' convertito dal filtro in una tensione di correzione che cambia la frequenza istantanea e la fase del segnale di riferimento onde inseguire il segnale di ingresso. In realta', in assenza del rumore n(t), il prodotto

(7.140) $$x(t)\cdot r(t)=s(t)\cdot r(t) =$$

$$= \frac{A(t)\ B}{2}\{\mathrm{sen}[\phi(t)-\hat{\phi}(t)]+\mathrm{sen}[\phi(t)+\hat{\phi}(t)]\}$$

realizza l'operazione di discriminazione di fase, ipotizzando trascurabile il termine che contiene la somma delle fasi. Cio' puo' essere visto molto semplicemente pensando $\phi(t)=\omega_o t+\theta(t)$ dove ω_o e' una pulsazione scelta nella banda di s(t), in particolare potra' trattarsi della pulsazione media. Allora l'ultimo termine contenuto nella (7.140) potra' essere eliminato con un semplice filtraggio. D'altro canto per una stima sufficientemente buona, $\phi(t)-\hat{\phi}(t)$ (errore di fase) sara' piccolo per cui il seno dell'angolo puo' essere confuso con l'angolo stesso e la risposta del moltiplicatore diviene:

(7.141) $$s(t)\cdot r(t)\simeq \frac{A(t)\cdot B}{2}\ [\phi(t)-\hat{\phi}(t)]$$

cosicche´ il "loop" di fig.7.43 diviene un "loop" di fasi con reazione negativa e, nella ipotesi di validita´ della (7.141), la relativa progettazione si riduce alla progettazione classica della teoria della controreazione. Esso puo´ essere realizzato con i tre blocchi (v. fig.7.43):

a) un oscillatore controllato in tensione [Voltage Controlled Oscillator (VCO)];

b) un moltiplicatore o rivelatore o discriminatore di fase;

c) un filtro di anello o "loop".

Il "loop" e´ progettato in modo tale che quando l´errore di fase medio e´ costante (ed in particolare potra´ essere nullo) il "loop" e´ agganciato (locked) in fase.

Quando avviene una variazione nella fase del segnale originario allora nasce un errore, che agendo all´ingresso del VCO, ne cambia fase (e/o frequenza) in modo da mantenere il "lock".

Nella piu´ semplice applicazione l´ingresso puo´ essere costituito da un tono sinusoidale:

(7.142) $$s(t) = A\,\mathrm{sen}[\omega t+\theta(t)]$$

e $\theta(t)$ potra´ ritenere l´eventuale modulazione di fase e/o frequenza allora $\hat{\phi}(t)$ potra´ essere riscritta:

(7.143) $$\hat{\phi}(t) = \omega t + \hat{\theta}(t)$$

se $\hat{\theta}(t)$ sara´ la stima di $\theta(t)$.

Converra´ osservare che il termine $A(t)B/2$ (v. (7.141)) corrisponde ad un termine di guadagno nel discriminatore di fase che potra´ essere reso costante o limitando l´ingresso al mixer o ponendo un attenuatore variabile all´ingresso del PLL controllato dall´ampiezza stessa (realizzando, in altri termini, un loop a controllo di guadagno: AGC).

b) Inseguimento di un segnale a portante soppressa (AMPS)

Molte applicazioni richiedono, per ben note esigenze, una trasmissione a portante soppressa, che pero´ dovra´ essere in qualche modo ricostruita in ricezione.

Il segnale modulante sia $g(t)$ allora il segnale in ingresso al ricevitore, trascurando ogni termine di rumore (cui sara´ dato spazio nel seguito), sara´ quindi (ricordando i principi della modulazione di ampiezza a portante sop-

pressa AMPS):

$$(7.144) \qquad s(t) = A\cdot g(t)\cos(\omega_o t+\phi_o)$$

Qualora g(t) fosse costituita da una sola sinusoide (cio' per semplicita', senza ledere la generalita' del discorso) ad esempio

$$(7.145) \qquad g(t) = A_o\cos(\omega t+\phi_1)$$

allora la (7.144) diviene

$$(7.146) \qquad s(t) = A\cdot A_o\cos(\omega t+\phi)\cos(\omega_o t+\phi_o) =$$

$$= \frac{A\cdot A_o}{2}\{\cos[(\omega_o-\omega)t+(\phi_o-\phi_1)]+\cos[(\omega_o+\omega)t+\phi_o+\phi_1]$$

infatti lo spettro del segnale e' costituito da due righe intorno alla portante a frequenza $f_o=\omega_o/2\pi$, che e' soppressa.

Realizzando lo schema di fig.7.44 e' possibile agganciare la frequenza f_o. Al fine di giustificare questo fatto da un punto di vista qualitativo converra' supporre che il sistema sia gia' agganciato in frequenza, ossia il VCO oscilli ad una frequenza pari a $f_o(\omega_x=\omega_o)$.

La componente in bassa frequenza all'uscita del mixer superiore di fig.7.44 diviene allora:

$$(7.157) \quad a(t) = \frac{A\cdot A_o\cdot B}{4}\{\cos[\omega t+(\phi_x-\phi_o+\phi_1)]+\cos[\omega t+\phi_o+\phi_1-\phi_x]\}$$

mentre per il mixer inferiore:

$$(7.158) \quad b(t) = \frac{A\cdot A_o\cdot B}{4}\{\mathrm{sen}[\omega t+(\phi_x-\phi_o+\phi_1)]+\mathrm{sen}[\omega t+\phi_o+\phi_1-\phi_x]\}$$

Realizzando il prodotto delle (7.157) e (7.158) e prendendo ancora la componente a bassa frequenza si ottiene

$$(7.159) \qquad c(t) = \frac{(A\cdot A_o\cdot B)^2}{8}\,\mathrm{sen}[2(\phi_x-\phi_o)]$$

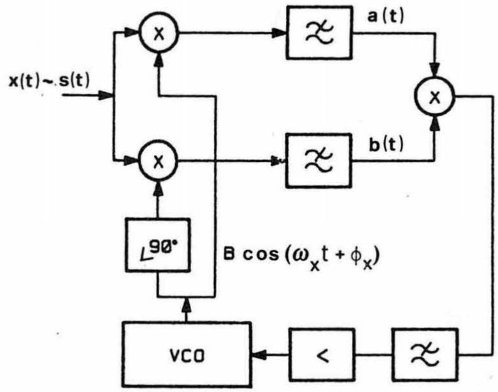
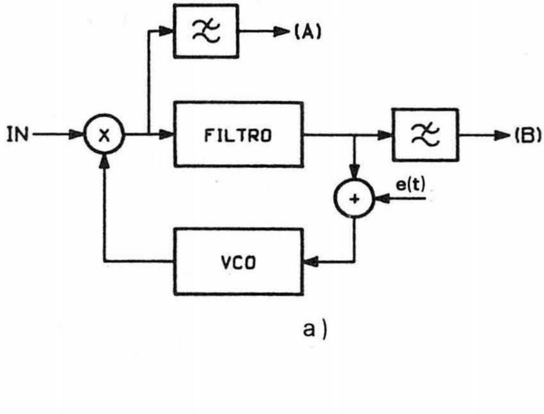


Fig.7.44 - Schematizzazione di un loop per aggancio di un segnale AMPS.

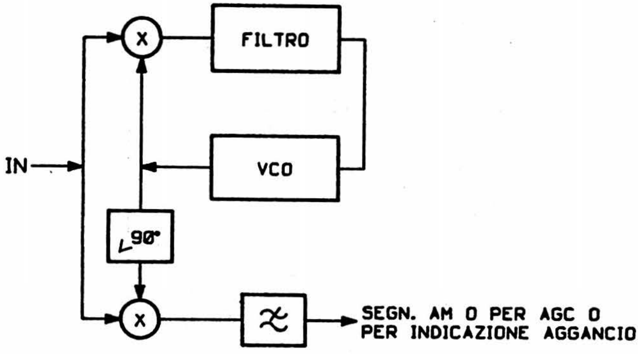
La (7.159) dimostra che, una volta tolto il termine relativo all'ampiezza [limitando il segnale in ingresso al sistema o con un loop di AGC come gia' indicato], si e' realizzata una discriminazione di fase utile a realizzare l'inseguimento e quindi anche l'aggancio del VCO sulla sola portante del segnale di ingresso, infatti si notera' come sia sparito il termine di fase relativo alla modulante (7.145).

c) Demodulazione coerente di segnali analogici

Con appropriata scelta dei parametri del loop e' possibile estrarre con un PLL modulazioni di fase (PM) e frequenza (FM) dall'uscita del discriminatore di fase (v. A di fig. 7.45a), o anche dall'uscita B del filtro del PLL.



a)



b)

Fig.7.45a) - Demodulazione FM o PM mediante PLL
b) - Demodulazione di ampiezza coerente

La demodulazione di ampiezza puo' essere realizzata utilizzando un rivelatore di ampiezza coerente pilotato dal VCO come indicato in fig.7.45b). Questo circuito fornisce anche una uscita per un eventuale loop di AGC ed una indicazione dell'avvenuto aggancio.

7.15. Cenni su valutazioni comparative fra varie tecniche di demodulazione

Al fine di puntualizzare i vantaggi di un AFC e/o un PLL converra' ora fare dei richiami sulle varie tecniche di modulazione e demodulazione.

Sia dato un segnale s(t) la cui densita' spettrale sia ν(W/Hz) e la cui larghezza di banda sia B(Hz). La potenza connessa con detto segnale sara'

$$S = \nu B \quad \text{(watt)} \tag{7.160}$$

Ipotizzato un certo canale con capacita' trasmissiva o portata R_c (bit/sec), allora si ha:

$$\frac{\nu B}{R_c} \quad \text{(joule/bit)} \tag{7.161}$$

Ricordando la formula della capacita' di canale

(7.162) $$C = \frac{1}{2}\log_2(1 + \frac{S}{N}) \qquad \text{(bit/campione)}$$

ed il ritmo massimo di trasmissione delle informazioni 2B (campioni/sec) (ric. teor. del campionamento) si ha

(7.163) $$R_c = B\log_2(1 + \frac{S}{N}) \qquad \text{(bit/sec)}$$

dove con N si e' intesa la potenza connessa al rumore. Si e' fatto riferimento chiaramente ad un canale analogico definito da un rumore aggiunto al segnale s(t).

Detta η(W/Hz) la densita' spettrale del rumore si ha

(7.164) $$N = \eta B$$

la (7.163) diviene:

(7.165) $$R_c = B\log_2(1 + \frac{\nu}{\eta})$$

ipotizzando pari banda sul segnale e sul rumore. In molte situazioni pratiche e' possibile scrivere (v. p.33):

$$\eta = KT = 1{,}37\ 10^{-23}\ T \qquad \text{(watt/Hz)}$$

dove K e' la costante di Boltzman e T la temperatura assoluta.

Dalla (7.161) e (7.165) si ha

(7.166) $$\frac{\nu B}{R_c} = \eta\frac{\nu/\eta}{\log_2(1+\nu/\eta)} = \eta\phi(\nu/\eta) \qquad \text{(joule/bit)}$$

che rappresenta il numero di joule richiesti per trasmettere un bit di informazione. Questo numero e' legato direttamente alla entita' del rumore che caratterizza il canale oltre che alla funzione ϕ(.) crescente col rapporto segnale-rumore. Questa funzione e' riportata in fig.7.46 da cui e' possibile osservare che per trasmettere 1 bit di informazione l'energia richiesta e' 100 volte maggiore quando il rapporto S/N e' 30 dB rispetto a quando e' 0 dB. Allora ci si pone la domanda del perche' nei sistemi convenzionali di comunicazioni si lavori con 30÷60 dB di S/N.

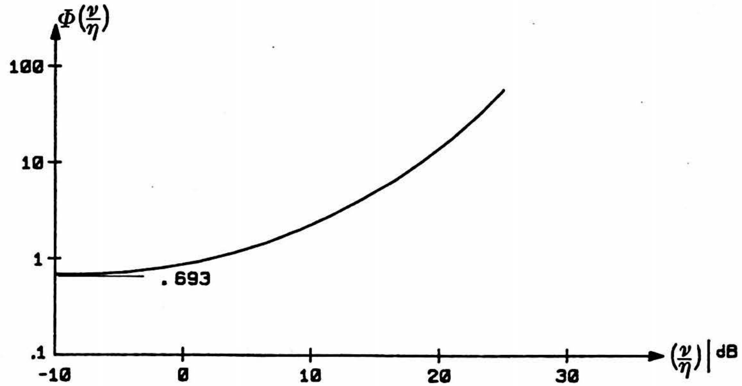


Fig.7.46 - Energia normalizzata richiesta per trasmettere un bit di informazione in un canale rumoroso.

Vi sono alcuni motivi di tipo tecnico per cui i sistemi di comunicazioni elettriche difficilmente si avvicinano ai sistemi ideali. Innanzi tutto i vari sistemi di modulazione difficilmente fanno un uso efficiente della larghezza di banda nel ridurre la densita' di potenza. Inoltre problemi di non ottimo adattamento (tra le caratteristiche del segnale e del canale) e di ridondanza (di certo utile per l'affidabilita' ed accuratezza del messaggio) contribuiscono alla non ottima utilizzazione della capacita' di canale.

In realta' l'obiettivo della progettazione ottima di un sistema di comunicazione e' soprattutto quello di soddisfare determinate esigenze con minimo costo. Nel maggior numero dei sistemi progettati negli anni passati il costo della potenza non era di certo uno dei principali costi di sistema. Tuttavia quando la potenza diviene una parte importante del costo totale del sistema di comunicazione, il progettista tendera' ad operare con sistemi a banda larga con convenienti tecniche di modulazione. Per certo questo e' il caso della trasmissione via satellite. Converra' ora per rendere piu' quantitativo il discorso fare un paragone fra alcuni tipi di modulazioni in particolare converra' riferirsi a modulazione di ampiezza a banda laterale unica (SSB) e a modulazione di frequenza (FM) con demodulazione ordinaria o con reazione arrivando ad un loop ad aggancio di frequenza o fase (AFC o PLL).

La situazione dei vari spettri e' riportata in fig.7.47 schematizzando il segnale di ingresso con una sola sinusoide al limite della banda base b.

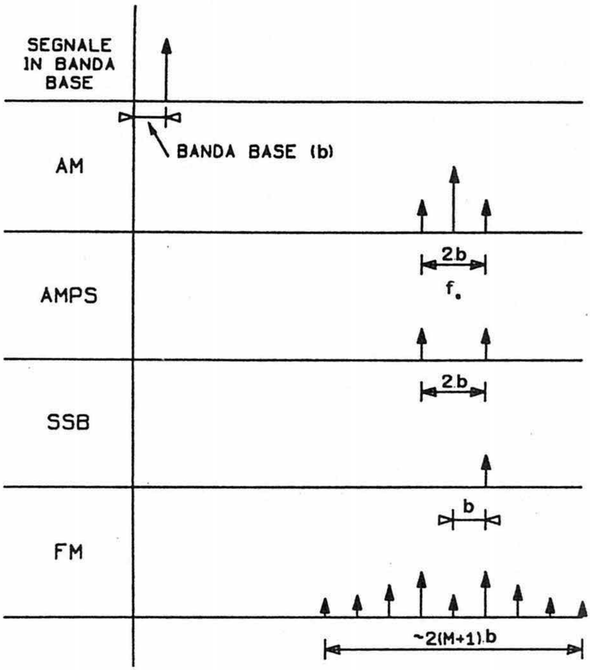


Fig.7.47 - Larghezze spettrali in RF connesse a vari tipi di modulazioni.

Allora il canale deve essere trattato insieme ai processi di mo-demodulazione come schematizzato in fig.7.48. Infatti, volendo trasmettere una informazione s(t) la cui banda base sia b e volendo richiedere un certo rapporto S/N in ricezione il sistema complessivamente dovra' avere un ritmo di trasmissione

$$(7.167) \qquad R_c = b \log_2(1 + \frac{S}{N}) \qquad \text{(bit/sec)}$$

D'altro canto il processo di modulazione potra' consentire una potenza in radiofrequenza (RF) ρB_t, con rapporto segnale a rumore ρ/η diverso da ν/η (si e' ipotizzato pari rumore prima e dopo demodulazione, la banda occupata dal segnale dopo modulazione sia B_t). Allora ha senso rapportare la potenza trasmessa al ritmo informativo necessario:

$$(7.168) \qquad \frac{\rho B_t}{R_c} = \frac{\rho B_t}{b \log_2(1+\nu/\eta)} = \frac{\eta B_t}{b} \frac{\rho/\eta}{\log_2(1+\nu/\eta)} \qquad \text{(joule/bit)}$$

che costituisce la generalizzazione della (7.166).

Nel caso della SSB la banda richiesta in RF e´ la stessa di quella in banda base (B_t=b) ed il rapporto densita´ spettrale del segnale al rumore prima e dopo del demodulatore si identificano (ipotizzando ancora assenza di rumore del processo di demodulazione); chiaramente i livelli di rumore e di segnale sono riferiti in un punto del canale ad es. all´ingresso del demodulatore:

(7.169) $$\frac{\rho}{\eta} = \frac{\nu}{\eta}$$

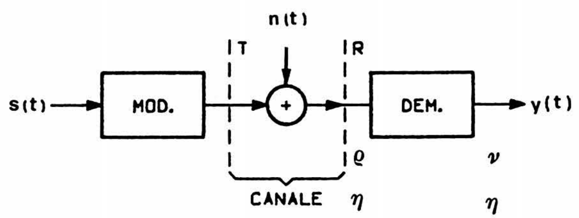


Fig.7.48 - Processo di trasmissione con modulazione.

Allora la (7.168) si identifica con la (7.166) e puo´ essere normalizzata al valore ottimo (minimo) (v. fig.7.46), considerando praticamente l´efficienza del processo di modulazione:

(7.170) $$\gamma_{SSB} = \frac{\frac{\rho B_t}{R_c}}{0.693\eta} = \frac{\frac{\nu}{\eta}}{\log_2(1+\nu/\eta)}\,\frac{1}{0.693}$$

Poiche´ in ricezione sono desiderati per comunicazioni video o audio rapporti S/N=ν/η da 40 a 60 dB si ha facilmente dalla (7.170) (v. anche fig.7.46) che si e´ in presenza di sistemi centinaia e migliaia di volte meno efficienti del sistema ideale. Il principale vantaggio del SSB e´ nella economicita´ di banda.

Considerando un sistema FM il segnale in banda base $\cos\omega t$ diviene dopo modulazione:

(7.171) $$s(t) = \cos(\omega_o t + M\cos\omega t)$$

che, come e´ ben noto, puo´ essere riscritto in termini di

un numero infinito di sinusoidi [22]:

(7.172) $$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(M) \cos[(\omega_o+n\omega)t]$$

dove $J_n(M)$ e' la funzione di Bessel di ordine n ed argomento M. Per M=2 si ha uno spettro del tipo di quello riportato in fig. 7.47. Si ricordera' anche che per $|n|>M+1$, $J_n(M)$ e' molto piccola ed e' possibile trascurare le relative componenti, cosi' che per una prima analisi si puo' ritenere valida per la banda RF la relazione (regola di Carson):

(7.173) $$B_t \simeq 2(M+1)\cdot b$$

La (7.173) puo' essere giustificata da un punto di vista intuitivo esaminando la minima e massima frequenza:

(7.174) $$\frac{d}{dt}(\omega_o t+M\cos\omega t) = \omega_o-M\omega \operatorname{sen}\omega t \rightarrow \begin{cases} f_{max} = f_o + Mf \\ f_{min} = f_o - Mf \end{cases}$$

che corrisponde ad una larghezza di banda 2Mf ossia, per f all'estremo di banda, 2Mb. A questa banda bisognera' aggiungere anche la larghezza di banda che e' possibile per ogni valore anche minimo di M, infatti per $M\to 0$ la (7.171) puo' essere rivista come modulazione di ampiezza (confondendo il seno con l'angolo) e allora appare giustificata da un punto di vista intuitivo la (7.173).

Ora e' noto che il rapporto segnale-rumore dopo demodulazione puo' essere riscritto in termini del rapporto valutato in RF (v. IV. 263 di [22]):

(7.175) $$\frac{\nu}{\eta} = 3\,\frac{\rho}{\eta}\,M^2(M+1)$$

che puo' essere ancora giustificata abbastanza facilmente pensando che la potenza dopo demodulazione (estrazione di M $\cos\omega t$ dalla (7.171)) varia proporzionalmente con M^2:

(7.176) $$\nu = K\;M^2/b$$

e che detta P_p la potenza della portante la densita' di potenza del segnale RF sara' del tipo [v. (7.173)]:

(7.177) $$\rho = \frac{P_p}{2(M+1)b}$$

Dalle (7.176) e (7.177) e' facile convincersi della (7.175).

Ora pero' si ricordi che perche' un rivelatore FM funzioni bene e' necessario che l'ampiezza della portante sia sufficientemente piu' grande del rumore, altrimenti si ricade nella ambiguita' della determinazione delle fasi aggiungendo o cancellando cicli completi. Il rapporto potenza della portante a potenza di rumore conveniente e' dell'ordine di 16-12 dB.

In queste condizioni posto nella (7.168) $\rho/\eta=16$ si ha (ricordando la (7.173)):

$$\frac{\rho B_t}{R_c} = \frac{\eta \cdot 2(M+1) \cdot 16}{\log_2(1+\nu/\eta)} \tag{7.178}$$

che normalizzata al valore ottimo diviene:

$$\gamma_{FM} = \frac{\frac{\rho B_t}{R_c}}{0.693\eta} = \frac{46(M+1)}{\log_2(1+\nu/\eta)} = \ln 2 \, \frac{46(M+1)}{\ln[1+48 \cdot M^2 \cdot (M+1)]} \tag{7.179}$$

avendo tenuta presente la (7.175). Richiesto un certo valore di S/N in ricezione (ossia ν/η) e' possibile determinare M e quindi l'efficienza.

Allora assunto a titolo di esempio M=2 e $\rho/\eta=16$ nella (7.175) si ha $\nu/\eta = 575$ e corrispondentemente γ_{FM} diviene circa 15; ossia si ha un fattore circa 15 peggiore in relazione alla situazione di ottimo. Si tenga presente che il corrispondente fattore γ_{SSB} diviene circa 90 (v. (7.170)).

Appare ora conveniente esaminare la possibilita' di usare un demodulatore il quale riduca l'indice di modulazione prima della demodulazione. Uno schema possibile e' quello di fig.7.49 in cui e' riportato uno schema di un demodulatore del tipo a reazione (feedback) (FMFB).

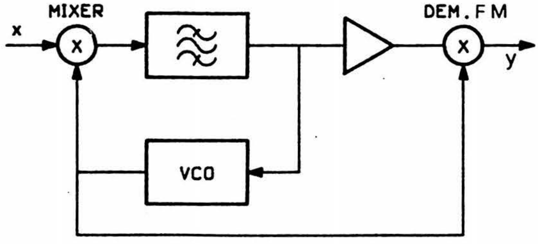


Fig.7.49 - Demodulatore del tipo FMFB.

Nel FMFB l'uscita del discriminatore viene usata per realizzare un battimento attraverso il VCO, cosi' da inseguire la frequenza istantanea del segnale di ingresso. Naturalmente detto inseguimento non potra' essere perfetto altrimenti l'uscita del mixer avrebbe una frequenza costante e nessun segnale potrebbe essere rivelato. Tutto avviene come se l'indice di modulazione M fosse ridotto di un fattore μ corrispondente alla variazione di frequenza del VCO determinata da una variazione unitaria di frequenza all'ingresso del discriminatore. Si ha quindi un indice di modulazione ridotto

$$M_i = \frac{M}{1+\mu} \tag{7.180}$$

dove μ e' determinato dal guadagno del loop (in frequenza) di fig.7.49.

Allora la larghezza di banda dopo il mixer (banda in media frequenza - IF) diviene (v. (7.173)):

$$B_{IF} = 2\left(\frac{M}{1+\mu} + 1\right)b \tag{7.181}$$

ed il rumore potra' essere ridotto nel rapporto delle bande $RF(B_t)-IF(B_{IF})$ ossia dovra' essere vera la relazione

$$\frac{\rho B_t}{\eta B_{IF}} = 16 \tag{7.182}$$

dato il requisito di 16 in S/N all'ingresso del demodulatore FM come anche utilizzato nella (7.178).

La (7.175) diviene allora (v. (7.173) e (7.181)):

$$\frac{\nu}{\eta} = 3\left[16\,\frac{2\left(\frac{M}{1+\mu}+1\right)b}{2(M+1)b}\right] M^2(M+1) = 48\cdot M^2\cdot\left(\frac{M}{1+\mu}+1\right) \tag{7.183}$$

Dalle (7.181), (7.182) e (7.183), la (7.168) normalizzata diviene:

$$\gamma_{AFC} = \frac{\frac{\rho B_t}{R_c}}{0.693\eta} = \frac{\dfrac{\eta 16\cdot 2\left(\frac{M}{1+\mu}+1\right)b}{b\log_2\left[1+48M^2\cdot\left(\frac{M}{1+\mu}+1\right)\right]}}{0.693\eta} = \frac{46\left(\frac{M}{1+\mu}+1\right)}{\log_2\left[1+48\cdot M^2\cdot\left(\frac{M}{1+\mu}+1\right)\right]} \tag{7.184}$$

Per un valore di μ molto grande tale che $M/(1+\mu) \ll 1$ ossia $B_{IF} \simeq 2 \cdot b$, la (7.184), nel caso prima considerato M=2, assume un valore intorno a 6.

La (7.184), pur essendo solo approssimata, dimostra come con tecniche reazionate sia possibile arrivare ad efficienze della trasmissione molto vicina all'unita'.

D'altro lato con tecniche PLL i precedenti discorsi possono essere ripetuti considerando l'inseguimento sulla fase.

7.16. Demodulazione coerente di segnali digitali. Sintesi di frequenza

Nella demodulazione coerente di segnali digitali, il segnale di ingresso contiene frequentemente una componente sinusoidale per cui potra' essere usato il loop di fig.7.43 e la modulazione puo' essere estratta dal rivelatore di fase.

Quando la portante e' completamente soppressa (es. PSK) allora potra' essere usato il loop di fig.7.44. Naturalmente bisognera' porre attenzione al problema dell'aggancio della sequenza dei simboli.

In altre parole il problema puo' ricondursi ad un problema analogo a quello della demodulazione di ampiezza; ma nasce un problema di rumore in quanto i segnali di riferimento sono ricostruiti in presenza di rumore e quindi sono a loro volta rumorosi.

D'altro lato il PLL e' un importante elemento nella sintesi delle frequenze. Secondo la schematizzazione di fig. 7.50 e' possibile ottenere moltiplicazioni o divisioni di frequenze (mentre addizioni e sottrazioni sono possibili per traslazione).

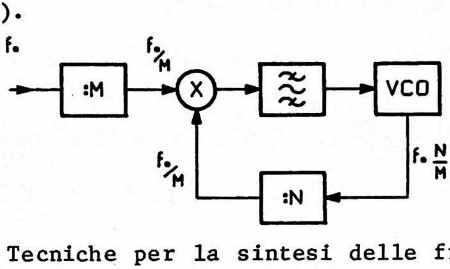


Fig.7.50 - Tecniche per la sintesi delle frequenze (sintetizzatori).

Queste operazioni possono essere combinate in piu' modi per ottenere sintetizzatori di frequenza programmabili per

la generazione di segnali puri.

In definitiva i PLL oltre ad essere usati nelle tecniche di demodulazione FM, AM, PM, vengono largamente impiegati nella sincronizzazione dei segnali, nella ricostruzione e nella loro costruzione. Essi sono diffusissimi in apparecchiature da terra e per satelliti e lavorano in una larghissima gamma di frequenze.

7.17. Analisi del PLL

a) Discriminatore di fase

Uno schema a blocchi di un sistema di controllo automatico di fase PLL e´ riportato in fig.7.51 (v. fig.7.43).

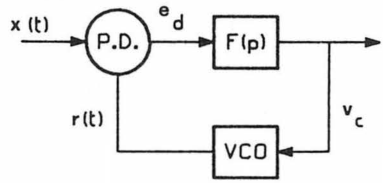


Fig.7.51 - Schematizzazione di un PLL.

La fase del segnale x(t) da sincronizzare e´ comparata alla fase dell´oscillatore locale r(t) nel discriminatore di fase (P.D.), gia´ descritto come circuito che realizza il prodotto nel par.7.14a). L´uscita del P.D. e´ proporzionale alla differenza di fase dei due segnali ed attraverso un quadripolo di controllo [con funzione di trasferimento F(p)] va all´oscillatore controllato in tensione.

Nel seguito si fara´ riferimento ad un ingresso di tipo sinusoidale, ma le varie considerazioni potranno essere estese ad un qualsiasi tipo di modulazione ricorrendo allo sviluppo in serie di Fourier. Onde descrivere con maggiore dettaglio quanto gia´ impostato nel par.7.14 verra´ ora analizzato in particolare il P.D..

Converra´ ritenere si tratti di un discriminatore di fase bilanciato composto di due rivelatori (eventualmente a diodi). L´uscita da un tale P.D. puo´ essere facilmente derivata dal diagramma vettoriale di fig.7.52a), che e´ associabile alle schematizzazioni circuitali di fig.7.52b). Ritenendo il segnale di ingresso x(t) e quello di riferimento r(t) di tipo sinusoidale, e´ possibile scrivere

$$
\begin{aligned}
x &= X \operatorname{sen} \phi_1 \\
r &= R \cos \phi_2
\end{aligned}
\qquad (7.185)
$$

dove ϕ_1 e ϕ_2 sono funzioni del tempo.

Per ragioni di semplicita´ converra´ per il momento supporre che x ed r siano in quadratura ($\phi_1=\phi_2$) condizione che, come risultera´ chiara nel seguito, corrisponde ad un aggancio perfetto.

Mentre uno dei rivelatori e´ alimentato dalla somma di x e r/2, l´altro dalla loro differenza come indicato nelle varie schematizzazioni di fig.7.52.

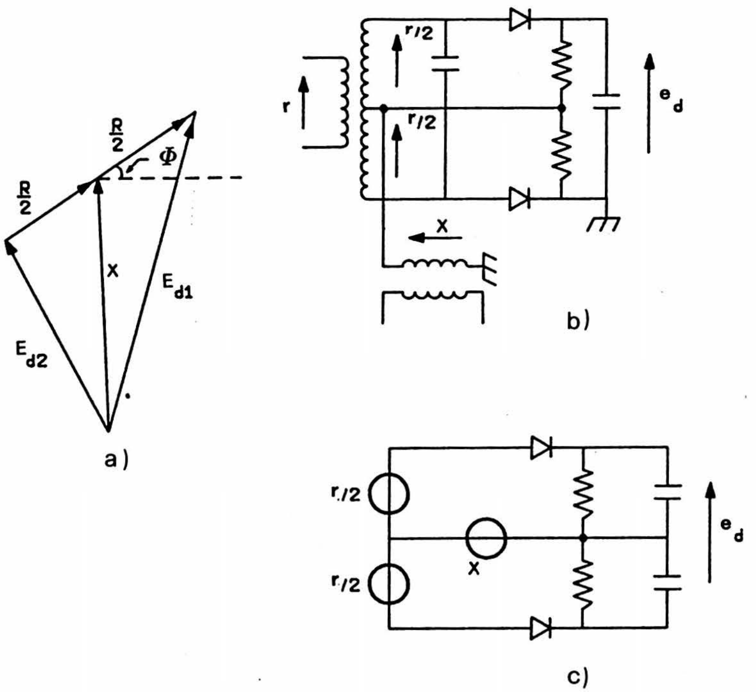


Fig.7.52 - Discriminatore di fase bilanciato
a) schematizzazione vettoriale
b) schematizzazione elettrica
c) schemi equivalenti

Le corrispondenti tensioni rivelate E_{d1} e E_{d2} possono essere ottenute da semplici relazioni trigonometriche.

Definendo

(7.186) $$\phi = \phi_1 - \phi_2$$

si ha

(7.187) $$\begin{cases} E_{d1}^2 = X^2 + \frac{R^2}{4} + XR \operatorname{sen}\phi \\ E_{d2}^2 = X^2 + \frac{R^2}{4} - XR \operatorname{sen}\phi \end{cases}$$

Allora l'uscita dal discriminatore e' data dalla differenza delle due tensioni rivelate e quindi facendo la differenza delle (7.187) e normalizzando a $E_{d1} + E_{d2}$ si ha:

(7.188) $$e_d = E_{d1} - E_{d2} = \frac{2XR}{E_{d1}+E_{d2}} \operatorname{sen}\phi$$

e se X >> R allora

$$E_{d1} + E_{d2} \simeq 2X$$

e quindi la (7.188) diviene:

(7.189) $$e_d = R \operatorname{sen}\phi$$

ossia l'uscita dal P.D. bilanciato e' indipendente dall'ampiezza del segnale di ingresso.

Qualora invece del P.D. bilanciato si abbia a che fare con un mixer ordinario, allora riscritte le (7.185)

(7.190) $$\begin{cases} x = X \operatorname{sen}[\omega_o t + \theta_i(t)] \\ r = R \cos[\omega_o t + \theta_o(t)] \end{cases}$$

con ovvie posizioni, e' possibile valutare l'uscita dal mixer:

(7.191) $$e_d = x \cdot r = \frac{XR}{2}\{\operatorname{sen}[\theta_i(t)-\theta_o(t)] + \operatorname{sen}[2\omega_o t+\theta_i(t)+\theta_o t]\}$$

L'ultimo termine della (7.191) verra' filtrato pertanto si ha ancora una relazione del tutto analoga alla (7.189) (a meno della influenza di X), infatti $\phi = \theta_i(t) - \theta_o(t)$ (ric.

(7.186)).

In conclusione la caratteristica del discriminatore di fase potra' essere ritenuta la seguente

$$e_d(t) = K_d \, sen[\theta_i(t)-\theta_o(t)] \tag{7.192}$$

dove K_d indica la caratteristica del discriminatore di fase, che a meno di termini di guadagno (o perdite), coinciderà con R nella (7.189) e X•R/2 nella (7.190).

Per piccoli scostamenti nelle fasi e' possibile riscrivere la (7.192) nella

$$e_d(t) = K_d[\theta_i(t)-\theta_o(t)] \tag{7.193}$$

approssimando il seno con l'angolo.

b) Analisi lineare del PLL

Il "loop", di cui in fig.7.51, puo' essere allora ritenuto un "loop" lineare, nei limiti di validita' dell'approssimazione contenuta nella (7.193).

D'altro lato assumendo che il VCO, abbia una caratteristica di controllo lineare di pendenza K_o, allora la sua frequenza di oscillazione potra' essere messa in relazione alla tensione di controllo (v_c di fig.7.51):

$$\omega_v = \frac{d\theta_o}{dt} = K_o \, v_c \tag{7.194}$$

a meno del termine di oscillazione libera (v_c=0) gia' implicito in θ_o (v. (7.190)).

Allora la (7.194) con notazioni operazionali puo' essere riscritta:

$$\theta_o(p) = \frac{K_o V_c(p)}{p} \tag{7.195}$$

con ipotesi note; analogamente la (7.193) diviene

$$E_d(p) = K_d[\theta_i(p)-\theta_o(p)] \tag{7.196}$$

ed inoltre dalla fig.7.51:

$$V_c(p) = F(p) \, E_d(p) \tag{7.197}$$

Combinando le (7.195), (7.196) e (7.197) si ha la funzione di trasferimento a loop chiuso:

$$(7.198)\qquad \frac{\theta_o(p)}{\theta_i(p)} = \frac{K_o \cdot K_d \cdot F(p)}{p+K_o \cdot K_d \cdot F(p)}$$

e la funzione di trasferimento fra ingresso e segnale di errore (in angoli) $\theta_e(p)$

$$(7.199)\qquad \frac{\theta_i(p)-\theta_o(p)}{\theta_i(p)} = \frac{p}{p+K_o \cdot K_d \cdot F(p)} = \frac{\theta_e(p)}{\theta_i(p)}$$

c) Errori statici

Applicando il teorema del valore finale si ha per l'errore statico

$$(7.200)\qquad \lim_{t\to\infty} \theta_e(t) = \lim_{p\to 0} p \cdot \theta_e(p) = \lim_{p\to 0} \frac{p^2 \theta_i(p)}{p+K_o \cdot K_d \cdot F(p)}$$

che converra' specializzare per vari tipi di ingressi.
In particolare converra' pensare al:

gradino di fase

$$\theta_i(p) = \frac{\Delta\theta_i}{p} \rightarrow \lim_{t\to\infty} \theta_e(t) = \lim_{p\to 0} \frac{p\Delta\theta_i}{p+K_o \cdot K_s \cdot F(p)} = 0$$

gradino di frequenza

$$\theta_i(p) = \frac{\Delta\omega}{p^2} \rightarrow \lim_{t\to\infty} \theta_e(t) = \frac{\Delta\omega}{K_o \cdot K_d \cdot F(o)} = \frac{\Delta\omega}{k_v}$$

(ric. definizione di k_v nei sistemi di inseguimento in distanza)

rampa di frequenza

$$\theta_i(p) = \frac{\Delta a}{p^3} \rightarrow \lim_{t\to\infty} \theta_e(t) = \lim_{p\to 0} \frac{\Delta a}{p[p+K_o \cdot K_d \cdot F(p)]}$$

In quest'ultimo caso ne viene un errore a regime che dipende dalla caratteristica del filtro F(p), in particolare

se F(p) non ha poli nell´origine l´errore diviene infinito.

d) Transitori - Memoria

Si vuole ora valutare il transitorio del segnale di errore in quanto talvolta puo´ accadere che si e´ interessati all´andamento del segnale di errore solo per un tempo limitato dopo l´applicazione del segnale di ingresso. Converra´ allo scopo ricordare la definizione di errori dinamici, come gia´ posta nei sistemi di inseguimento in distanza.

Verranno analizzati due casi a secondo del tipo di filtro. Infatti o F(p) sara´ indipendente dalla frequenza e quindi potra´ ridursi ad un semplice guadagno, in particolare F(p)=1 (inglobando l´eventuale guadagno in K_o o K_d), oppure introdurra´ un polo nel loop di fig.7.51.

Nel primo caso "loop del 1° ordine" si ha

$$\theta_e(p) = \theta_i(p)\,\frac{p}{p+K_oK_d} \tag{7.201}$$

Allora i transitori sono riportati in tab.7.2.

Nel caso di un "loop del secondo ordine", la F(p) potra´ essere una rete a sella come schematicamente riportata in fig.7.53a) (con significato classico del simbolismo elettrico). Si ha allora:

$$F(p) = \frac{V_2(p)}{V_1(p)} = \frac{\omega_2}{\omega_1}\cdot\frac{p+\omega_1}{p+\omega_2} \tag{7.202}$$

Tab.7.2

	$\theta_i(p)$	$\theta_e(t)$
gradino di fase	$\Delta\theta/p$	$\Delta\theta\cdot e^{-K_oK_dt}$
gradino di frequenza	$\Delta\omega/p^2$	$\Delta\omega\cdot[1-e^{K_oK_dt}]/K_oK_d$
rampa di frequenza	$\Delta a/p^3$	$\Delta a[e^{-K_oK_dt}+K_oK_dt-1]/K_o^2K_d^2$

dove

$$\omega_1 = \frac{1}{C_2 R_2} \qquad \omega_2 = \frac{1}{C_2(R_1+R_2)}$$

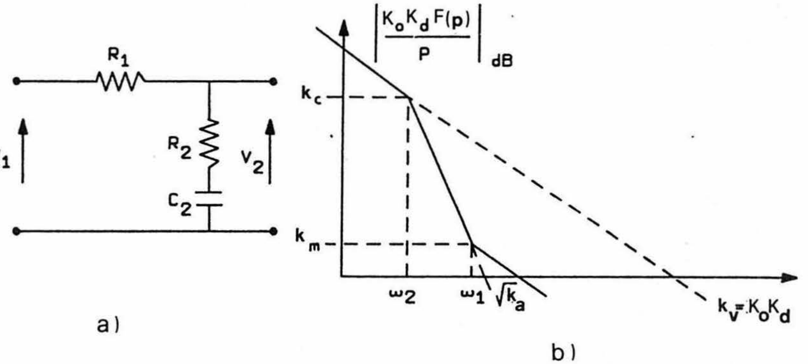


Fig.7.53a) - Schematizzazione di una possibile F(p) per un "loop" del 2° ordine
b) - diagramma di Boode del loop

Dalla funzione di trasferimento dell'errore (v. (7.199)) si ha:

$$(7.203)\ \theta_e(p) = \theta_i(p)\frac{p}{p+K_oK_d\,\frac{\omega_2}{\omega_1}\,\frac{p+\omega_1}{p+\omega_2}} = \frac{\theta_i(p)p(p+\omega_2)}{p^2+p[\omega_2+K_oK_d\,\frac{\omega_2}{\omega_1}]+K_oK_d\omega_2}$$

$$= \frac{\theta_i(p)\cdot p(p+\omega_2)}{p^2+2\zeta\omega_n p+\omega_n^2}$$

secondo convenzioni usuali (v. App.1). Il vantaggio di avere inserito nell'integratore uno zero deriva da questioni di stabilita' e dal fatto che in tal modo e' possibile fornire indipendentemente i parametri del "loop" come il guadagno alle basse frequenze, la larghezza di banda ed il fattore di smorzamento. Inoltre il "loop" presenta una maggiore memoria in caso di fading come verra' indicato nel seguito.

Dalle posizioni poste nella (7.203), nella ipotesi $k_v \gg \omega_1$, ed operando sul diagramma di fig.7.53b) si ha dopo semplici calcoli

$$(7.204)\qquad \zeta = \frac{\sqrt{K_o K_d \omega_2}}{2\omega_1} = \frac{\sqrt{k_v \omega_2}}{2\omega_1} = \frac{\sqrt{k_m}}{2}$$

$$\omega_n = \sqrt{k_a}$$

Allora le risposte transitorie dipendono da ζ ed in tab. 7.3 sono riportate le relative espressioni, mentre gli andamenti sono tracciati nelle figg.7.54, 7.55 e 7.56.

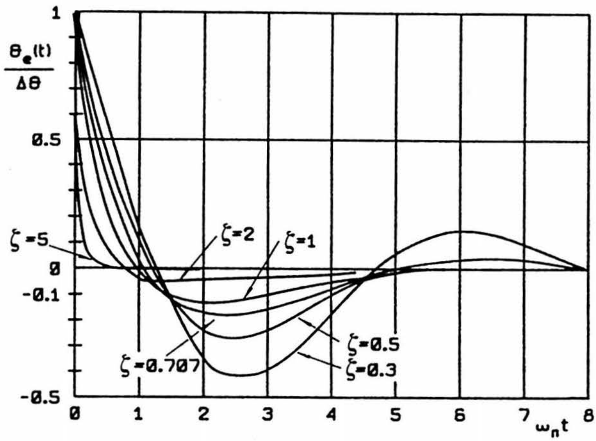


Fig.7.54 - Transitorio nell'errore di fase dovuto ad un gradino di fase $\Delta\theta$(rad.).

Puo' accadere che il segnale di ingresso venga a mancare (fading); in tal caso tutto avviene come se il loop fosse aperto (ric. sistemi di inseguimento in distanza) e fosse applicato un segnale a gradino pari all'errore θ_S, che si ha nell'istante di fading, avendo ipotizzato che si sia raggiunta una condizione di regime (si tratta quindi di errore statico).

In realta' bisognera' aggiungere a detto errore anche la somma degli sbilanciamenti δ riportati globalmente nel punto dove si considera l'errore θ_S.

In tali condizioni occorre conoscere la risposta al gradino di cui sopra, onde valutare se al ritorno del segnale il loop sia sbilanciato a tal punto che non sia piu' in

grado di richiudersi.

Il calcolo di tale risposta si effettua valutando la

$$\theta_e(p) = \frac{\delta+\theta_S}{p} \; \frac{K_d K_o F(p)}{p} \qquad (7.205)$$

dove

θ_S rappresenta l'errore statico
δ il contributo dovuto a tutti gli sbilanciamenti

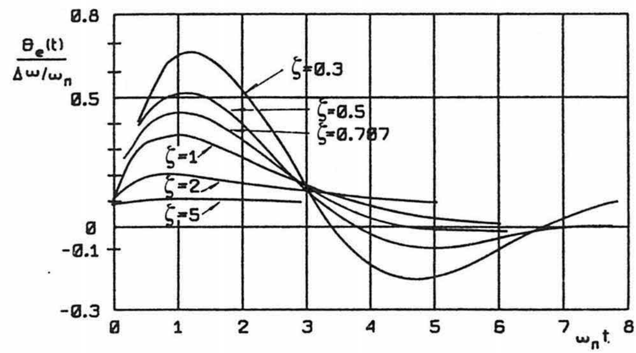


Fig.7.55 - Transitorio nell'errore di fase dovuto ad un gradino di frequenza $\Delta\omega$(rad/sec).

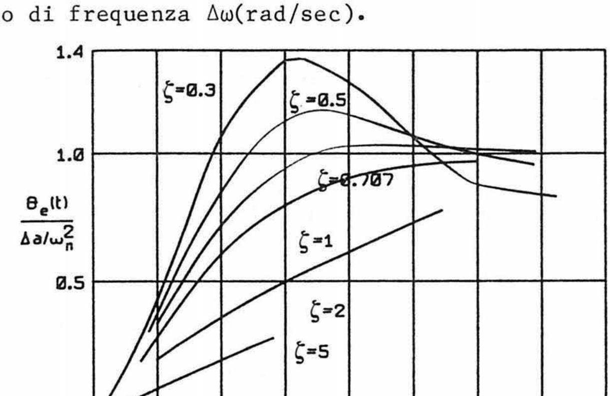


Fig.7.56 - Transitorio nell'errore di fase dovuto ad una rampa di frequenza Δa (rad/sec^2).

Tab. 7.3

$\theta_e(t)$ (rad) (ip. alto guadagno: $K_o K_d >> \omega_n$)

	Gradino di fase $\Delta\theta$(rad)	Gradino di freq. $\Delta\omega$(rad/s)	Rampa di freq. Δa(rad/s^2)
$\zeta<1$	$\Delta\theta(\cos\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \mathrm{sen}\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t)e^{-\zeta\omega_n t}$	$\frac{\Delta\omega}{\omega_n}(\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \mathrm{sen}\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t)e^{-\zeta\omega_n t}$	$\frac{\Delta a\, t}{k_v} + \frac{\Delta a}{\omega_n^2} - \frac{\Delta a}{\omega_n^2}(\cos\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \mathrm{sen}\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t)e^{-\zeta\omega_n t}$
$\zeta=1$	$\Delta\theta(1-\omega_n t)e^{-\omega_n t}$	$\frac{\Delta\omega}{\omega_n}(\omega_n t)e^{-\omega_n t}$	$\frac{\Delta a\, t}{k_v} + \frac{\Delta a}{\omega_n^2} - \frac{\Delta a}{\omega_n^2}(1+\omega_n t)e^{-\omega_n t}$
$\zeta>1$	$\Delta\theta(\cosh\sqrt{\zeta^2-1}\,\omega_n t - \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2-1}} \mathrm{senh}\sqrt{\zeta^2-1}\,\omega_n t)e^{-\zeta\omega_n t}$	$\frac{\Delta\omega}{\omega_n}(\frac{1}{\sqrt{\zeta^2-1}} \mathrm{senh}\sqrt{\zeta^2-1}\,\omega_n t)e^{-\zeta\omega_n t}$	$\frac{\Delta a\, t}{k_v} + \frac{\Delta a}{\omega_n^2} - \frac{\Delta a}{\omega_n^2}(\cosh\sqrt{\zeta^2-1}\cdot\omega_n t + \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2-1}} \mathrm{senh}\sqrt{\zeta^2-1}\,\omega_n t)e^{-\zeta\omega_n t}$
	Errore statico = 0	Errore statico = $\frac{\Delta\omega}{k_v}$	Errore statico $\rightarrow \frac{\Delta a\, t}{k_v} + \frac{\Delta a}{\omega_n^2}$

Antitrasformando la (7.205) per un "loop" del primo ordine si ha:

(7.206) $$\theta_e(t) = (\delta+\theta_S)\, k_v t$$

e per quello del secondo ordine

(7.207) $$\theta_e(t) = k_v(\delta+\theta_S)[t- \frac{\omega_1-\omega_2}{\omega_1\, \omega_2}(1-e^{-\omega_2 t})]$$

Confrontando la (7.207) con la (7.206) sara' possibile constatare facilmente come il loop del secondo ordine abbia un tempo di memoria nettamente superiore.

7.18. Definizione di lock-in, pull-in, hold-in

Converra' richiamare alcune definizioni usate nei "loop" di fase, per descrivere le varie fasi dell'aggancio.

Con lock-in si definisce la massima differenza fra la frequenza (o pulsazione) del segnale di ingresso e quella del VCO per la quale avviene l'aggancio (banda di aggancio), senza perdere cicli. Essa viene usualmente indicata con Δf_L (o $\Delta\omega_L$).

Peraltro puo' verificarsi che il "loop" si chiuda anche per valori di $\Delta f > \Delta f_L$, ma cio' avra' luogo in tempi usualmente molto lunghi. La massima differenza Δf, per cui

cio' si verifica, e' detta frequenza di pull-in e si indica con Δf_p (o$\Delta\omega_p$).

Una volta che e' avvenuto l'aggancio, la massima escursione di frequenza (o pulsazione) del segnale di ingresso, entro cui il loop non perde l'aggancio, viene indicata con il nome di hold-in Δf_H (o $\Delta\omega_H$).

A titolo di esempio si voglia calcolare l'hold-in in un loop del primo ordine.

La (7.192) puo' essere riscritta:

$$e_d = K_d \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_o)$$

dallo schema di fig.7.51 [F(p)=1] si ha (v. (7.194)) per la frequenza di r(t):

$$\omega_r = \omega_o + \omega_v = \omega_o + K_o \cdot K_d \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_o) \tag{7.208}$$

e siccome la frequenza di ingresso si identifica con la (7.208) ad aggancio avvenuto, essendo al massimo sen(.)=1, allora

$$|\Delta\omega_H| = |\omega_v| = K_o \cdot K_d \tag{7.209}$$

7.19. Problemi di sensibilita' in un PLL

Riprendendo le considerazioni dei paragrafi che precedono si abbiano segnali di ingresso e di reazione al PLL come definiti dalle (7.190) (fig.7.51) e si faccia l'ipotesi che il P.D. sia un mixer (seguito da un filtro per eliminare i termini a frequenza doppia). Allora si ha (v. (7.191) e (7.192)):

$$e_d = \frac{XR}{2} \operatorname{sen}\phi \simeq \frac{XR}{2} [\theta_i - \theta_o] \tag{7.210}$$

Se l'ingresso e' costituito da un segnale piu' un rumore a banda stretta allora

$$x = X\operatorname{sen}[\omega_o t + \theta_i] + n(t) = X\operatorname{sen}[\omega_o t + \theta_i] + x_n \cos\omega_o t - y_n \operatorname{sen}\omega_o t \tag{7.211}$$

avendo indicato x(t) e y(t) di (1.23) con x_n e y_n ed e' possibile dimostrare che l'uscita del mixer (in bassa frequenza) diviene per il solo contributo del rumore (v. (7.191)):

(7.212) $$e_{dn} = \frac{R}{2}\,[x_n \cos\theta_o - y_n \,\text{sen}\theta_o]$$

Per semplificare l'analisi converra' supporre ora che θ_o (v. (7.190)) sia indipendente da n(t). Questa approssimazione e' ragionevole qualora θ_o vari lentamente relativamente al rumore di ingresso. Tali condizioni si ottengono se l'errore di fase dovuto al rumore e' piccolo e la banda del loop di PLL e' piccola relativamente alla banda del rumore di ingresso. Questa ipotesi di indipendenza non sara' per certo vera in senso assoluto, ma consentira' di raggiungere conclusioni significative. Sotto una tale ipotesi, quindi (essendo x_n ed y_n anche indipendenti):

(7.213) $$\overline{e^2_{dn}} = \overline{\frac{R^2}{4}\{x_n^2 \cos^2\theta_o + y_n^2 \,\text{sen}^2\theta_o - 2x_n y_n \,\text{sen}\,\theta_o \cos\theta_o\}} =$$

$$= \frac{R^2}{4}\{\overline{x_n^2}\,\overline{\cos^2\theta_o} + \overline{y_n^2}\,\overline{\text{sen}^2\theta_o}\} = \frac{R^2}{4}\sigma^2\,\overline{\{\text{sen}^2\theta_o + \cos^2\theta_o\}} = \frac{R^2}{4}\sigma^2$$

essendo (v. (1.27) e (1.31))

$$\sigma^2 = \overline{x_n^2} = \overline{y_n^2}$$

Allora converra' determinare il rumore di fase che si dovrebbe avere in ingresso al PLL per avere in uscita dal PD lo stesso rumore valutato dalla (7.213).

Dalla (7.210) si ha che tale rumore dovrebbe essere

(7.214) $$\overline{e_d^2} = \left(\frac{XR}{2}\right)^2 \overline{\theta_{in}^2} = \frac{R^2}{4}\sigma^2 \rightarrow \overline{\theta_{in}^2} = \frac{\sigma^2}{X^2} = \frac{P_N}{2P_s}\ (\text{rad})^2$$

dove P_s e' la potenza del segnale di ingresso e P_N e' la potenza (σ^2) del rumore di ingresso.

Se il PLL e' preceduto da un filtro di larghezza di banda B_i ed il rumore in ingresso a detto filtro ha densita' spettrale η, vale la:

(7.215) $$\sigma^2 = \eta B_i = P_N$$

Allora dalla (7.214) la densita' spettrale (monolatera) del rumore di fase riportato in ingresso:

$$(7.216) \qquad \eta_\phi = \frac{\overline{\theta_{in}^2}}{B_i/2} = \frac{2\eta}{X^2} = \frac{\eta}{P_s} \quad (\text{rad})^2/\text{Hz}$$

Ora attraverso il PLL il rumore di fase viene filtrato, operando tutto il loop come una funzione di trasferimento usuale:

$$(7.217) \qquad \overline{\theta_{on}^2} = \int_o^{B_i/2} \eta_\phi |H(j\omega)|^2 df \simeq \eta_\phi \int_o^{B_i/2} |H(j\omega)|^2 df = \eta_\phi B_L$$

avendo definito <u>banda di rumore</u> (monolatera) la

$$(7.218) \qquad B_L = \int_o^\infty |H(j\omega)|^2 df$$

In particolare per un loop del <u>secondo ordine</u> e´ possibile dimostrare valga la:

$$(7.219) \qquad B_L = \frac{\omega_n}{2}(\zeta + \frac{1}{4\zeta})\text{Hz}$$

che ha un minimo per $\zeta=0.5$ ($B_L=\omega_n/2$).

Per $\zeta=0.707$ (valore comunemente adottato) $B_L=\omega_n \cdot 0.53$.

Dalle (7.214), (7.216) e (7.217) si ha allora:

$$(7.220) \qquad \overline{\theta_{on}^2} = \eta_\phi B_L = 2 \frac{\overline{\theta_{in}^2}}{B_i} B_L = \frac{P_N}{P_s} \frac{B_L}{B_i} = \frac{\eta B_L}{P_s}$$

Allora detto s_i il rapporto segnale-rumore nella banda di ingresso (v. (7.214)):

$$(7.221) \qquad s_i = \frac{P_s}{P_N} = \frac{1}{2\overline{\theta_{in}^2}}$$

converra´ definire una analoga relazione per l´equivalente rapporto che si dovrebbe avere per ottenere un rumore di fase $\overline{\theta_{on}^2}$:

$$(7.222) \qquad s_L = \frac{1}{2\overline{\theta_{on}^2}}$$

Legando le (7.222) e (7.221) tramite le (7.214) e (7.220) si ha un fattore di miglioramento in sensibilita' del PLL:

$$(7.223) \qquad \frac{s_L}{s_i} = \frac{B_i}{2B_L} \quad \rightarrow \quad s_L = \frac{s_i B_i}{2B_L} = \frac{P_s}{2\eta B_L}$$

Naturalmente quanto sopra esposto ha valore solo nel caso che il rumore di fase sia sufficientemente basso, da poter ritenersi valida l'ipotesi di linearita' (v. (7.210)).

7.20. Confronto fra un PLL ed un AFC

Qualora si debba sintonizzare l'oscillatore locale di un ricevitore supereterodina in modo da portare il segnale ricevuto sulla frequenza su cui e' accordato l'amplificatore della frequenza intermedia e non interessi in particolare una coerenza di fase, allora e' possibile utilizzare o un "loop" di fase "PLL" o anche di frequenza "AFC".

La differenza sostanziale fra i due sistemi risiede nel fatto che il discriminatore di fase e' sostituito con il discriminatore di frequenza (F.D.) (v. fig.7.57).

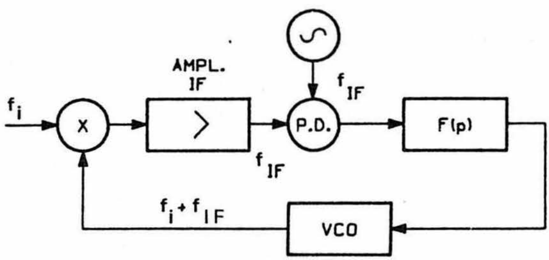
Le differenze sono riportate in App.2 (in due casi tipici), dove sono anche ridisegnati gli schemi a blocchi semplificati, eliminando i mixer di passaggio alla frequenza intermedia (IF), che sono inessenziali ai fini delle valutazioni globali. Dall'esame comparativo appare evidente che mentre il sistema con PLL consente un aggancio perfetto in frequenza, dovendo essere realizzato l'aggancio in fase, con l'AFC il VCO oscillera' ancora alla frequenza spostata rispetto alla f_i della f_{IF}, che e' contenuta come riferimento nel F.D.; peraltro nell'AFC non si ha aggancio perfetto in frequenza, in qaunto l'errore residuo del loop e' di frequenza e non di fase.

Appare d'altro canto chiaro che con l'AFC e' piu' facile l'aggancio ossia e' piu' alto il lock-in; questa caratteristica al limite puo' essere sfruttata nel senso di realizzare un primo aggancio in frequenza ed un secondo in fase inserendo un loop di PLL in un AFC cosi' da sfruttare i vantaggi di tutti e due i sistemi.

D'altro lato da una attenta analisi dei dati in App.2 e' possibile osservare che nel loop di "phase-lock" la banda di aggancio (o lock-in) e' legata alla banda del loop, per cui se si deve avere una elevata banda di aggancio e' neces-

saria una ricerca, oppure e´ necessario allargare la banda del loop a scapito della sensibilita´.

Nell´AFC invece le bande sono slegate e la banda del loop interviene solo nel tempo di aggancio, mentre il lock-in e´ legato alla caratteristica del discriminatore di frequenza (F.D.).



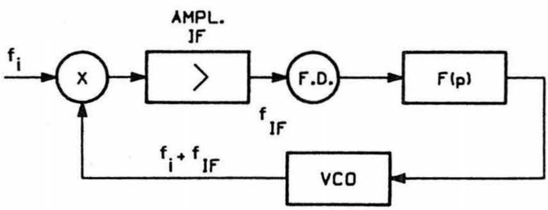


Fig.7.57 - Ricevitore supereterodina
a) PLL
b) AFC

APPENDICE 1

Considerazioni sulla scelta del guadagno k_m

La scelta del guadagno k_m (a loop aperto) (v. fig.7.27) e' determinata essenzialmente dal margine di fase che si ritiene necessario per la stabilita' del sistema anche a fronte di variazioni nel tempo che potrebbero verificarsi nei parametri dei vari blocchi del "loop"; il valore di tale margine determina altresi' il valore della sovraelongazione che si ha al transitorio in uscita del sistema ad esempio con una sollecitazione a gradino dell'ingresso.

Sono acclusi quindi alcuni grafici che permettono di risalire dalle caratteristiche del "loop" aperto alle prestazioni del sistema a "loop" chiuso.

Supponendo in un caso tipico di volere una sovraelongazione del 10% massimo, le figg.A.1 e A.3 danno un valore del fattore di smorzamento ζ di almeno 0,6; per ottenere un tale smorzamento la fig.A.7 da' come necessario un margine di fase di almeno 70°. D'altra parte la funzione di trasferimento a loop aperto ha un polo in ω_o e un polo in ω_1 quindi, scendendo lungo il tratto a 40 dB/dec e supponendo ω_1 sufficientemente basso, il margine di fase e' praticamente nullo (sfasamento -180°): dal grafico di fig.A.4a si vede che per recuperare 70° occorre che il tratto oltre il punto di rottura dello zero si prolunghi per almeno 12 dB che e' appunto un valore consigliabile per k_m (k_m=4).

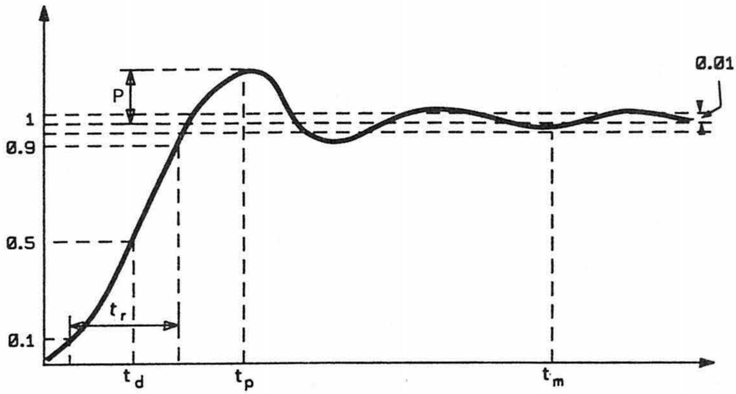


Fig.A.1 - Risposta di un sistema reazionato al gradino unitario.

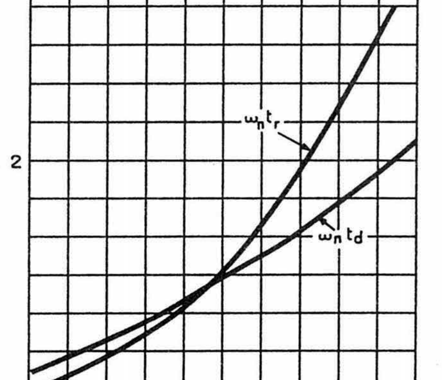


Fig.A.2 - Tempo di ritardo e tempo di salita in funzione di ζ e ω_n.

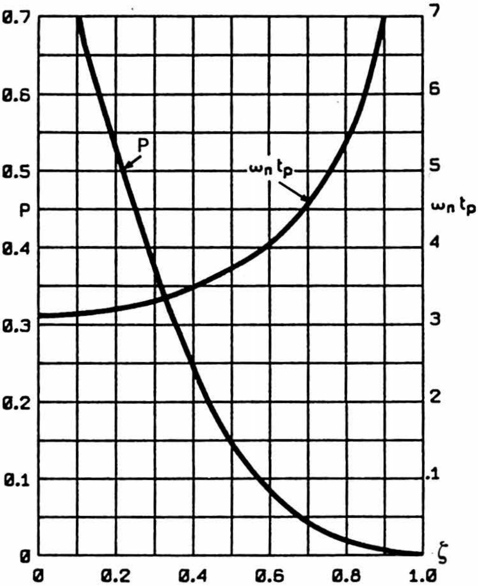
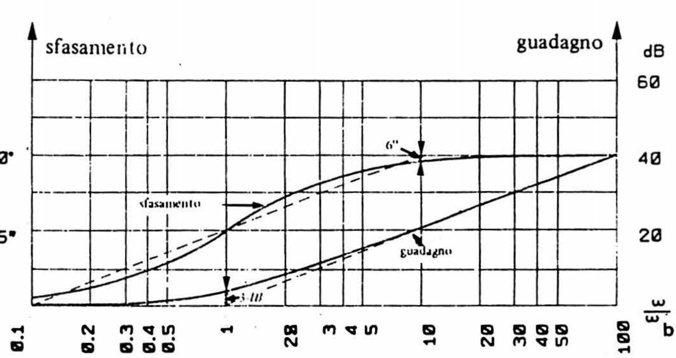


Fig.A.3 - Tempo di picco e picco relativo in funzione di e ω_n.



a)

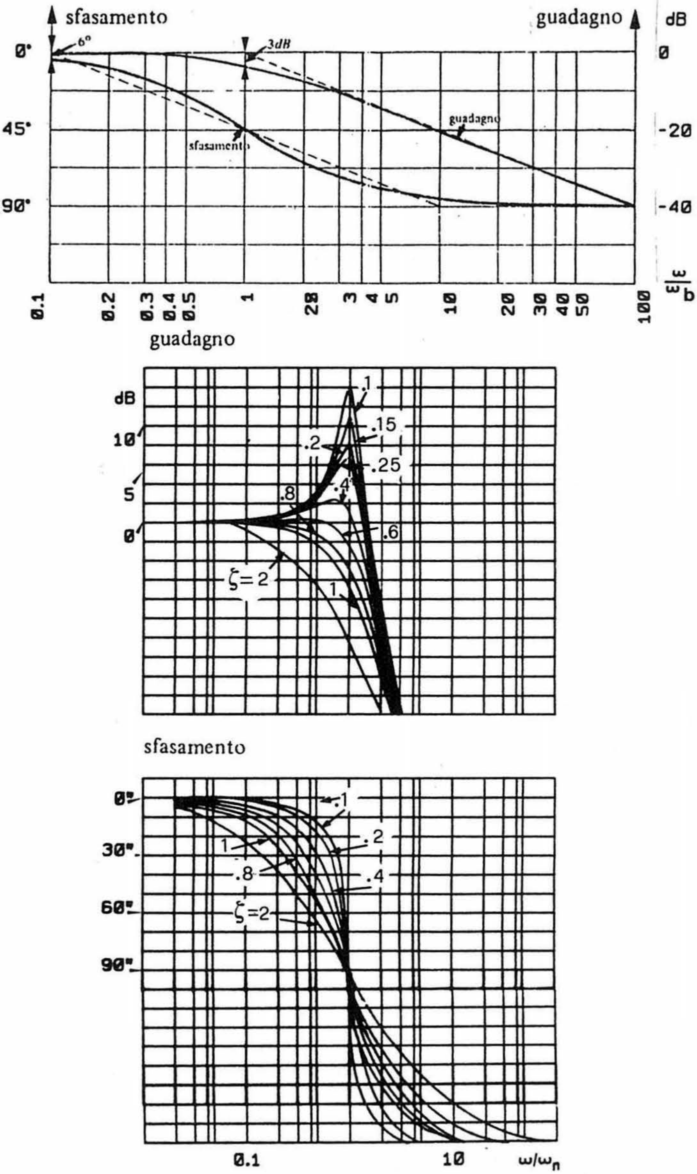


Fig.A.4 - Diagramma di Bode relativo a

a) zero reale $(1 + p/\omega_b)$

b) polo reale $(1/(1+p/\omega_b))$

c) poli (e zeri) complessi coniugati

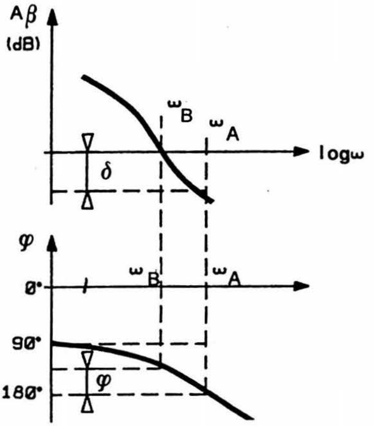


Fig.A.5 - Interpretazione del margine di guadagno del diagramma di Bode.

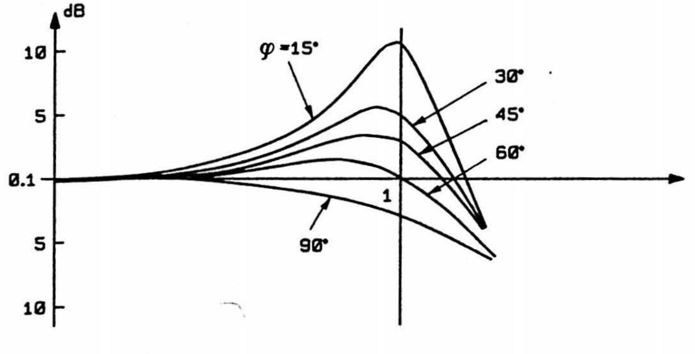


Fig.A.6 - Entita' del picco nella risposta ad anello ("loop") chiuso al variare del margine di fase.

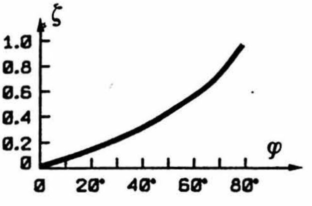
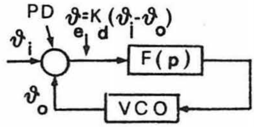
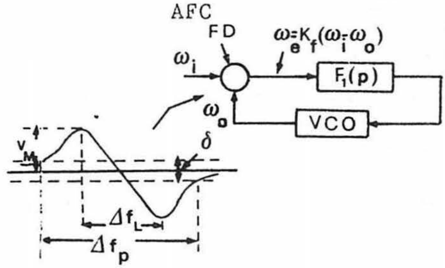


Fig.A.7 - Fattore di smorzamento in funzione del margine di fase.

Relazioni fondamentali per PLL e AFC

PLL	AFC
	
$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{K_d K_o F(p)}{p+K_d K_o F(p)} = H(p)$$	$$\frac{\omega_o}{\omega_i} = \frac{K_f K_o F_1(p)}{1+K_f K_o F_1(p)} = H_1(p)$$
$$\frac{\theta_e}{\theta_i} = \frac{p}{p+K_d K_o F(p)}$$	$$\frac{\omega_e}{\omega_i} = \frac{1}{1+K_f K_o F_1(p)}$$

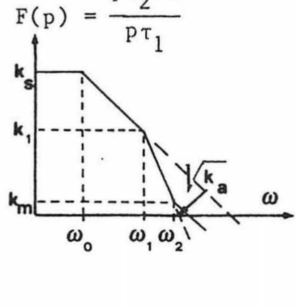
<u>errore a regime per un gradino di frequenza</u> $\theta_i = \frac{\Delta\omega_i}{p^2}$

$$\lim_{t\to\infty} \theta_e(t) = \frac{\Delta\omega}{K_d K_o F(o)} = \frac{\Delta\omega}{k_v}$$

$$\lim_{t\to\infty} f_e(t) = \frac{\Delta f_i}{1+K_f K_o F_1(o)} = \frac{\Delta f_i}{k_s}$$

$$F(p) = \frac{p\tau_2+1}{p\tau_1}$$

$$F_1(p) = A\,\frac{(p+\omega_2)}{(p+\omega_o)(p+\omega_1)}$$



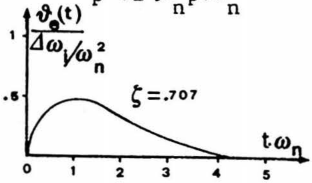
$$k_m\omega_2^2 = k_a = k_1\omega_1^2 = k_v\omega_1$$

PLL	AFC

<u>valutazione transitorio</u>

PLL

$$H(p) = \frac{2\zeta\omega_n p + \omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2}$$



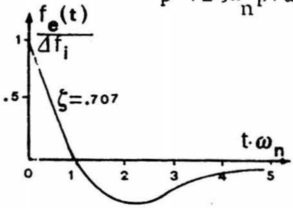
dove

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_o K_d}{\tau_1}}$$

$$\zeta = \frac{\tau_2}{2}\omega_n$$

AFC

$$H_1(p) = \frac{p^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2}$$



$$\omega_1, \omega_2 \to 0$$

$$\omega_n \simeq \sqrt{k_a} \simeq \sqrt{K_o K_f A \omega_2}$$

$$\zeta = \frac{1}{2}\,\frac{k_a}{\omega_1 \omega_2} = \frac{\sqrt{k_a}}{2\omega_2}$$

<u>Acquisizione</u>

lock-in $\Delta f_L \simeq \frac{\zeta\omega_n}{\pi} = \frac{K_o K_d \tau_2}{2\pi\tau_1}$ | Δf_L

tempo di lock-in

$t_L \simeq \frac{1}{\omega_n}$ sec | $t_L \simeq \frac{1}{\omega_n}$ sec

pull-in (acquisizione in regime non lineare)

$\Delta f_p \simeq 2\sqrt{\zeta\omega_n k_v}$ | Δf_p

	PLL	AFC
tempo di pull-in	$t_p \simeq \dfrac{2\pi^2(\Delta f)^2}{\zeta\omega_n^3}$	$t_p \simeq \dfrac{1}{\omega_n}\,\dfrac{V_M}{\delta}\,\dfrac{\Delta f_p}{\Delta f}$
hold-in	$\Delta f_H = \pm\dfrac{k_v}{2\pi}$	$\Delta f_H \simeq k_s \cdot \Delta f_L$
Memoria	$\dfrac{m(t_m)}{\delta} = \{\sqrt{k_m k_a} + k_a t_m\}$	$\dfrac{m(t_m)}{\delta} = \{\sqrt{k_m k_a}\, t_m + \dfrac{1}{2} k_a t_m^2\}$

t_m = tempo di memoria

δ = rappresenta la totalita' dei residui e sbilanciamenti (dovuti a offset e drift) riportati in ingresso dai discriminatori.

Converra' osservare che per il calcolo del tempo di memoria dell'AFC aprendo il loop dopo il discriminatore F.D. e considerando il termine δ [drift e offset (in frequenza)] si ha:

$$\frac{\delta}{p} K_o K_f \frac{A(p+\omega_2)}{p^2} = \omega_o(p)$$

da cui antitrasformando e ponendo $t = t_m$, $\omega_o(t_m)=m(t_m)$ (scostamento in frequenza dell'oscillatore) si ha:

$$\frac{m(t_m)}{\delta} = \delta\left[\frac{k_a}{\omega_2} t_m + \frac{k_a}{2} t_m^2\right] = \delta\left[\sqrt{k_a k_m}\, t_m + \frac{k_a}{2} t_m^2\right]$$

Analogamente per il loop di fase, ponendo δ il termine di drift e offset all'uscita del discriminatore di fase, si ha:

$$\frac{\delta}{p} K_d \frac{p\tau_2+1}{p\tau_1} K_o = \delta K_d K_o \frac{\tau_2}{\tau_1}\left[\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2\tau_2}\right] = \omega_o(p)$$

e quindi antitrasformando si ha

$$\frac{m(t_m)}{\delta} = K_d K_o \frac{\tau_2}{\tau_1} [1 + \frac{t_m}{\tau_2}] = 2\,\zeta\omega_n [1 + \frac{t_m}{\tau_2}] =$$

$$= \frac{k_a}{\omega_2}[1 + \frac{t_m}{\tau_2}] = [\sqrt{k_m k_a} + k_a t_m]$$

Bibliografia

[1] FIELD: "The design of automatic gain control systems for auto-tracking radar receiver", Proc. IEE, Ott.57.

[2] POVEJSIL-RAVEN WATERMAN: Airborne Radar-D. Van Nostrand Company, Inc. 1961.

[3] SKOLNIK: "Introduction to Radar System", Mc Graw Hill, 1980.

[4] G.PICARDI: "Sullo studio di sistemi di inseguimento automatico analogico-digitali e sulla loro realizzazione allo stato solido", Conv. Elettronica (EUR - ROMA), giugno 1966.

[5] M.SCHWARTZ: "Information Transmission Modulation and Noise", Mc Graw Hill, 1959.

[6] HARMAN: "Principles of the statistical theory of communication", Mc Graw Hill, 1963.

[7] SAVANT: "Control system design", Mc Graw Hill, 1964.

[8] RICE: "Mathematical analysis of random noise, Bell System Techinical Journal, Vol.23-24, Selected Paper on noise and stochastic processes, Dover Publications, N.Y. 54.

[9] BARTON: "Radar systems analysis", Prentice Hall, 1964.

[10] GALATI: "L´inseguimento in distanza dei radar di tiro: analisi e valutazionie della precisione ottenibile", Riv. Tecn. Selenia, n.2, 1975.

[11] SKOLNIK: "Radar Handbook", Mc Graw Hill, 1970.

[12] L.THOUREL: "Initiation aux techniques modernes des radars", Cepadues Editions, 1982.

[13] G.PICARDI, G.SPINA: "The ruperrisolution applications in tracking radar", Int. Conf. Washington, 1985.

[14] G.PICARDI, R.SEU: "Direct MLE approach to solve multipath problems in tracking radar", EUSIPCO, 1986.

[15] G.PICARDI, R.SEU: "Maximum likelihood estimator to solve tracking radar multipath problems", Int. Conf. on Radar CIE, Nanijing, 1986, pp.865-870.

[16] F.M.NYFFELLER, A.LAUPER, R.BACHTIGER: "Application of SAW filters for combined filtering multiplexing in

Radar IF signal processing", Journee d'electronique, 1981, Losanna, pp.169-181.

[17] F.M.GARDNER: "Phase lock technique", J.Wiley & S., 1966.

[18] A.J.VITERBI: "Princples of coherent communication", Mc Graw Hill, 1966.

[19] A.MASDEA, G.QUAGLIARELLO: "Risposta transitoria nei loop di phase lock in assenza di rumore", Riv. Tecn. Selenia, Vol.3, n.3, 1975.

[20] G.RAISBECK: "Information theory", M.I.T. Press Cambridge, Mass. 1963.

[21] J.GRUCH: "Theory of AFC Synchronization", P. IRE, agosto 1953.

[22] B.PERONI: "Comunicazioni Elettriche", Ed. Siderea, 1973.

8. IL RADAR AD APERTURA SINTETICA (SAR)

8.1. Introduzione

Il radar ad apertura sintetica (SAR) e' un sensore di tipo attivo a microonde che puo' essere utilizzato nella osservazione del suolo terrestre da un veivolo che puo' essere un aereo, uno space shuttle o un satellite.

Relativamente ad un radar convenzionale ha la rilevante proprieta' di avere una alta risoluzione oltre che in distanza (che puo' essere propria di ogni radar a compressione di impulso), anche in angolo, al di la' di quella consentita dalle dimensioni dell'antenna.

Questa proprieta', come verra' dettagliato nel seguito, e' dovuta alla particolare tecnica di elaborazione coerente dei singoli ritorni dai singoli elementi del terreno osservati che, per il movimento del veicolo, compaiono nel tempo sotto angolazioni diverse fornendo tutta una evoluzione doppler che va sotto il nome di "storia doppler".

La elaborazione puo' essere realizzata a bordo ma spesso, specie nelle applicazioni spaziali, cui particolare attenzione sara' posta nel seguito, viene eseguita a terra, per la rilevante quantita' di dati e di elaborazioni necessarie.

Il SAR puo' essere considerato un particolare radar di immagine e viene impiegato usualmente:

- nella raccolta dei dati di tipo geologico, geofisico e geomorfologico;
- nella sorveglianza dello spazio;
- nella navigazione aerea;
- nella guida missilistica.

La caratteristica principale di un SAR e' quella di fornire una immagine del terreno di rilevanti dimensioni con una notevole qualita' (tipo fotografica) in ogni tempo, di notte e di giorno; a differenza dei sensori ottici, il SAR ha la proprieta' di osservare oggetti attraverso le nuvole e anche se parzialmente attraverso le precipitazioni. Il SAR ha anche la proprieta' di osservare sotto la superficie terrestre anche se limitatamente a piccoli spessori.

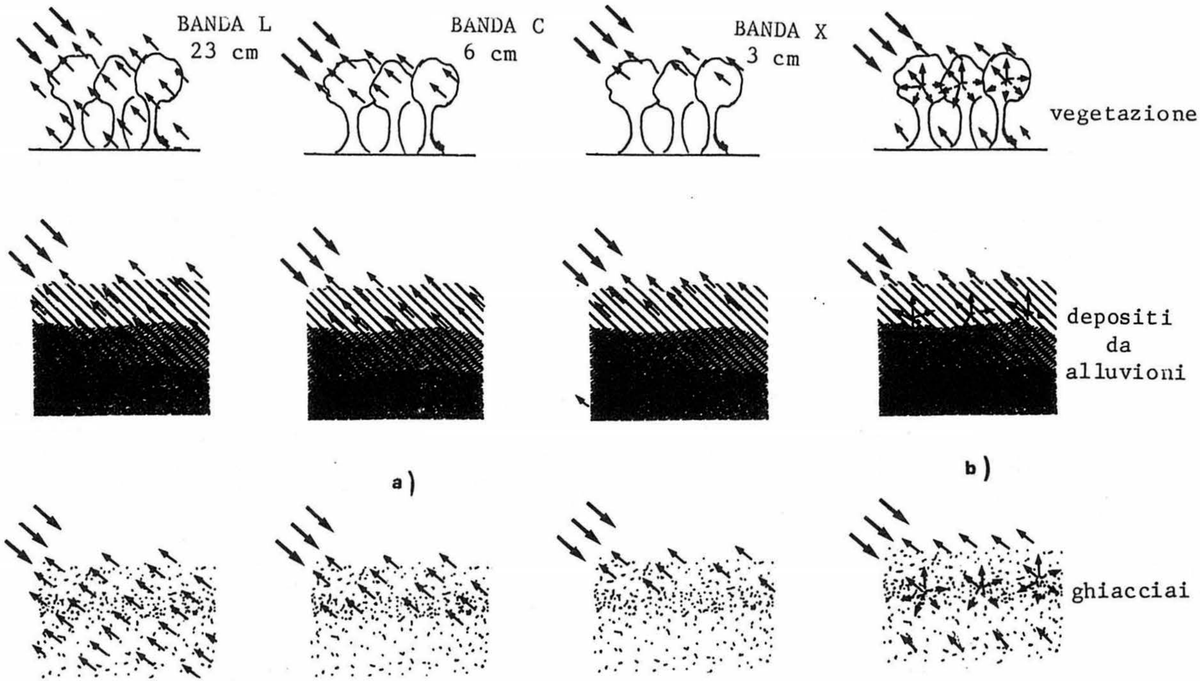


Fig.8.1 - Schematizzazione della risposta radar
a) multispettrale
b) multipolarizzata
——————————— ritorni in polarizzazione
----------------- cross-polarizzati

La fig.8.1a) da [2] mostra qualitativamente la capacita' di penetrazione delle onde elettromagnetiche a varie frequenze ed inoltre la fig.8.1b) la risposta radar multipolarizzata.

Pertanto e' possibile intuire facilmente che una elaborazione multispettrale e con ricevitori adattati a diverse polarizzazioni consente una estrazione di informazioni che possono essere estremamente importanti.

Naturalmente rispetto ad un sistema ottico il SAR e' molto costoso ed essendo attivo puo' essere individuato nello spazio e quindi puo' essere disturbato.

Converra' ritenere come elemento base il requisito di risoluzione che e' naturalmente funzione della particolare applicazione ed e' usualmente identico in distanza ed azimut; una possibile sua classificazione e' riportata in tab.8.1.

Tab.8.1

	Ris.
Coste, citta', montagne	<100 m
Strade, piste di atterraggio...	< 20 m
Struttura delle citta', costruzioni...	< 10 m
Veicoli, forme delle costruzioni	< 3 m
Classificazioni aerei, veicoli	< 1 m

8.2. Principio di funzionamento

Si consideri la geometria di fig.8.2, dove sono definite le varie grandezze in gioco. Ci si limitera' nel seguito ad osservare il terreno in direzione ortogonale alla traiettoria del mobile (ipotizzata rettilinea e parallela al terreno); detta configurazione per certi aspetti puo' ritenersi ottima, in quanto e' massima l'entita' della variazione della frequenza doppler, come verra' dettagliato nel seguito.

Al fine di sviluppare l'algoritmo di elaborazione, converra' considerare un piano obliquo che comprenda la traiettoria del veicolo ed il particolare punto di esame dello "swath" (per semplicita' verra' ipotizzato il suo punto cen-

trale) e quindi anche la sua evoluzione, relativamente al veicolo stesso. Ne nasce pertanto la situazione individuata in fig.8.3, dove con P si e' inteso rappresentare il particolare punto preso in esame.

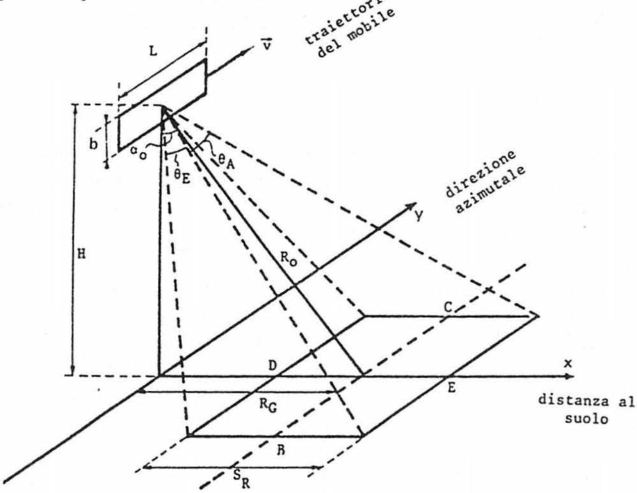


Fig.8.2 - Schematizzazione della geometria del SAR:

α_o	angolo di off-nadir
$\theta_A \simeq \lambda/L$	apertura del fascio d'antenna in azimut
$\theta_E \simeq \lambda/b$	apertura del fascio d'antenna in elevazione
R_G	distanza al suolo del punto centrale dello swath

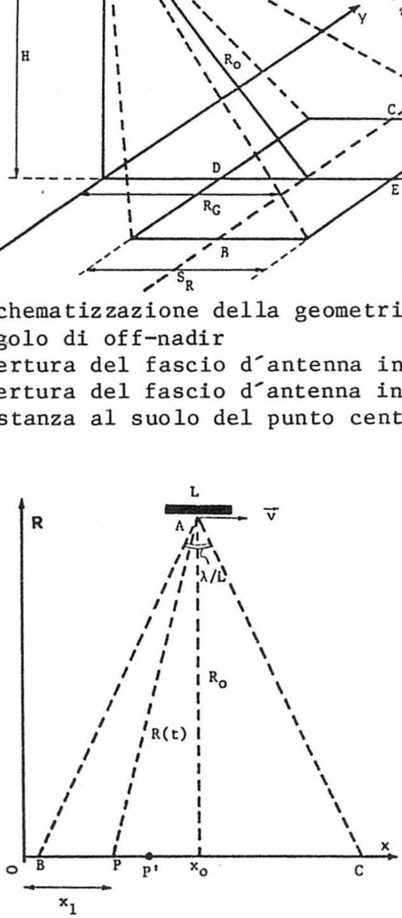


Fig.8.3 - Geometria SAR bidimensionale.

Naturalmente qualora non si operasse convenientemente al fine di individuare la particolare posizione di P (osservandone come detto la "storia doppler"), la risoluzione azimutale sarebbe determinata dal segmento BC e quindi e' possibile definire risoluzione azimutale per un radar convenzionale

(8.1) $$R_{AZ} = \frac{\lambda}{L} R_o$$

Pertanto la risoluzione azimutale nel caso di elaborazione convenzionale puo' migliorare o aumentando le dimensioni dell'antenna "L" o la frequenza di trasmissione ($f_T = c/\lambda$); si noti la dipendenza di R_{AZ} dalla distanza di osservazione R_o.

Osservando d'altro canto il moto relativo di P rispetto al punto A di fig.8.3, e' possibile notare come la proiezione (v_r) della velocita' v nella direzione AP vari, in funzione della posizione di P nell'ambito della zona di terreno (BC) individuato dal fascio d'antenna. In particolare detta proiezione (che poi da' luogo alla frequenza doppler: $f_d = 2v_r/\lambda$) assume un valore nullo quando P viene a trovarsi in x_o (al traverso) e diviene massima (positiva e negativa rispettivamente) se P si trova in B o C; in particolare dalla geometria di fig.8.3 si ha facilmente, nella ipotesi $\text{sen}\,\frac{\lambda}{2L} \simeq \frac{\lambda}{2L}$:

(8.2) $$v_{rB} = v\,\frac{\lambda}{2L} \quad ; \quad v_{rC} = -\,v\,\frac{\lambda}{2L}$$

In funzione del tempo tutte le velocita' intermedie fra i valori estremi determinati dalla (8.2) vengono ad essere (linearmente) interessate. In altre parole, nei limiti di approssimazioni valutate in App.1, la doppler relativa decresce nel tempo, come schematizzato (con tratto continuo) in fig.8.4; si e' quindi in presenza di un segnale linearmente modulato in frequenza di larghezza di banda

(8.3) $$B_A = \frac{2}{\lambda} \cdot v\,\frac{\lambda}{L} = \frac{2v}{L}$$

e di durata (valutabile immediatamente dalla geometria di fig.8.3):

(8.4) $$T_A = \frac{\lambda}{L}\,\frac{R_o}{v}$$

Ricordando procedure ben note di compressione dei segnali "LFM" ("chirp") si e' in presenza di una forma d'onda caratterizzata da un rapporto di compressione:

$$(8.5) \qquad T_A \cdot B_A = \frac{2\lambda R_o}{L^2}$$

e da una

a) <u>Risoluzione azimutale</u> riportata in spazio

$$(8.6) \qquad R_{AZs} = \frac{v}{B_A} = \frac{L}{2}$$

In altri termini e' possibile riconoscere due echi (P e P') sulla stessa ascissa x di fig.8.3 se posti tra loro a distanza maggiore o uguale a L/2 (anche se appartenenti allo stesso settore determinato dalla apertura λ/L e quindi a distanza relativa inferiore a BC); infatti detti echi sono distinguibili per avere due andamenti doppler paralleli come schematizzato in fig.8.4. Naturalmente l'intensita' relativa dei due echi (e quindi l'effetto della risoluzione) e' ottenibile tramite una operazione di compressione (eventualmente realizzabile con la tecnica di "dechirping" che verra' descritta nel seguito), come sinteticamente schematizzato in basso alla stessa fig.8.4.

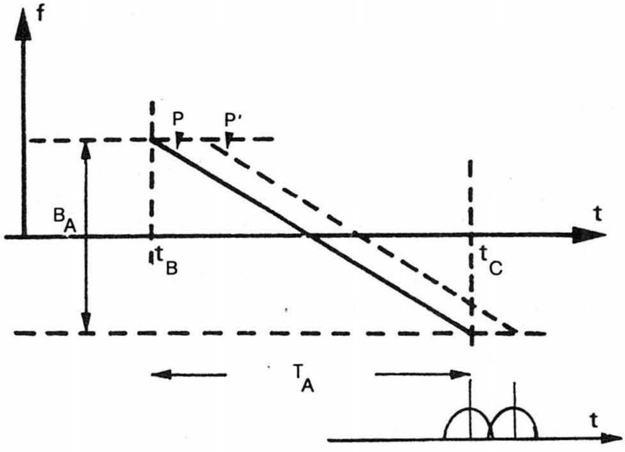


Fig.8.4 - Storia doppler del punto P di cui in fig.8.3.

Un diverso modo di arrivare alla (8.6) e' quello di considerare l'antenna come costituita da un insieme di elementi ("array"); infatti al concetto di antenna posta su un

supporto mobile puo' associarsi il concetto di un insieme di antenne dislocate su una retta che vengono alimentate progressivamente: si parla quindi di "antenne sintetiche".

Qualora tutti gli array di cui sopra vengano alimentati contemporaneamente si parla di antenna ad array "reale". Qualora una tale antenna (di lunghezza L_a) viene investita da un fronte d'onda piano, i singoli elementi saranno interessati da segnali le cui fasi relative dipenderanno dall'angolo θ .

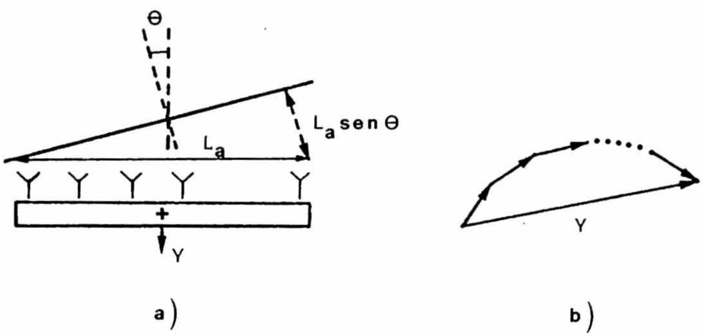


Fig.8.5 - Schematizzazione
a) di un "array" reale
b) della composizione vettoriale

Per θ nullo, i singoli segnali sono equifase ed i vari contributi si addizionano costruttivamente nel ricevitore (si supponga assenza di "pesatura" in fase ed ampiezza per i vari elementi).

Per $\theta \neq 0$ le cose cambiano e lo sfasamento massimo fra il primo e l'ultimo elemento diviene:

$$(8.7) \qquad 2\pi \frac{L_a \operatorname{sen}\theta}{\lambda}$$

Qualora la (8.7) eguagli il valore 2π allora si e' nel primo "nullo" (i vari contributi dei vari elementi si annullano complessivamente):

$$(8.8) \qquad 2\pi \frac{L_a \operatorname{sen}\theta_n}{\lambda} = 2\pi \longrightarrow \operatorname{sen}\theta_n = \frac{\lambda}{L_a} \simeq \theta_n$$

dove l'ultima relazione ha valore in quanto gli angoli di apertura interessati sono usualmente molto piccoli.

Peraltro al variare di θ la risposta diviene del tipo senx/x, come e' facile dimostrare: in altre parole λ/L_a diviene la distanza angolare del "pattern d'antenna" tra il picco ed il primo nullo o anche la larghezza di banda a -4 dB. Naturalmente considerando andata e ritorno il guadagno di antenna andra' secondo $(senx/x)^2$.

Le cose cambiano considerando un'antenna sintetica: in ogni posizione nello spazio l'antenna in moto (con determinata larghezza del fascio: λ/L) puo' essere considerata un elemento dell'array sintetico che trasmette e solo lei riceve il corrispondente segnale.

Considerando allora L_{so} la lunghezza equivalente massima dell'array sintetico o posizione spaziale per cui il punto P preso in esame (v. fig.8.3) viene interessato (dal fascio di antenna):

$$L_{so} = \frac{\lambda}{L} R_o \tag{8.9}$$

la relazione (andata-ritorno) corrispondente alla (8.8) diviene:

$$2\pi \frac{2L_{so} \operatorname{sen}\theta_{ns}}{\lambda} = 2\pi \longrightarrow \operatorname{sen}\theta_{ns} = \frac{\lambda}{2L_{so}} \simeq \theta_{ns} \tag{8.10}$$

Naturalmente la (8.10) implica una somma coerente dei vari ritorni, ricevuti nelle varie posizioni spaziali dell'antenna.

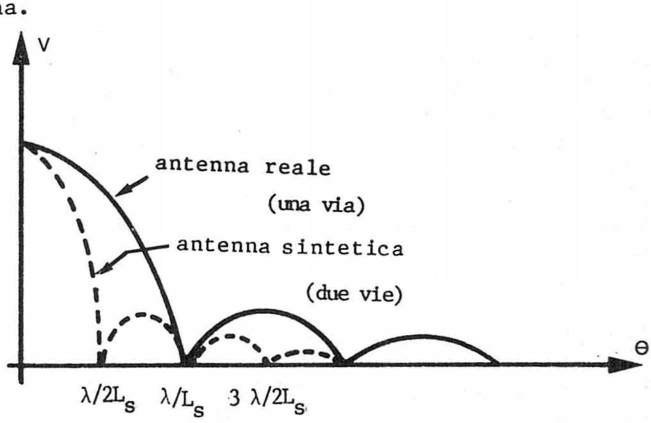


Fig.8.6 - Andamento del "pattern" d'antenna per un'antenna ad array reale e per una sintetica.

Quanto sopra detto e´ riassunto in fig.8.6, dove con L_s si e´ intesa L_a o L_{so} a seconda si tratti ai antenna reale o sintetica e la tab.8.2 riporta il confronto fra le varie larghezze del fascio d´antenna.

La larghezza del lobo principale o risoluzione dell´antenna sintetica diviene allora (ric. (8.9)):

$$R_{AZs} = \frac{\lambda}{2L_{so}} R_o = \frac{\lambda}{2\lambda/L} \frac{R_o}{R_o} = \frac{L}{2} \tag{8.11}$$

che quindi si identifica con la (8.6).

Tab.8.2

	Array reale	Antenna sintetica
Picco-primo nullo	λ/L_a	$\lambda/2L_{so}$
Largh. fascio (-4 dB)	λ/L_a (una via)	$\lambda/2L_{so}$ (due vie)
" " (-3 dB)	0.88 λ/L_a (una via)	—
	0.64 λ/L_s (due vie)	0.44 λ/L_{so} (due vie)

In conclusione con due metodologie differenti e´ stato dimostrato che la risoluzione azimutale conseguibile con un sensore in moto (radar ad apertura sintetica: SAR) dipende unicamente dalla dimensione dell´antenna e quindi confrontando questo risultato con la risoluzione conseguibile con un radar convenzionale (v. eq.(8.1)) e´ possibile dire che nel SAR la risoluzione azimutale non dipende da λ e neanche dalla distanza, ma unicamente dalla dimensione (L) della antenna.

Converra´ ora valutare il

b) <u>limite alla risoluzione</u>

dovuto alla <u>migrazione in distanza</u> della cella sotto osservazione ("Range Cell Migration": RCM).

Il fenomeno della RCM consiste nello spostamento del punto sotto osservazione in distanza e questo e´ dovuto a due cause principali, la prima e´ detta "range curvature" ed

e' legata alla geometria del sistema (v. fig.8.3), la seconda e' dovuta alla "rotazione terrestre" e verra' ripresa nel seguito.

Considerando allora la schematizzazione di fig.8.3, qualora il punto sotto osservazione si trovi al traverso (in x_o) la distanza dal radar e' inferiore rispetto a quanto si trova agli estremi ossia in B o C. Peraltro la variazione in questione della distanza per una corretta e semplice elaborazione azimutale dovra' essere contenuta nelle dimensioni della cella di risoluzione in distanza (R_D), il cui requisito in genere si identifica con il requisito di risoluzione in azimut (R_{AZs}).

Osservando che la dimensione BC coincide con la L_{so} o lunghezza equivalente massima dell'array sintetico (v.(8.3)) e che in generale per il limite in oggetto sulla risoluzione questa lunghezza massima non sara' completamente sfruttabile per cui converra' indicarla con L_s, affinche' il punto sotto osservazione durante l'intervallo di tempo in cui avverra' l'analisi azimutale, rimanga nella stessa cella presa in distanza dovra' essere

$$(8.12) \qquad \left(\frac{L_s}{2}\right)^2 + R_o^2 \leq \left(R_o + \frac{R_D}{2}\right)^2 \quad \longrightarrow \quad L_s \leq 2\sqrt{R_o\, R_D}$$

In altre parole la relazione (8.12) impone un limite alla lunghezza della antenna sintetica come dettato dalla (8.9). La risoluzione azimutale ottenibile per la (8.11) diviene allora

$$(8.13) \qquad R_{AZs} = \frac{\lambda}{2L_s} R_o \geq \frac{\lambda\ R_o}{4\sqrt{R_o\, R_D}} = \frac{\lambda}{4}\sqrt{\frac{R_o}{R_D}}$$

ed imponendo come piu' volte detto il requisito:

$$(8.14) \qquad R_{AZs} = R_D = R_{AD}$$

si ha

$$(8.15) \qquad R_{AD} = \left(\frac{\lambda}{4}\right)^{2/3} \cdot R_o^{\ 1/3}$$

che quindi potra' essere interpretato come il limite di risoluzione conseguibile dovuto alla migrazione in distanza.

Al fine di quantizzare quanto sopra indicato in tab.8.3 sono riportate le risoluzioni massime conseguibili secondo le indicazioni che precedono per vari valori di λ , per applicazioni da space shuttle e da satellite.

Tab.8.3

Banda (m)	L 0.23	C 0.06	X 0.03
R_{AD}(m)(R_o=255km)	9.5	3.8	2.4
R_{AD}(m)(R_o=800km)	13.8	5.6	3.5

Converra' ora osservare come cambia la risoluzione ottenibile considerando la

c) <u>variazione della direzione di osservazione</u> (SAR "Squinted")

modalita' operativa che potra' apparire interessante nel seguito. Nel caso in questione la geometria di fig.8.3 si modifica in quella di fig.8.7 (cambiando convenientemente anche gli assi di riferimento). Considerando il punto in osservazione lungo l'arco definito sulla ascissa curvilinea s, e' immediato dimostrare, seguendo la tecnica usata per dimostrare l'andamento di fig.8.4, che l'escursione in frequenza per un punto che varia da B a C e' pari a

$$B_{AS} = \frac{2v}{L} \operatorname{sen}\theta \qquad (8.16)$$

nella approssimazione $\cos\frac{\lambda}{2L} \simeq 1$ e $\operatorname{sen}\frac{\lambda}{2L} \simeq \frac{\lambda}{2L}$.

Dalla (8.16) segue che la (8.6) nel caso di SAR "squinted" si modifica nella

$$R_{AZsS} = \frac{L}{2}\frac{1}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (8.17)$$

e quindi, come era intuibile, nella posizione di osservazione a 90° si ottiene un massimo di risoluzione.

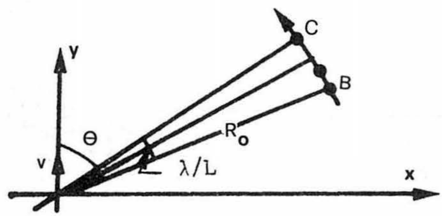


Fig.8.7 - Geometria di un SAR "squinted"

Per quanto riguarda la tecnica di elaborazione usabile, poiche' per come detto ci si e' ricondotti alla compressione di un segnale linearmente modulato in frequenza (LFM) "chirp", tutta la teoria di elaborazione di tali segnali e' perfettamente adattabile anche se sotto forma campionata. Andranno quindi considerate le reti di pesatura e le conseguenti perdite di risoluzione dettate dall'esigenza di avere bassi lobi laterali, come verra' meglio dettagliato nel seguito.

Peraltro anche la

d) <u>tecnica di elaborazione "dechirping"</u>

puo' essere usualmente adottata e consente un basso costo computazionale. La tecnica in questione e' schematizzata in fig.8.8 per il caso di elaborazione in distanza.

Il segnale trasmesso in forma "chirp" viene ricevuto come molteplicita' di chirp dei singoli elementi dispersi in distanza (analogamente avviene nella ricezione di segnali coerenti azimutali nel SAR, per un certo "range bin").

I "chirp" in questione vengono fatti "battere" in un mixer con un "chirp" di lunghezza conveniente in ricezione; si rendono disponibili quindi tanti segnali di tipo sinusoidale limitati in tempo. Ad ogni posizione del segnale ricevuto relativamente alla allocazione in tempo del segnale di riferimento (oscillatore locale) corrisponde una ben determinata frequenza che potra' essere estratta. Ne viene una tecnica di filtraggio "sliding" che (come dimostrato in

App.2) si identifica con un filtraggio adattato e che puo´ essere approssimato da un banco di filtri tipo FFT, se $\tau \ll T$ (v. fig.8.8c)).

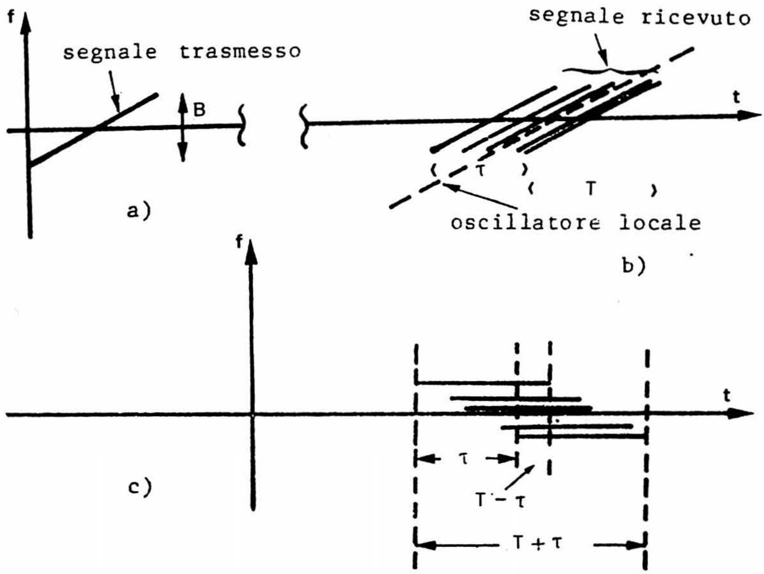


Fig.8.8 - Schematizzazione della tecnica di dechirping
a) segnale trasmesso
b) segnale ricevuto
c) uscita dal "mixer"

In realta´ un tale banco di filtri agisce su tutto un segnale in tempo e opera una separazione in frequenza; pertanto se opera in $T+\tau$, ovviamente il filtraggio non e´ adattato e c´e´ un contributo di rumore aggiuntivo. D´altro lato se il banco di filtri opera in $T-\tau$ si hanno perdite dovute al fatto che non tutto il segnale e´ stato preso in esame.

Una realizzazione "sliding" e´ concettualmente possibile ma il costo computazionale e´ elevato. Per $\tau \ll T$ tale problema diventa irrilevante. Peraltro i vantaggi dovuti ad una tale metodologia di elaborazione rispetto ad un filtro "chirp" convenzionale sono usualmente determinati dalla piu´ bassa frequenza di campionamento. Infatti con un filtro "chirp" convenzionale il campionamento deve avvenire a frequenza dell´ordine di B, dove B e´ la larghezza di banda del

"chirp", mentre nel caso di un filtro a dechirping la larghezza di banda dopo "mixer" e' data da B τ/T e per $\tau<T$ la frequenza di campionamento che ne risulta puo' essere di molto inferiore a B.

In questo caso quindi la conversione analogico-digitale (A/D) si presenta usualmente ben piu' facile ed anche il costo computazionale del filtro elaborativo diviene basso rispetto ad un filtro "chirp": peraltro e' usualmente possibile usare anche algoritmi particolari quale lo FFT.

8.3. Il SAR non focalizzato

La tecnica di elaborazione per il radar ad apertura sintetica convenzionale consiste, per come detto, in un processo di compressione di un segnale "chirp" che per sua definizione contiene un termine di fase parabolico: la tecnica di compressione puo' essere rivista (v. anche App.2) come tecnica di compensazione (o eliminazione) del termine quadratico della fase oltre ovviamente a quello lineare.

Peraltro il SAR non focalizzato compensa solo il termine lineare. In altre parole il segnale in ricezione dopo rivelazione coerente con un oscillatore a frequenza fissa viene filtrato in un banco di filtri tipo FFT, una volta evidenziati ed estratti i dati relativi ai singoli "range bin".

Poiche' la frequenza azimutale, per come detto, varia (in modo approssimativamente lineare), sara' necessario limitare il tempo di elaborazione o integrazione (T_n), altrimenti il segnale di ingresso viene ad interessare i vari filtri; tutto cio' e' rappresentato in modo schematico in fig.8.9.

In altre parole aumentando T_n aumenta il potere risolutore dei vari filtri (secondo $1/T_n$), per contro si ha uno spostamento della frequenza interessata, che (nel caso non "squinted") diviene (v. fig.8.4):

$$\frac{B_A}{T_A} T_n = \frac{\frac{2v}{L}}{\frac{\lambda}{L}\cdot\frac{R_o}{v}}\cdot T_n = \frac{2v^2}{\lambda R_o}\cdot T_n \tag{8.18}$$

La condizione di ottimo puo' essere valutata immediatamente utilizzando tutto il T_n fino a quanto ci si sposta di un filtro:

(8.19) $$\frac{1}{T_n} = \frac{2v^2}{\lambda R_o} \cdot T_n \quad \rightarrow \quad T_{no} = \sqrt{\frac{\lambda R_o}{2v^2}}$$

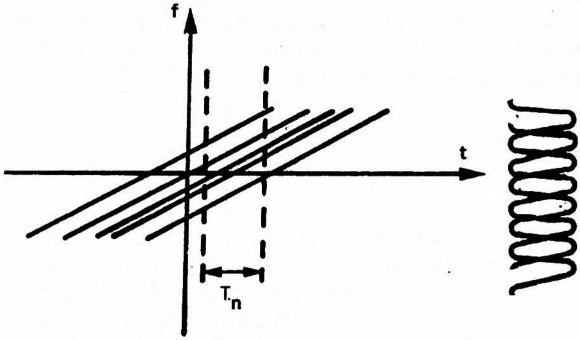


Fig.8.9 - Schematizzazione di un elaboratore SAR non focalizzato.

A questo tempo corrisponde una lunghezza della antenna sintetica pari a

(8.20) $$L_s = v \cdot T_{no} = \sqrt{\frac{\lambda R_o}{2}}$$

La risoluzione azimutale che ne consegue per il SAR non focalizzato per la (8.11) diviene allora

(8.21) $$R_{AZn} = \frac{\lambda}{2L_s} R_o = \frac{\lambda \cdot R_o}{2\sqrt{\frac{\lambda R_o}{2}}} = \sqrt{\frac{\lambda R_o}{2}}$$

che andra´ confrontata con la (8.1) e la (8.6) (o (8.11)).

Un andamento comparativo delle varie risoluzioni possibili e´ riportato in fig.8.10.

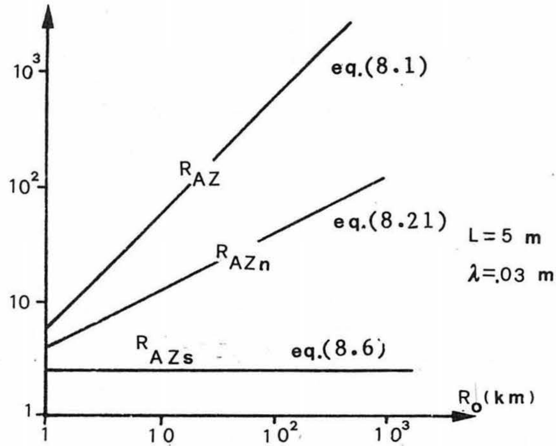


Fig.8.10 - Risoluzioni ottenibili da SAR focalizzati e non focalizzati.

8.4. Qualita' dell'immagine ed i parametri radar

Al fine di individuare i requisiti di una immagine come disponibile da un SAR converra' definire alcuni parametri di sistema globale, che peraltro trovano un riflesso sulle specifiche del sensore o apparato radar.

Nel seguito per ciascun parametro che si ritiene sia di interesse viene proposta una definizione e quindi vengono individuate da un punto di vista qualitativo le implicazioni sul sensore.

a) <u>Risoluzione spaziale</u>:

distanza a cui due bersagli puntiformi di pari livello vengono riconosciuti come distinti in quanto le loro risposte vengono ad intersecarsi nelle code ad un livello pari a -xdB rispetto al picco (in genere si assume x=3 o 4): si ipotizza il livello degli echi di cui sopra molto alti rispetto alla rumore di fondo ed agli altri echi distribuiti.

Ovviamente al fine di ottenere una determinata risoluzione spaziale la larghezza di banda del sistema dovra' essere sufficientemente larga e quindi il campionamento spaziale (in distanza ed azimut) dovra' essere adeguato. La migrazione in distanza dovra' essere contenuta.

In realta´ la definizione di risoluzione e quindi la relativa misurazione in fase sperimentale implica una media su diverse orientazioni e posizione dei bersagli per tener conto anche di una media dettata dalla griglia di campionamento spaziale.

b) Dinamica:

rapporto del segnale massimo al segnale minimo che si vuole analizzare.

Influenzano la dinamica il livello dei lobi laterali (S.L.) che hanno luogo nelle varie "compressioni", il numero di bit del convertitore analogico digitale, il rapporto segnale a rumore, le ambiguita´ (che verranno definite nel seguito) come "ripiegamento" di segnali spuri nella zona di interesse e quindi indirettamente la frequenza di ripetizione radar (PRF).

c) Copertura:

zona di possibile analisi in distanza e azimut.

La copertura comporta quindi l´ottimizzazione di ogni parametro radar come il tipo di forma d´onda da trasmettere, la PRF, l´effetto delle ambiguita´...

d) Rugosita´ dello sfondo (speckle):

come rapporto fra parte fluttuante e valor medio per una scena ipotizzata uniforme costituita da una molteplicita´ di riflettori.

Questo parametro verra´ analizzato nel paragrafo che segue in quanto costituisce un elemento determinante l´architettura di tutto il processo di elaborazione e conduce alla definizione di risoluzione radiometrica.

e) Contrasto:

rapporto fra il livello proprio di una zona a riflessione minima (come zona in "ombra radar") al livello medio della scena.

Il contrasto e´ condizionato oltre che dal livello dei lobi laterali anche dal suo valore integrale (ISLR) e naturalmente dal rapporto segnale-rumore.

f) Dinamica di prossimita´ (correlazione spaziale):

rapporto fra un segnale a livello massimo ed il livello me-

dio dei campioni adiacenti (in assenza di rumore di fondo).

La dinamica di prossimita' implica il dover lavorare con una certa banda spaziale e con un determinato campionamento spaziale; naturalmente una tale dinamica e' condizionata dal valore di S.L. e ISLR oltre che dal livello di ambiguita'.

g) Luminosita':

livello medio della scena in esame.

La luminosita' e' condizionata dalla rumorosita' del sistema, dal rapporto segnale-rumore, dal guadagno dell'elaboratore oltre che dal posizionamento delle soglie del sistema di post-elaborazione, utile ad una presentazione finale dell'immagine.

h) Rumorosita':

livello medio del segnale di uscita per un ingresso nullo.

La rumorosita' del sistema e' la specifica stessa di rumore di sistema, che insieme al guadagno da' luogo alla sensibilita' dell'apparato.

g) Code:

o residui laterali da echi ad altissimo livello che possono condurre l'apparato in regime non lineare, che puo' provocare effetti di cattura di echi vicini e problemi di desensibilizzazione in zone contigue.

8.5. Lo "speckle" e la tecnica "multilook"

Per come detto il SAR processa i segnali di ritorno in maniera coerente per ottenere una fine risoluzione azimutale, questa tecnica rende il sistema suscettibile del fenomeno "speckle" alla stessa maniera di come avviene nei sistemi che usino il laser.

In realta' ogni elemento superficiale genera un ritorno, che e' caratterizzato dalla "riflettivita' superficiale" σ^0, che puo' essere modellata da un processo gaussiano, che, dopo rivelazione quadratica (determinazione in potenza), da' luogo ad una funzione densita' di probabilita'

$$(8.22) \qquad p(\sigma^o) = (1/\bar{\sigma}^o)\exp(-\sigma^o/\bar{\sigma}^o) \qquad 0 \leq \sigma^o \leq \infty$$

dove $\bar{\sigma}^o$ indica la riflettivita' superficiale media. Tramite l'equazione radar la potenza dei ritorni e' linearmente legata al valore σ^o.

Ricordando poi la definizione del coefficiente di variazione di una variabile aleatoria x, come rapporto fra deviazione standard e valor medio:

$$(8.23) \qquad V = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$$

e' possibile definire "risoluzione radiometrica" la

$$(8.24) \qquad R_r = 10\log(1+V)$$

come indice caratteristico della fluttuazione dei ritorni e quindi determinante l'accuratezza della misura di σ^o.

Poiche' la varianza connessa alla σ^o e' data dalla $\bar{\sigma}^{o^2}$, nel caso valga la (8.22), si ha

$$(8.25) \qquad V = 1 \quad \longrightarrow \quad R_r = 3\ \text{dB}$$

Al fine di ridurre la risoluzione radiometrica (ossia di migliorare la determinazione di σ^o) e' possibile considerare la somma incoerente di N_L grandezze, che obbediscano alla (8.22), arrivando alla

$$(8.26) \qquad V_N = \frac{1}{\sqrt{N_L}} \quad \longrightarrow \quad R_r = 10\log\left(1+\frac{1}{\sqrt{N_L}}\right)$$

infatti il valore medio cresce linearmente con N_L mentre le varianze si sommano quadraticamente.

Poiche' d'altro canto l'equazione radar consente la valutazione del ritorno, dell'i-esimo elemento superficiale, mescolato al rumore:

$$(8.27) \qquad P_{ri} = K\,\sigma_i^o + n^2$$

dove K e' dettato dalla equazione radar, allora la (8.22) si modifica nella

$$(8.28)\quad p(P_{ri}) = (1/\bar{P}_{ri})\exp(-P_{ri}/\bar{P}_{ri}) \quad \text{dove} \quad \bar{P}_{ri} = K\,\overline{\sigma_i^o} + \overline{n^2}$$

Valutando il coefficiente di variazione si ha ancora una risoluzione radiometrica pari a 3 dB.

In realta' una volta ricevuto un segnale si ha una stima polarizzata di σ_i^o dal valore di P_{ri} tramite la (8.27); converra' allora depolarizzare detto stimatore pensando alla relazione

$$(8.29)\qquad \hat{P}'_{ri} = \hat{P}_{ri} - \overline{n^2}$$

che consente una determinazione immediata di σ_i^o avendo sottratto il contributo medio del rumore.

Alla nuova variabile P'_{ri} e' connessa una nuova funzione densita' di probabilita' (in realta' identica alla (8.28) con valor medio spostato di $\overline{n^2}$), caratterizzata da valor medio e deviazione standard:

$$(8.30)\qquad \begin{aligned} \overline{P'_{ri}} &= K\,\overline{\sigma_i^o} \\ \sigma_{P'_{ri}} &= K\overline{\sigma_i^o} + \overline{n^2} \end{aligned}$$

Dalla (8.30) per la (8.23) si ha un coefficiente di variazione

$$(8.31)\qquad V_n = \frac{K\,\overline{\sigma_i^o} + \overline{n^2}}{K\,\overline{\sigma_i^o}} = 1 + \frac{1}{s^2}$$

avendo definito

$$(8.32)\qquad s^2 = \frac{K\,\overline{\sigma_i^o}}{\overline{n^2}}$$

rapporto segnale a rumore.

Considerando d'altra parte la eventuale integrazione incoerente di N_L elementi e' allora possibile ridefinire la "<u>risoluzione radiometrica</u>" tramite la relazione:

$$(8.33)\qquad R'_r = 10 \log \left[1 + \left(1 + \frac{1}{s^2}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{N_L}}\right]$$

In fig.8.11 e´ riportato l´andamento della (8.33) per diversi valori di N_L.

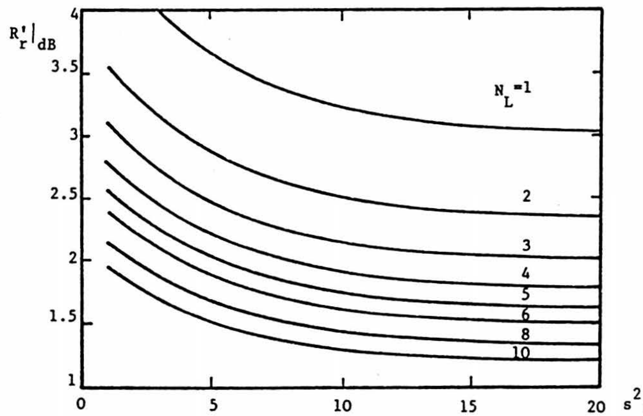


Fig.8.11 - Andamenti della risoluzione radiometrica in funzione del rapporto s^2.

Una esigenza piu´ volte notata e´ quella di poter disporre di una risoluzione radiometrica inferiore a 2÷2.5 dB. Si impone allora il problema di usare un valore di N_L che puo´ essere 4 o 6. L´esigenza di valori piu´ piccoli di R'_r, come ad es. richiesto in agricoltura nella valutazione della variazione con il tempo di particolari coltivazioni estese: R'_r ≈ .2÷.5 dB puo´ essere ottemperata considerando integrazioni non coerenti, una volta segmentata l´immagine (pensando a territori estesi), nella elaborazione finale o post-elaborazione dell´immagine adattata all´utenza.

In realta´ il problema della somma incoerente si ricollega al problema di somma di immagini scorrelate dello stesso oggetto ossia (ad es.) di immagini che si riferiscono a spettri non sovrapponentesi.

Allora e´ possibile generare queste bande riferendosi a N_r diverse frequenze in trasmissione oppure e´ possibile spezzare la storia doppler di fig.4 in N_L zone o "look" non sovrapponentesi. In ogni zona si procedera´ ad una integrazione coerente, le varie zone saranno sommate incoerentemente. Naturalmente i due metodi sopra descritti possono essere usati contemporaneamente.

Nel seguito ci si riferira´ alla seconda soluzione che appare molto semplice dal punto di vista applicativo; peraltro lo spezzare la storia doppler in N_L "look" comporta che la risoluzione azimutale (v. eq.(8.6)), che e´ determianta

dall'inverso della dinamica doppler (v. B_A di fig.8.4), sia data dalla larghezza di banda relativa al singolo "look":

$$R''_{AZ} = \frac{N_L}{B_A} \cdot v = N_L \cdot \frac{L}{2} \qquad (8.34)$$

Peraltro il fatto che la risoluzione doppler sia aumentata di N_L volte non costituisce di norma un problema in quanto per altri motivi, che appariranno chiari nel seguito, il valore di L si aggira sui 10 m e la risoluzione richiesta e' usualmente dell'ordine di 30 m.

8.6. Risoluzione in distanza

Conformemente a quanto detto a proposito dei radar impulsivi (tale in effetti e' il SAR) e' possibile legare la "risoluzione in distanza" alla durata dell'impulso compresso (τ_c):

$$\Delta R = \frac{c \cdot \tau_c}{2} \qquad (8.35)$$

La risoluzione in questione riportata nella direzione del terreno (v. fig.8.12 come sezione trasversale di fig. 8.2) e' determinata dalla relazione

$$R_D = \frac{\Delta R}{\mathrm{sen}\alpha_o} \quad \longrightarrow \quad \tau_g = \frac{\tau_c}{\mathrm{sen}\alpha_o} \qquad (8.36)$$

con ovvio significato dei simboli.

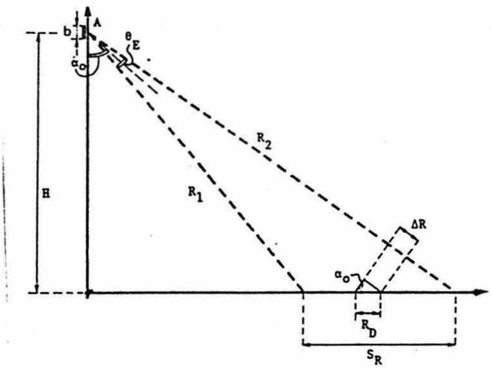


Fig.8.12 - Schematizzazione per la valutazione della risoluzione in distanza.

Ne viene che il numero di "range gate" o "bin" e´ dato dalla relazione

$$(8.37)\qquad N_R = \frac{R_2-R_1}{\Delta R} \simeq \frac{\lambda}{b}\cdot\frac{R_1}{[tg(90-\alpha_o)]\cdot\Delta R} = \frac{\lambda}{b}\cdot\frac{R_1}{R_D\ \cos\alpha_o}$$

dove

- b e´ la dimensione trasversale della antenna (v. fig.8.2)
- R_1 e´ la distanza minima relativa alla zona sotto osservazione
- R_D e´ la risoluzione in distanza riportata sul terreno sotto osservazione
- α_o e´ l´angolo di off-nadir (v. fig.8.2).

8.7. Considerazioni di sistema e scelta dei parametri fondamentali

Nella determinazione dei parametri fondamentali di un SAR, particolare attenzione dovra´ essere rivolta alla scelta della frequenza di ripetizione (PRF). In realta´, una volta individuato lo spettro del segnale in ricezione (v. fig.8.4), poiche´ un radar ad impulsi opera un campionamento a tutti gli effetti, lo spettro in ricezione si ripetera´ ogni PRF allora al fine di evitare il fenomeno di "aliasing" dovra´ essere rispettata la relazione:

$$(8.38)\qquad PRF \geq B_A = \frac{2v}{L}$$

D´altro lato i ritorni da zone sotto analisi (S_R in fig.8.12) interesseranno uno spazio che riportato in tempo e´ determinato dalla relazione:

$$(8.39)\qquad T_u = \frac{2(R_2-R_1)}{c} = \frac{2\ S_R\ sen\alpha_o}{c} \simeq \frac{2}{c}\ \frac{\lambda}{b}\ R_1\cdot tg\alpha_o$$

Naturalmente, pur potendo operare il SAR in ambiguita´ di distanza (data la notevole distanza (200-1000 km) propria delle applicazioni spaziali), la trasmissione non dovra´ aver luogo nell´intervallo di tempo T_u (caratteristica classica dei radar impulsivi) ossia:

$$(8.40)\qquad PRF < \frac{1}{T_u} = \frac{c\cdot b}{2\lambda\ R_1\ tg\alpha_o}$$

Combinando la (8.40) e la (8.38) dovra´ avvenire:

$$(8.41) \qquad \frac{c \cdot b}{2 \lambda R_1 \; tg \; \alpha_o} \geq \frac{2v}{L}$$

Ossia

$$(8.42) \qquad A = b \cdot L \geq \frac{4v}{c} \cdot \lambda \cdot R_1 \; tg \; \alpha_o$$

Pertanto le relazioni sulla ambiguita´ (8.38) e (8.40) definiscono una area minima della antenna data dalla relazione (8.42).

Considerando il caso del SAR-X (della missione SIR-C prevista dal JPL per il 1990 [12], cui particolare attenzione verra´ riposta nel seguito), si ha

$$(8.43) \qquad \begin{aligned} & v = 7500 \text{ m/sec} \\ & \alpha_o \leq 60^o \\ & H = 250 \text{ km} \longrightarrow R_1 = H/\cos \alpha_o = 500 \text{ km} \\ & \lambda = .03 \text{ m} \qquad (B.X) \end{aligned}$$

per cui la (8.42) diviene:

$$A = b \cdot L \geq 2.6 \text{ m}^2$$

In realta´ le dimensioni dell´antenna previste sul SAR-X sono

$$b = .4 \text{ m}, \quad L = 12 \text{ m}$$

da cui

$$A = b \cdot L = 4.8 \text{ m}^2$$

Dalle (8.38), (8.39) e (8.40) e´ possibile anche scrivere:

$$(8.44) \qquad S_R < \frac{c \; L}{4 \; v \; sen \; \alpha_o}$$

che da´ un limite alla dimensione longitudinale dello "swath" (v. fig.8.2). Nel caso determinato dalla (8.43),

considerando, per ragioni tecniche, limitata a 12 m la lunghezza massima della antenna si ha:

(8.45) $$S_R < 140 \text{ km}$$

Si intuisce facilmente che, adottando dei margini nelle equazioni (8.38) e (8.40), dettati da motivi di "aliasing" e ritorni dai lobi laterali sul piano trasversale (ambiguita'), 40 km e' da ritenere gia' un limite superiore per la dimensione longitudinale dello "swath".

In realta' dato il rilevante interesse ad aumentare la dimensione dello swath, sono state proposte diverse tecniche in letteratura, che meritano considerazioni particolari.

Dalla (8.44) considerando la dimensione trasversale dello swath pari a $R_1 \cdot \lambda/L$, nasce un limite anche alla superficie di terra interessata:

(8.46) $$S_R \cdot \frac{\lambda}{L} R_1 < \frac{c \; \lambda \; R_1}{4 \; v \; \mathrm{sen}\,\alpha_o}$$

Tale limite nelle condizioni (8.43) diviene pari a 179 km^2.

Ricordando la (8.34) e' possibile riscrivere la (8.44) in termini di rapporto larghezza dello swath a risoluzione azimutale possibile, per modo che si intuisce facilmente come detto rapporto rimane praticamente indipendente dalle condizioni operative.

Fissati in tal modo i limiti delle varie grandezze in gioco, converra' ora determinare i valori effettivi, anche soggetti ad altri vincoli pratici.

a) Dimensioni dello "swath"

Dalla geometria di fig.8.12 si ha facilmente:

(8.47) $$S_R = H\{tg(\alpha_o + \theta_E/2) - tg(\alpha_o - \theta_E/2)\}$$

dove $\theta_E = \lambda/b$.

In ogni caso la (8.47) deve rispettare il vincolo (8.44) che puo' essere riscritto:

(8.48) $$S_R = \frac{c \cdot L}{4 \; K_r K_a \; v \; \mathrm{sen}\,\alpha_o}$$

dove sono stati introdotti i coefficienti di sicurezza

K_r per tener conto delle dimensioni del fascio in elevazione (v. (8.40))

K_a per tener conto delle dimensioni dello spettro doppler e quindi evitare fenomeni di aliasing (v. (8.38)).

Combinando le (8.47) e (8.48) si ha, nel caso del SAR-X (v. (8.43)), la fig.8.13 (avendo ipotizzato, come avviene di norma, $K_a \cdot K_r = 3$) in cui e´ riportato l´andamento della dimensione longitudinale dello "swath" in funzione dell´angolo di off-nadir per diversi valori di b ($\theta_E = \lambda / b$).

Questi andamenti potranno essere opportunamente rielaborati per tener conto della curvatura terrestre, in ogni caso l´ordine di grandezza delle dimensioni dello "swath" rimane quello determinato in fig.8.13.

Naturalmente e´ possibile cambiare b al variare di α_o (parzializzando l´antenna), per ottenere un valore di S_R sufficientemente indipendente da α_o.

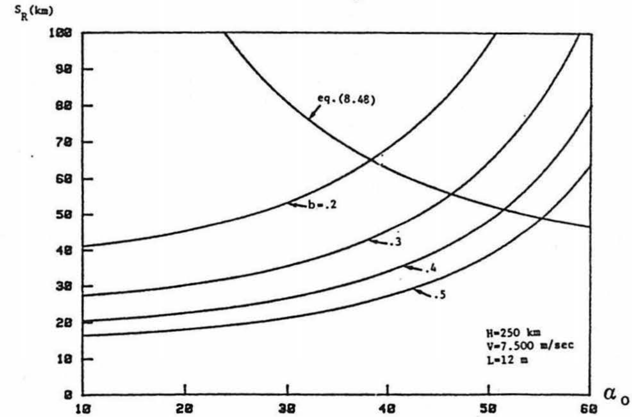


Fig.8.13 - Andamento dello "swath" in funzione dell´angolo di off-nadir.

L´uso di un b piccolo per qualsiasi valore di α_o puo´ non essere consigliabile per problemi di sensibilita´, che verranno precisati nel seguito, e di ambiguita´.

Considerazioni pratiche possono peraltro indurre un ulteriore limite nella dimensione dello "swath".

In realta´ si pensi ad una trasmissione a terra dei vari dati come presi all´uscita di una media frequenza (o sulle componenti x e y riportate in banda base). Il campionamento di tali dati dovra´ essere realizzato rispettando il relativo teorema o meglio rispettando il criterio di rivelabilita´ dei segnali campionati.

Ritenendo di voler disporre in distanza di una particolare risoluzione sul terreno, in particolare pari a quella azimutale, dovra' essere (v. equazioni (8.14), (8.34), (8.35) e (8.36)):

$$(8.49) \qquad R_D = R''_{AZ} \longleftrightarrow \frac{c\,\tau_c}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha_o} = N_L\,\frac{L}{2}$$

Ricordando poi che l'impulso trasmesso e' usualmente, per ben noti problemi di limitazione di potenza di picco, un segnale "chirp" e' ben noto come la larghezza dell'impulso compresso (τ_c) e' data dall'inverso della larghezza di banda B. Ne viene pertanto:

$$(8.50) \qquad B = \frac{c}{2\,R''_{AZ}\,\mathrm{sen}\alpha_o}$$

In definitiva la larghezza di banda del chirp dovrebbe essere variata con continuita' al variare di α_o, al fine di ottenere una risoluzione costante. D'altro canto il campionamento del segnale dovrebbe avvenire a frequenza

$$(8.51) \qquad f_c = K_c \cdot B$$

dove K_c e' un fattore di sovracampionamento utile per non perdere troppo in rivelabilita' media dei segnali che, ovviamente, non sono sincroni con la legge di campionamento; in pratica si assume $K_c \simeq 1.1\text{-}1.5$.

La variabilita' di B puo' essere conseguita usando ad es. le nuove metodologie di realizzazione di chirp con tecniche digitali, anziche' le ormai classiche a onde acustiche superficiali (SAW) [13].

Una volta fissato allora il campionamento e le dimensioni dello "swath" i dati inviati a terra sono definiti dalla relazione del

b) "<u>data rate</u>"

che stabilisce il numero di bit da trasmettere nell'unita' di tempo. Pensando alla trasmissione di tutte le informazioni, prelevate durante il periodo determinato dalla PRF, nello stesso periodo ne viene ovviamente (ric. (8.48), (8.38)):

$$(8.52)\quad D.R. = S_R \frac{K_c}{R''_{AZ}} PRF\, n_b = \frac{c\, L\, K_c}{4\, K_r K_a\, v\, \text{sen}\alpha_o\, N_L \frac{L}{2}} \cdot 2\, \frac{K_a\, v}{L}\, n_b = \frac{c\, K_c}{L\, K_r\, \text{sen}\alpha_o} \frac{n_b}{N_L}$$

dove con n_b si e' ipotizzato il numero di bit utile per la trasmissione secondo problematiche di risoluzione in ampiezza che si riflettono in sensibilita'.

Il collegamento di comunicazione deve garantire il "data rate" (8.52); qualora cio' non fosse possibile come spesso avviene in pratica, la limitazione inerente dettata dalla (8.52) puo' essere rivista come una limitazione in S_R.

Naturalmente dovra' essere ora esaminato come ulteriore vincolo la differente

c) potenza di ritorno per i vari punti in S_R

dovuta al fatto che la distanza di osservazione (R_2 e R_1 di fig.8.12) e' differente relativamente ai vari elementi dello "swath". Ricordando che per un "target" distribuito la potenza di ritorno (ric. eq. radar) va secondo R^{-3}, e' possibile valutare il rapporto delle potenze agli estremi di S_R:

$$(8.53)\qquad \gamma\big|_{dB} = 30 \log \frac{R_2}{R_1}$$

Da considerazioni geometriche si ha ancora facilmente

$$(8.54)\qquad \gamma\big|_{dB} \simeq 30 \log \frac{\sqrt{1 + (\text{tg}\,\alpha_o + \frac{S_R}{H})^2}}{\sqrt{1 + \text{tg}^2\,\alpha_o}}$$

Per diversi valori di S_R la (8.54) e' riportata in fig. 8.14; i valori riportati in ordinate suggeriscono di non portare particolari sagomature al guadagno d'antenna.

Sara' necessario ora affrontare il problema centrale di ogni sistema radar ossia la

d) sensibilita'

Considerando come segnale utile l'eco di ritorno (target distribuito) che deriva da una certa zona (Istantaneous Field Of View: IFOV) definita tramite l'apertura azimutale data da $\theta_A R$ e la cella di distanza $c\tau/2\text{sen}\alpha_o$ (τ e' la lun-

ghezza dell'impulso non compresso) e' possibile scrivere, con notazioni classiche, per il rapporto segnale a rumore:

$$(8.55) \qquad \frac{S}{N} = \frac{P_p}{(4\pi R^2)^2} G \cdot \rho \cdot A\, \sigma^o \underbrace{\frac{c\tau}{2 \cdot \mathrm{sen}\alpha_o}\, \theta_A \cdot R}_{\text{cella espansa}} \frac{1}{KTBF}$$

dove

P_p e' la potenza di picco in trasmissione
$G(\rho A)$ e' il guadagno (area efficace) dell'antenna
ρ e' l'efficienza dell'antenna
σ^o e' la riflettivita' del target

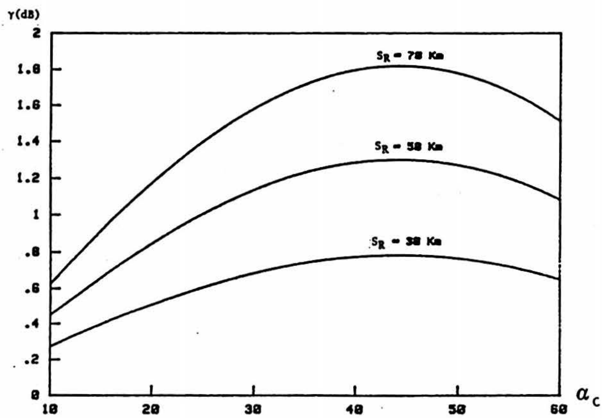


Fig.8.14 - Rapporto delle potenze di ritorno agli estremi di S_R=30 km al variare di α_o.

Il rapporto segnale-rumore puo' essere anche valutato considerando la cella radar compressa, determinata dalle risoluzioni in azimut e distanza:

$$(8.56) \qquad \frac{c\,\tau_c}{2\ \mathrm{sen}\alpha_o} \cdot \frac{L}{2}$$

Allora il rapporto segnale e rumore e' dato dalla relazione (v. equazioni (8.5), (8.6) e (8.36)):

$$(8.57)\quad \frac{S}{N} = \frac{P_p}{(4\pi R^2)^2}\cdot G\cdot \rho\cdot A\,\sigma^o\cdot \frac{c\,\tau_c}{2\,\text{sen}\alpha_o}\cdot \frac{L}{2}\cdot G_R\cdot G_A\,\frac{1}{KTBF} =$$

$$= \frac{P_p}{(4\pi R^2)^2}\cdot G\cdot \rho\cdot A\,\sigma^o\,\frac{c\,\tau_c}{2\,\text{sen}\alpha_o}\cdot \frac{L}{2}\cdot \tau\cdot B\cdot T_A\cdot B_A\,\frac{1}{KTBF} =$$

$$= \frac{P_p}{(4\pi R^2)^2}\,G\cdot \rho\cdot A\,\sigma^o\,\frac{c\,\tau}{2\,\text{sen}\alpha_o}\cdot \frac{L}{2}\cdot \frac{2\lambda R}{L^2}\,\frac{1}{KTBF}$$

dove

G_R e' il rapporto di compressione del chirp in distanza
G_A e' il rapporto di compressione in azimut (v. eq.(8.5)).

La (8.57) dopo semplici passaggi si identifica con la (8.55); questo fatto vuol significare che la tecnica di compressione non altera il rapporto S/N, per come questo e' definito.

Si consideri ora la presenza di N_L look, allora la risoluzione azimutale da L/2 (eq.(8.6)) diviene $N_L\cdot L/2$ (eq. (8.34)), naturalmente la storia doppler si spezza in N_L storie doppler, ognuna delle quali ha un rapporto di compressione (v. fig.8.4)

$$(8.58)\qquad \theta_A\,\frac{R_o}{v}\,\frac{1}{N_L}\,\frac{B_A}{N_L} = G_A/N_L^2$$

D'altro canto l'integrazione finale non coerente consente un guadagno ancora di $\sim N_L$ pertanto l'eq.(8.57) (e quindi la (8.55)) ha valore anche nel caso multilook e puo' essere riscritta nella:

$$(8.59)\qquad \frac{S}{N} = P_p\,\frac{c}{32\cdot\pi^2\text{sen}\alpha_o}\,G\cdot\frac{\sigma^o\,\tau\,\theta_A\,\rho\,A}{R^3\cdot KTBF}$$

In tab.8.4 sono riportati i vari parametri (in dB) sopra definiti anche nel caso di SAR in banda C e L che (progettati dal JPL) completano la missione di cui fa parte il SAR-X sopra citato.

Si osservi che in tab.8.4 e' riportato, al fine di interpretare i risultati inerenti alla eq.(8.59), il valore di σ^o che comporterebbe un S/N=1(0 dB) ossia il valore di $\sigma^o(\sigma^o_n)$ equivalente al rumore.

Al fine di rendersi conto della validita' del progetto e degli S/N conseguibili in fig.8.15 sono riportati i limiti

delle zone (definite a probabilita' pari allo 80%) di esistenza di σ^o, relativa a singole applicazioni (oceani, strutture geologiche e vegetazioni). Gli andamenti di fig. 8.15 vengono usualmente utilizzati al fine di ottimizzare le caratteristiche di sistema.

Tab.8.4

	BANDA L λ=.241		BANDA C λ=.0567		BANDA X λ=.031	
	+	-	+	-	+	-
P_p	35.5 (KW 3.5)		33.5 (KW 2.2)		35.1 (KW 3.3)	
G	38.6		45.4		47.9	
$\frac{c}{32\pi^2 \mathrm{sen}\alpha_o}$ (α_o=50°)	60.9		60.9		60.9	
ρ·A	13.7		7.2		2.5	
R^3 ($R = \frac{H}{\cos\alpha_o}$)		168		168		168
θ_A		17.8 (.95°)		24.6 (.2°)		27.4 (.11°)
τ (34 μsec)		44.7		44.7		44.7
KTBF (B=19 MHz, F=2 dB)	129.2		129.2		129.2	
σ^o_n		47.4		38.9		35.5

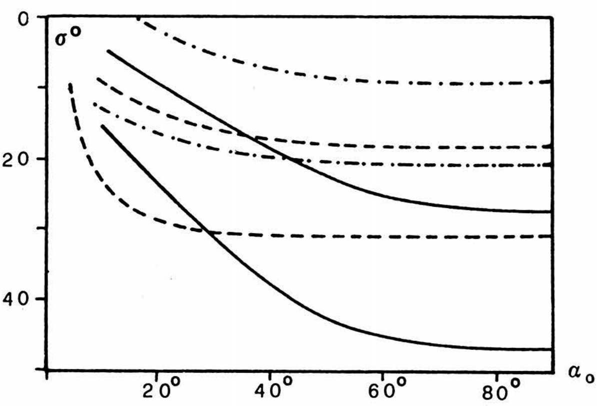


Fig.8.15 - Andamenti di σ^o al variare di α_o

——————— oceano

- - - - - - - - strutture geologiche

- · - · - · vegetazioni

d) Scelta della PRF

Il problema della scelta della PRF e' un problema di base in quanto la sua ottimizzazione comporta la riduzione delle ambiguita' (v. [5], [6] e [7]).

In parole povere quando la PRF e' alta, i ritorni radar da due impulsi successivi (anche da zone distanti (ric. lobi laterali)) possono sovrapporsi nel ricevitore e si ha la cosiddetta ambiguita' in distanza. D'altro canto effetti di "aliasing" dovuti alla PRF come frequenza di campionamento producono significativi falsi echi di ritorno nella regione di storie doppler utili e producono la cosiddetta ambiguita' azimutale. Per i dettagli su questo argomento converra' riferirsi a quanto riportato in [7].

In ogni caso individuati due istanti T_{min} e T_{max} corrispondenti ai ritorni in P_1 e P_2 di fig.8.12, al fine di

. eliminare la sovrapposizione dei ritorni con la trasmissione (ric. eq.(8.40))

dovra' avvenire

$$\begin{cases} T_{min} \geq M/f_r + \tau \\ T_{max} \leq (M+1)/f_r - \tau \end{cases} \tag{8.60}$$

essendo M l'ordine della ambiguita' dei ritorni e valendo:

$$\begin{cases} T_{min} = \dfrac{2\ H}{c\ \cos(\alpha_o - \theta_E/2)} \\ T_{max} = \dfrac{2\ H}{c\ \cos(\alpha_o + \theta_E/2)} \end{cases} \tag{8.61}$$

dove θ_E e' l'angolo che delimita S_R (ric. eq.(8.47)):

$$S_R = H\{tg(\alpha_o + \theta_E/2) - tg(\alpha_o - \theta_E/2)\} \tag{8.62}$$

Considerando fisso il valore di S_R pari ad es. a 30 km e H=250 km, in fig.8.16 e' riportato θ_E in funzione di α_o.

Dalle relazioni (8.60) e (8.61) e' possibile quindi tracciare gli andamenti delle zone ammissibili come riportato in fig.8.17.

Un'altra condizione limite da soddisfare e' relativa al fatto che le zone direttamente sottostanti il SAR (zone di ALE - Altitude Line Echo) hanno elevate riflettivita' (v. fig.8.15) e quindi i relativi ritorni dai lobi laterali (se si sovrappongono ai segnali utili) possono degradare la sen-

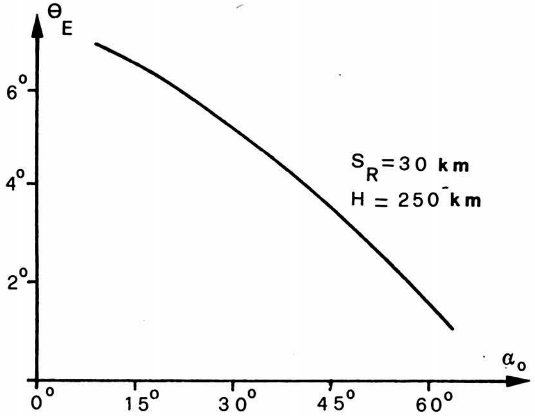


Fig.8.16 - Andamento dell´angolo che delimita S_R in funzione di α_o (v. fig.8.2) per ottenere un valore di S_R=30 km.

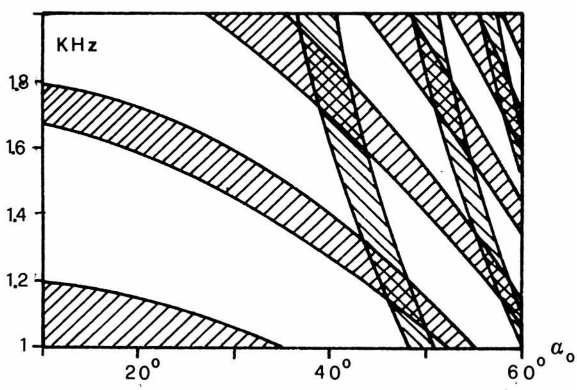


Fig.8.17 - Zone ammissibili per la PRF per uno swath pari a 30 km

- limitazione imposta dalle ambiguita´ (eq.(8.60)
- limitazione imposta dal problema ALE
- valori ammissibili di PRF

sibilita´. Naturalmente non essendo possibile in genere mettere degli zeri sul diagramma di antenna in prefissate direzioni, in quanto spesso e´ richiesto che l´angolo di off-

nadir possa variare con continuita', allora poiche' il ritardo collegato con dette zone e' pari a 2H/c, dovra' avvenire, con evidente significato nei simboli

(8.63) $$T_{min} - i/f_r > \frac{2H}{c} \quad \text{per ogni } i = 1,...M-1$$

ossia

(8.64) $$\frac{2\,H}{c\,\cos(\alpha_o - \theta_E/2)} - \frac{2H}{c} > \frac{i}{f_r}$$

da cui

(8.65) $$f_r > \frac{i}{\frac{2H}{c}\{\frac{1-\cos(\alpha_o - \theta_E/2)}{\cos(\alpha_o - \theta_E/2)}\}}$$

La condizione di cui sopra, se non soddisfatta, dovra' comportare la seguente condizione:

(8.66) $$T_{max} - i/f_r < \frac{2H}{c}$$

Dalla (8.66) si ha

(8.67) $$f_r < \frac{i}{\frac{2H}{c}\{\frac{1-\cos(\alpha_o + \theta_E/2)}{\cos(\alpha_o + \theta_E/2)}\}}$$

Per uno "swath" pari a 30 km secondo i parametri piu' volte citati si ottengono le limitazioni ancora riportate in fig.8.17.

Dagli andamenti di fig.8.17 e' possibile osservare quali frequenze di ripetizione possono essere adottate.

D'altro canto ulteriori vincoli vanno tenuti presenti e particolari analisi dovranno essere effettuate al fine di ottimizzare i "pattern" d'antenna tenendo conto di opportune reti di pesatura in distanza ed azimut, cosi' da ottimizzare il rapporto di

f) ambiguita'

(l'"Integrated Side Lobe Ratio" - ISLR) come delimitazione del livello dei segnali spuri (in distanza e azimut) che vengono a mescolarsi con il segnale utile.

Un possibile criterio per conseguire l'ottimizzazione di cui sopra puo' essere quello di ricercare per ogni parametro, oggetto di analisi, quel valore che consente di rendere massima la larghezza dello "swath", avendo soddisfatto i requisiti della qualita' dell'immagine.

Il parametro su cui viene posta spesso particolare attenzione e' ancora la PRF (una volta scelto il pattern di antenna), in tal modo sara' possibile una scelta definitiva, nell'ambito degli spazi ammessi in fig.8.17.

La qualita' dell'immagine per semplicita' viene riferita generalmente a solo due dei parametri definiti nel par. 8.4: la risoluzione (in distanza ed azimut) ed al rapporto segnale a disturbo che puo' essere scritto

$$(8.68) \qquad \frac{S}{P_D} = \frac{S}{P_N+P_A+P_L} = \frac{1}{\frac{P_N}{S} + \frac{P_A}{S} + \frac{P_L}{S}}$$

dove

S e' la potenza del segnale utile
P_D " " " " disturbo globale
P_N " " " " rumore di sistema
P_A " " " degli echi ambigui (ritorni da zone laterali in distanza ed azimut: ambiguita' inter-"swath")
P_L e' la potenza dei lobi laterali relativi alla forma d'onda trasmessa (ambiguita' intra-"swath")

Il problema pertanto si sposta nella valutazione di S/P_A che costituisce il rapporto di ambiguita', in quanto le altre grandezze che compaiono nella (8.68) sono state gia' ampiamente discusse. Al fine di valutare detto rapporto di ambiguita' converra' porre le seguenti definizioni, facendo riferimento alla schematizzazione di fig.8.18:

- $A(\theta,\psi)$ pattern d'antenna in campo lontano
- $\sigma^o(x,y)$ coefficiente di riflettivita'
- $S_{x,y}(x,y)$ energia del segnale corrispodente ad un elemento di risoluzione di area $\Delta x\ \Delta y$

Dalla equazione radar si ottiene [5], [7]:

$$(8.69) \qquad S_{x,y}(x,y) \doteq |A^2[\theta(x),\ \psi(y)]| \cdot \frac{\sigma^o(x,y)}{R^4} \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

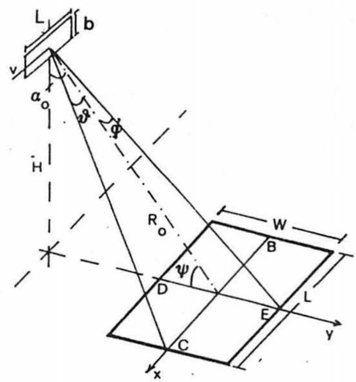


Fig.8.18 - Schematizzazione utile alla valutazione del rapporto di ambiguita'.

Passando da coordinate cartesiane alle coordinate individuate dalla frequenza doppler (f) (che rappresenta la coordinata azimutale) e ritardo (t_d) (elevazione o distanza) e' possibile ottenere la seguente espressione, con ovvio significato dei simboli:

$$S(f,t_d) \doteq G(f,t_d)\,\frac{\sigma(f,t_d)}{R^3}\,\delta\theta\cdot\delta R \tag{8.70}$$

Assumendo la riflettivita' indipendente dalla frequenza (simmetria circolare) si ha:

$$\sigma(f,t_d) = \sigma(t_d) = \sigma^o(\alpha_o+\phi) = \sigma^o\left(\alpha_o + \frac{c\ \mathrm{tg}\,\psi}{2\,R_o}\cdot t_d\right) \tag{8.71}$$

che puo' essere desunta dagli andamenti di fig.8.15.

Peraltro il guadagno dell'antenna (rettangolare) $G(f,t_d)$ puo' essere separato nei contributi in distanza ed azimut

$$\begin{aligned} G(f,t_d) &= W_a(f/B_A)\mathrm{sinc}^2(f/B_A)\cdot W_e(t_d/T)\mathrm{sinc}^2(t_d/T) = \\ &= G_f(f)\ G_d(t_d) \end{aligned} \tag{8.72}$$

dove
$W_a(\cdot)$ ($W_e(\cdot)$) rappresenta la funzione peso in azimut (elevazione)
sinc(x) = [sen (x)]/(x)

Pertanto le funzioni peso possono essere ottimizzate separatamente per l'azimut e per la elevazione (o distanza), al fine di minimizzare i residui dell'ambiguita'.

Considerando ancora (ric. (8.36)):

$$\delta\theta = \text{cost} \rightarrow R''_{AZ}$$

(8.73)

$$\delta R = R_D = \frac{\Delta R}{\text{sen}\alpha_o} = \frac{c\,\tau_c}{2}\,\frac{1}{\text{sen}\alpha_o}$$

e' possibile definire [7] rapporto di ambiguita' relativamente alla singola cella in distanza (caratterizzata da t_d):

(8.74)

$$\frac{S}{P_A}(t_d) = \frac{\int_{-B_{A/2}}^{B_{A/2}} S(f,t_d)\,df}{\sum_n\sum_m \int_{-B_{A/2}+mf_r}^{B_{A/2}+mf_r} S(f+mf_r,\, t_d+nT)\,df} \qquad \text{per } \begin{cases} n=o, & m\neq o \\ n\neq o, & m \text{ qualsiasi} \end{cases}$$

come rapporto fra la parte del segnale utile corrispondente alla cella in esame, ed il segnale che nella stessa cella viene a cadere per effetto della anbiguita' in distanza ed in azimut.

A questo punto il problema di ottimizzare le leggi di peso, la PRF... puo' dirsi impostato e l'analisi, che viene condotta solitamente con metodi numerici, conduce a degli andamenti della (8.76) del tipo di quelli riportati in fig. 8.19 da [1], per una determinata scelta delle PRF come compromesso larghezza dello swath "data rate". In particolare si osservi che in fig.8.19 per ogni α_o e' riportato il valore dell'inverso della (8.74) corrispondente alla cella piu' critica nell'ambito dello swath. Naturalmente e' possibile tenere conto anche della curvatura terrestre anche se la relativa valutazione conduce quasi sempre ad effetti di secondo ordine.

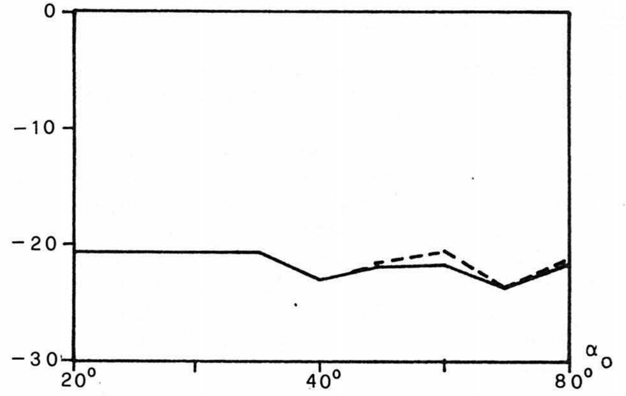


Fig.8.19 - Andamento dell´inverso del rapporto di ambiguita´ al variare dell´angolo di off-nadir [1]

———————— valore medio

- - - - - - - - valore massimo nello "swath"

8.8. Algoritmi di elaborazione

Al fine di realizzare le prestazioni cui piu´ volte si e´ accennato, il dato di media frequenza come disponibile nelle due classiche componenti x e y deve essere opportunamente trattato, secondo la possibile schematizzazione di fig.8.20:

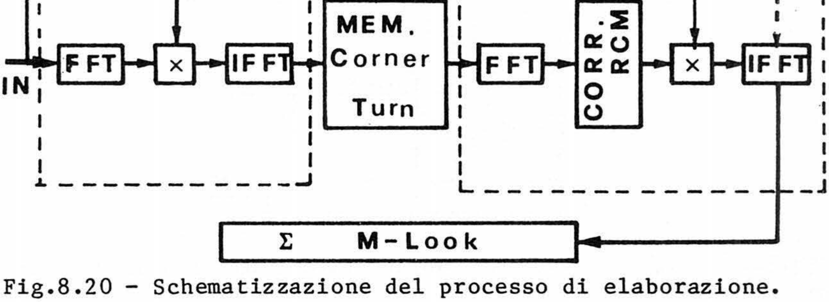


Fig.8.20 - Schematizzazione del processo di elaborazione.

a) Compressione in distanza

La compressione in questione puo' in realta' essere realizzata in media frequenza ma usualmente, per ragioni di dinamica, e' realizzata sulle componenti video.

Un modo molto valido dal punto di vista computazionale e' quello per cui sui dati corrispondenti ad ogni sweep in distanza (cioe' i dati associati con l'impulso emesso per ogni azimut) viene fatta la trasformata di Fourier ed il risultato e' moltiplicato per la trasformata di Fourier della funzione di riferimento in distanza. Sul risultato viene operata la trasformata di Fourier inversa (IFFT) a completamento della operazione di cross correlazione nel dominio della frequenza.

b) Memoria "corner-turning"

Prima della compressione in azimut i dati disponibili in distanza devono poter essere riletti in azimut per ogni distanza. In realta' i dati "compressi in distanza" possono essere memorizzati in una forma bidimensionale e quindi trasposti.

Una possibile struttura di tipo sequenziale e' riportata in fig.8.21 in cui l'elaborazione e' praticamente continua. I dati per una certa distanza ai vari azimut sono disponibili insieme e quindi elaborabili con continuita' per le varie distanze. Dopo un tempo pari a $1/f_r$, tutti i dati sono traslati di una colonna e si puo' procedere all'elaborazione degli azimut contigui, schematizzata in fig.8.21 come una successione di prodotti per dei pesi opportuni.

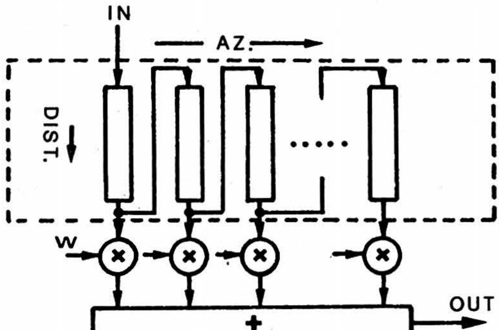


Fig.8.21 - Schematizzazione della memoria di tipo sequenziale.

Al fine di considerare l'ordine di grandezza della memoria si consideri che il numero delle celle (o campioni complessi) in distanza necessaria sono

$$(8.75) \qquad N_R = \frac{S_R}{N_L \frac{L}{2}}$$

(avendo ipotizzato pari risoluzione (v. (8.34)) in distanza ed azimut), mentre il numero delle celle in azimut diviene (v. fig.8.4):

$$(8.76) \qquad N_A = \frac{T_A}{N_L} \frac{1}{N_L \frac{L}{2} \frac{1}{v}} = \frac{T_A \cdot 2 \cdot v}{N_L^2 \cdot L} = \frac{2 \lambda R_o}{N_L^2 \cdot L^2} = \frac{2 \lambda H}{N_L^2 \cdot L^2 \cos\alpha_o}$$

Nel caso N_L=1 (sfruttando tutta la risoluzione possibile del SAR) si potra' notare l'alto valore di N_A che, per i valori piu' volte citati dei diversi parametri, diviene dell'ordine delle centinaia o anche migliaia. La (8.76) condiziona le dimensioni della struttura di elaborazione ed ha valore se la frequenza di campionamento (f_r) rispetta il segno di eguaglianza della (8.38). Cio' in genere non e' possibile, infatti il segnale con il suo spettro esige un valore piu' alto di f_r per evitare fenomeni di aliasing (v. fig.8.22). Allora e' possibile prefiltrare quindi abbassare la frequenza dei dati in uscita dal prefiltro, ad opera di un interpolatore, ad un valore ottimo per ottenere il valore di N_A della (8.76).

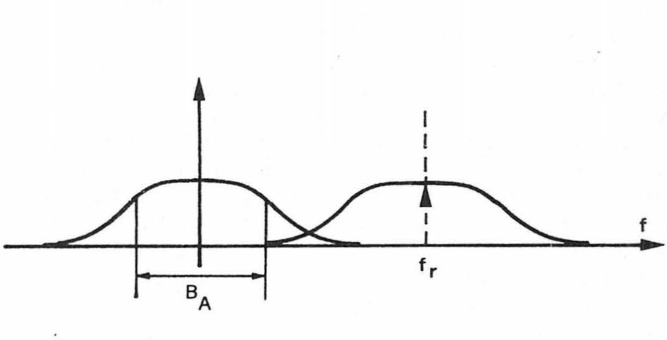


Fig.8.22 - Spettro del segnale SAR.

Il prefiltro puo' avere una struttura del tipo di quella riportata in fig.8.23 oltre alla struttura trasversale classica. Naturalmente i pesi varieranno nel tempo secondo una legge predeterminata e ciclica. Se si sceglie un filtro trasversale (ad es. del tipo FIR - Finite Impulse Response) di 10 elementi, l'uscita del filtro sara' valida solo dopo 10 passi in azimut, allora dato il modesto abbassamento di frequenza f_r possibile, bisognera' multiplare per 10 la struttura di fig.8.23 (v. zona tratteggiata) e poi interpolare le uscite.

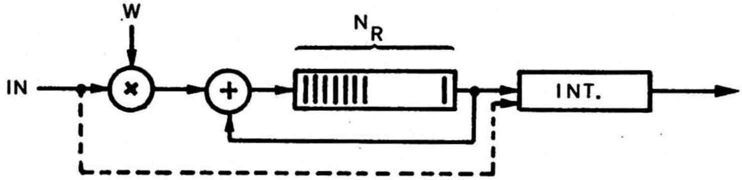


Fig.8.23 - Struttura del prefiltro.

Si tenga presente che valori normali di B_A sono 1000-1500 Hz, mentre la f_r oscilla fra 1700-2000 Hz. Tutto cio' fa intravedere un uso limitato di detto filtro, che invero acquista un significato preciso nel caso si operi con sotto-chirp ("look"). Per esempio, nel caso N_L=6, la banda B_A di fig.8.22 potra' essere filtrata in sei zone realizzando il cosi' detto filtro di sub-apertura. Si tratta della formazione di 6 filtri che operano in parallelo sul segnale di ingresso, che saranno del tipo di quelli in fig.8.23, multiplati in numero non eccessivo in quanto la frequenza f_r potra' essere ridotta di sei volte. Naturalmente detto filtro di sub-apertura potra', ove possibile, contenere anche l'operazione di prefiltraggio.

Particolare analisi dovra' essere condotta sulla risposta in frequenza di detti filtri, che in realta' potranno essere tutti eguali operando convenienti traslazioni in frequenza.

Tutte queste possibili operazioni nello schema di fig.

8.20 sono riassunte nella Memoria "Corner-Turn"; a questo punto si pone il problema della

c) compressione in azimut

I dati "compressi in distanza" sono riletti lungo la direzione azimut e correlati con la corrispodente funzione di riferimento azimutale attraverso ancora la trasformata di Fourier, la moltiplicazione per la funzione di riferimento azimutale associata alla particolare distanza (corretta ad opera delle informazioni relative all´assetto del sensore), seguita dalla IFFT. Peraltro come schematizzato in fig.8.20 e´ spesso necessaria la

d) correzione della "Range Cell Migration" (RCM)

Si e´ detto che la RCM consiste nello spostamento di un particolare punto osservato sulla superficie terrestre di una o piu´ celle in distanza durante il tempo di integrazione. Si e´ detto pure che questa ha due cause principali:

. la "range curvature" dovuta alla geometria del SAR in base alla quale la distanza di cui sopra varia durante il tempo con legge quadratica, infatti i segnali corrispondenti ad una determinata distanza si trovano su una curva piuttosto che su una retta (direzione azimutale). Pertanto i dati su cui operare la compressione azimutale devono essere presi su celle in distanza differenti e questo richiede un processo di ricampionamento.

. la "rotazione terrestre" puo´ provocare lo spostamento della immagine e la sua sfocalizzazione. In particolare si hanno tre effetti:

. se la componente della velocita´ relativa SAR-punto sotto osservazione lungo la coordinata distanza e´ diversa da zero si avra´ una frequenza doppler (ossia un off-set sulla storia doppler) che se non compensata puo´ ovviamente provocare uno shift dell´immagine in azimut (questo fatto ovviamente capitera´ anche nell´osservare bersagli in moto);

. se questa componente, moltiplicata per il tempo di elaborazione, comporta uno spostamento del punto di osservazione superiore ad una cella in distanza si avra´ il fenomeno della "range walk", con definitiva degradazione della immagine;

. se inoltre la componente azimutale non e´ perfettamente compensata dal segnale di riferimento (ric. tecnica del dechirping) si ha lo sfocamento della immagine in quanto varia la pendenza della doppler azimutale.

Tutte queste operazioni di correzione ove e per quanto e' necessario sono realizzate usualmente nel dominio della frequenza (v. fig.8.20), dove la tecnica e' piu' efficiente rispetto ad operazioni nel dominio del tempo, perche' la correzione nel dominio della frequenza e' valida per ogni allocazione azimutale relativamente ad una particolare cella in distanza.

Realizzata la compressione azimutale si passa alla

e) <u>somma multilook</u>

che realizza una integrazione incoerente e quindi, per come detto, una riduzione dello "speckle" a spese di una degradazione della risoluzione. Questa somma e' spesso ottenuta ancora nel dominio della frequenza dividendo dapprima lo spettro in molte sottobande, su cui opera la singola compressione azimutale e quindi i contributi relativi alle bande in questione vengono sommati.

Naturalmente uno dei parametri su cui porre particolare attenzione nei SAR e' la pendenza del riferimento azimutale che deve essere adattata alla storia doppler al fine di ottenere la

f) <u>focalizzazione</u>

Sebbene questa pendenza possa essere stimata dall'orbita e dall'assetto del velivolo (su cui il SAR e' montato) tenendo conto del modello geometrico della terra, una stima piu' accurata e' richiesta spesso per ottenere immagini di alta qualita'. Tutto cio' perche' un piccolo errore su questo parametro puo' provocare un errore significativo sulla qualita' dell'immagine.

Il metodo per ottenere immagini di alta qualita' implica l'uso di una tecnica di focalizzazione adattiva, che quindi viene indicata con il nome di <u>autofocalizzazione</u>.

Detta autofocalizzazione puo' essere realizzata in due modi differenti:

. aggiustando iterativamente la pendenza del riferimento in modo tale da massimizzare il contrasto della immagine ricostruita;

. stimando correzioni sulla pendenza del riferimento basandosi sul fatto che un disadattamento con la pendenza della storia doppler provoca degli errori di posizione azimutale sui singoli look di un punto di riferimento; dalla entita' dello spostamento puo' essere calcolato il valore della correzione necessaria.

Per la sua natura non iterativa questo secondo modo di

autofocalizzazione si presenta in genere piu' efficiente e pratico.

In ogni caso al processo di formazione e correzione della immagine fa usualmente seguito un processo di interpretazione dell'immagine stessa, correlando l'uscita del SAR con i dati disponibili da altre sorgenti di informazioni come mappe geografiche, allocazione di particolari punti...

8.9. Tecniche per aumentare le dimensioni dello swath

Il problema di voler disporre di una maggiore dimensione dello swath (S_R) e' di particolare interesse quando si vogliano esaminare fenomeni rapidamente evolventesi come nello studio dello stato degli oceani. La limitazione posta nelle relazioni (8.47) e (8.48) (v. fig.8.13) porta a dire che un incremento di S_R e' possibile a spese dell'aumento delle dimensioni dell'antenna, che peraltro sono usualmente limitate da problemi pratici. Pertanto sono state ricercate diverse tecniche cui nel seguito viene fatto un rapido cenno.

a) SCANSAR [15] [16]

La copertura del terreno puo' aumentare grazie ad una tecnica di scansione del fascio di antenna in elevazione e quindi di divisione del tempo di osservazione per ogni settore in esame. Pertanto l'intero swath viene segmentato in piu' "subswath" o segmenti, su ciascuno dei quali viene operata la elaborazione dell'immagine, anche se realizzata a tratti quindi con algoritmi speciali. Dovra' essere messa a punto una tecnica di ricombinazione delle varie parti. I problemi di ambiguita' potranno determinare una opportuna definizione dei parametri di sistema (come PRF) per ogni segmento. Naturalmente con la tecnica in questione diminuisce il tempo di osservazione su ogni "subswath" a scapito della risoluzione geometrica o radiometrica. Infatti le dimensioni della storia doppler diminuisce con conseguente possibile diminuzione della risoluzione geometrica o, diminuendo il numero dei look, della risoluzione radiometrica. In accordo con le considerazioni del par.8.7-d), la sensibilita' rimane immutata, mentre la risoluzione puo' essere recuperata creando dei "look" in distanza.

b) Squinted SAR

Gia' nel par.8.2-c) e' stato osservato che operando con un'antenna "squinted" rispetto alla direzione corrispondente ad un SAR convenzionale ($\theta = 90^o$ in fig.8.7) la risoluzione azimutale decresce secondo la (8.17) di sen θ. Naturalmente a questo peggioramento della risoluzione (solo azimutale) fa riscontro un aumento dello "swath" possibile come dimostrabile applicando la (8.38) (modificata per il fatto che la larghezza di banda e' data dalla (8.16)) e la (8.40) (tenendo presente la (8.39) rileggendo le distanze nella direzione "squinted"). Alla (8.44) e quindi (8.48) corrisponde infatti la

$$S'_R = \frac{c\,L}{4\,K_a K_r\,v\,\mathrm{sen}\,\alpha_o\,\mathrm{sen}\,\theta} \qquad (8.77)$$

nella direzione perpendicolare alle iso-range.

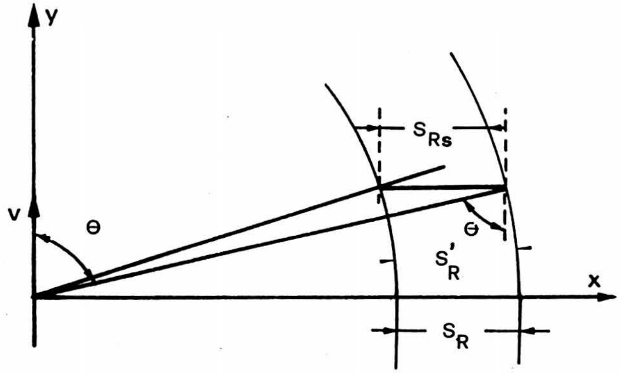


Fig.8.24 - Dimensione dello swath sul SAR squinted.

Le (8.77) e (8.17) confrontate con le (8.48) e (8.6) servono a dimostrare che il rapporto swath-risoluzione azimutale rimane invariato ed indipendente dall'angolo di "squint".

In definitiva il SAR squinted consente un allargamento continuo dello swath, con il solo spostamento dell'asse del fascio a scapito della risoluzione che puo' essere recuperata ancora aumentando la larghezza di banda dell'impulso trasmesso. Inoltre come e' schematizzato in fig.8.24 le dimen-

sioni dello "swath" crescono ulteriormente per effetto della direzione del moto (in direzione y) e quindi la nuova larghezza dello swath diviene S_{RS}. I problemi di ambiguita´ devono essere studiati per la nuova geometria ed anche gli algoritmi di elaborazione delle immagini devono essere adattati all´angolo di "squint".

Un diverso modo per realizzare swath estesi puo´ essere quello della

c) multiplazione del sistema SAR

ossia osservazione contemporanea di piu´ zone.

La multiplazione in questione puo´ essere realizzata in diversi modi, di cui il piu´ semplice ma anche piu´ costoso e´ quello di poter disporre di diversi SAR che guardano zone differenti del terreno. Naturalmente molte parti di questi SAR possono essere comuni consentendo una notevole economia. Peraltro e´ possibile poter differenziare i diversi SAR variando:

. frequenza di trasmissione
. la PRF
. la forma d´onda in trasmissione

Naturalmente la separazione a livello spaziale (in elevazione) puo´ essere realizzata oltre che con diverse antenne, anche realizzando una moltiplicita´ di fasci in ricezione con tecniche di separazione fra varie sezioni delle antenne o riconfigurazione nella formazione dei fasci con metodologie del tipo "Digital Beam Forming", cui verra´ fatto cenno nel seguito.

In ogni caso nella selezione del sistema da adottare per aumentare lo swath e´ elemento determinante il requisito di subswath continui o discreti (a salti), che in genere consentono metodologie di separazione piu´ semplici.

App.1. Valutazione dei ritorni nel SAR

Considerando la schematizzazione di fig.8.3, avendo l'antenna una apertura di λ/L, il bersaglio e' illuminato dal radar, finche' si trova nel tratto B-C che si muove solidalmente con il veivolo A. Il moto relativo fra bersaglio ed antenna introduce uno sfasamento doppler nel segnale ricevuto. E' questo sfasamento doppler che verra' estratto attraverso una elaborazione coerente onde ottenere una migliore risoluzione in azimut.

In realta' detto $e^{j\omega_T t}$ il segnale trasmesso, il segnale ricevuto sara':

$$(A.1) \qquad r(t) = e^{j\omega_T \{t - \frac{2 \cdot R(t)}{c}\}}$$

avendo assunto che l'ampiezza del segnale in ricezione non vari nelle varie posizioni nel fascio di antenna; in realta' detta ampiezza varia anche per effetto del fatto che il lobo dell'antenna non e' rettangolare, peraltro questo effetto e' noto a priori e quindi corregibile.

Ritenendo ora che per t=0 A sia in x_1; allora:

$$(A.2) \quad R(t) = \sqrt{R_o^2 + (vt-x_1)^2} = R_o[1 + \frac{(vt-x_1)^2}{2\,R_o^2} - \frac{(vt-x_1)^4}{8\,R_o^4} + \ldots]$$

e quindi

$$(A.3) \qquad \dot{R}(t) = \frac{v(vt-x_1)}{R_o} - \frac{v(vt-x_1)^3}{2\,R_o} + \ldots$$

Dalla (A.1) per la (A.3) si ottiene l'espressione della

pulsazione istantanea

$$(A.4)\ \omega_i = \frac{d\phi}{dt} = \omega_o - \frac{2\omega_o}{c}\dot{R}(t) = \omega_o - \frac{2\omega_o}{c}\left\{\frac{v^2 t - v x_1}{R_o} - \frac{v(vt-x_1)^3}{2R_o^3} + \ldots\right\}$$

Trascurando i termini d'ordine superiori al primo, il segnale in ricezione r(t) puo' essere ritenuto un "chirp", di ampiezza costante, per le ipotesi poste, e di pendenza:

$$(A.5)\qquad \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{2\omega_o}{cR_o}v^2 \quad\rightarrow\quad \frac{df}{dt} = \frac{2f_o}{cR_o}v^2 = \frac{2v^2}{\lambda R_o}$$

Dalla (A.5) si ha l'andamento di fig.8.4 e considerando il tempo di permanenza di P nel fascio (v. (8.4)) si ha la larghezza di banda come definita in fig.8.4.

App.2. "Dechirping" e DFT come tecnica di correlazione subottima

Dato un chirp

$$(A.6)\qquad \psi_v(t) = e^{j\pi \frac{\mu}{T} t^2} \qquad 0 \le t \le T$$

dove

μ e' la banda del chirp
T e' la durata del chirp

allora il filtraggio ottimo consiste nella materializzazione del processo di autocorrelazione. Ipotizzata peraltro una frequenza di campionamento $f_c=1/T_c$, supposto intero $M=T/T_c$ e $f_c=\mu$ allora il prodotto tempo-banda diviene:

$$(A.7)\qquad \mu T = \mu M\, T_c = \mu M \cdot \frac{1}{f_c} = M$$

D'altro canto la correlazione, cui sopra si e' fatto cenno, operando su segnali campionati diviene (ipotizzando t/T_c sia un numero intero) (v. (A.20) e (A.22) di cap.3):

$$(A.8)\quad g(\tau) = \sum_{n=o}^{M-1-t/T_c} e^{j\pi \frac{\mu}{T}(n\,T_c+\tau)^2} \cdot e^{-j\pi \frac{\mu}{T}(n\,T_c)^2} \qquad \text{per } \tau > 0$$

da cui si ha dopo semplici passaggi:

$$(A.9)\quad |g(\tau)| = \left| \frac{\text{sen}\{(M-\tau/T_c)\pi \frac{T_c}{T}\mu\tau\}}{\text{sen}[\pi \frac{T_c}{T}\mu\tau]} \right|$$

Per T_c che tende a zero la (A.9) diviene l'uscita del filtro ottimo per un segnale non campionato. Peraltro nell'ipotesi $f_c=\mu$ la (A.9) diviene:

$$(A.10)\quad |g(\tau)| = \left| \frac{\text{sen}[\pi \frac{\mu}{T}\tau\,(T-|\tau|)]}{\text{sen}\pi\,\tau/T} \right|$$

Ponendo nella (A.9) $(T-|\tau|)$ in luogo di $(T-\tau)$ la (A.10) ha valore anche per $\tau<0$.

Una tecnica di elaborazione per conseguire il filtraggio ottimo puo' essere quella di precostituire un chirp, allocato in tempo in una posizione predeterminata, di lunghezza ad es. 2T come schematizzato in fig.8.8

$$(A.11)\quad \psi_r(t) = e^{j\pi \frac{\mu}{T} t^2} \qquad 0 \le t \le 2\,T$$

e "mescolarlo" con il chirp di ingresso di cui non e' nota la posizione:

$$(A.12)\quad \psi_v(t) = e^{j\pi \frac{\mu}{T}(t-\tau_R)^2} \qquad \tau_R \le t \le \tau_R + T$$

infatti nella elaborazione in oggetto e' proprio τ_R la posizione che deve essere determinata.

Dal battimento fra la (A.11) e la (A.12) si ha allora:

$$(A.13)\quad y(t) = e^{-j\pi \frac{\mu}{T}\tau_R^2} \cdot e^{j\,2\pi \frac{\mu\tau_R}{T} t} \qquad \tau_R \le t \le \tau_R + T$$

Il problema in questione diviene allora quello della determinazione della frequenza contenuta nella (A.13), frequenza che e' direttamente legata a τ_R

In altre parole determinare la frequenza significa determinare la posizione angolare del bersaglio in una particolare cella di distanza. Tutto cio' e' schematicamente riportato in fig.8.8, dove e' riportata la storia di vari bersagli ad una certa distanza.

Pensando di elaborare solo i dati contenuti nella zona tratteggiata, chiaramente potranno essere estratti senza perdite solo i bersagli contenuti nella zona temporale T_o, cui corrisponde una dinamica di frequenza Δf. Tutto cio' fa prevedere una relazione univoca fra posizione temporale e frequenza; in altre parole, fissate le zone di analisi (quindi note le relative posizioni) ed il chirp di riferimento $\psi_r(t)$, converra' dapprima indagare solo l'eventuale presenza di un segnale a frequenza f_1, poi spostando la zona di analisi in tempo di ΔT, quella di un segnale a frequenza $f_2(=f_1 - \mu\Delta T/T)$ e cosi' via. Alla ampiezza di ogni frequenza corrispondera' la riflettivita' della particolare cella esaminata.

Per quanto detto sara' pensabile di utilizzare la tecnica "sliding".

Converra' ora analizzare come la tecnica di estrazione di frequenze (di cui sopra) che puo' essere ottenuta con la DFT, si avvicini ad un filtraggio ottimo.

E' noto come la DFT di una serie di N campioni x(n) e' data dalla

$$X(k) = \sum_{n=o}^{N-1} x(n)\, e^{-j2\pi\cdot\frac{nk}{N}} \tag{A.14}$$

Peraltro il segnale (A.13) potra' essere campionato a frequenza corrispondente alla banda massima:

$$y(n) = e^{-j\pi\frac{\mu}{T}\cdot\tau_R^2}\, e^{j2\pi\cdot\frac{\mu\tau_R}{T}\, n\, T_c} \tag{A.15}$$

dove e' possibile porre

$$\frac{T}{T_c} = M \;;\; f_c = \mu = \frac{1}{T_c} \;;\; \tau_R = i\, T_c$$

Il campo di validita' di n diviene allora:

$$
\begin{array}{ll}
0 \leq n \leq M-1 & \text{per } \tau_R = 0 \\
1 \leq n \leq M & \text{"} \quad \tau_R = T_c \\
2 \leq n \leq M+1 & \text{"} \quad \tau_R = 2\,T_c \\
\vdots & \vdots \\
M-1 \leq n \leq 2\,M-2 & \text{"} \quad \tau_R = (M-1)\,T_c
\end{array}
$$

per cui la DFT della (A.15) e´ data dalla relazione:

$$
\text{(A.16)} \qquad Y(k) = \sum_{n=i}^{M+(i-1)} e^{-j\pi\mu\frac{(i\cdot T_c)^2}{T}} e^{-j\cdot 2\pi \frac{n}{M}(k-i)}
$$

da cui:

$$
\text{(A.17)} \qquad |Y(k)| = \frac{\operatorname{sen}[\pi(k-i)]}{\operatorname{sen}[\frac{\pi}{M}(k-i)]}
$$

Per $\tau \ll T$ la (A.10) (campionata nelle solite ipotesi) si identifica con la (A.17), cosi´ che il piano frequenze puo´ essere rivisto come l´uscita in tempo di un filtro adattato.

In particolare per K=i si ha Y(k)=M, come era da attendersi, considerando una integrazione coerente e come e´ possibile ottenere dalla (A.10) per $\tau \to 0$.

Considerando d´altro canto il rumore e quindi M campioni indipendenti, ciascuno descritto dalla varianza σ^2, dalla (A.14) si ha una uscita che, comunque sia, per M sufficientemente grande, tende ad una gaussiana di varianza $M\sigma^2$. Ne viene un guadagno in potenza in S/N pari a M, in accordo con quanto avviene con l´elaborazione ottima di cui nella (A.9) e (A.10).

Bibliografia

[1] S.BARBAROSSA, G.LEVRINI, G.PICARDI: "The sensitivity problem in the Synthetic Aperture Radar (SAR)", Alta Frequenza, n.6, pp.337-348, 1986.

[2] JPL: Spaceborne Imaging Radar SIR-C System Requirement Review, October 23-24, 1985.

[3] C.ELACHI, T.BICKNELL, R.JORDAN, C.WU: "Spaceborne Synthetic Aperture Radars: Applications, Techniques and Technology", IEEE Proceedings, Vol.70, n.10, October 1982.

[4] K.TOMIYASU: "Tutorial review of synthetic aperture radar (SAR) with application to imaging of the ocean surface", Proceedings IEEE, Vol.66, pp.563-583, May 1978.

[5] R.W.BAYMA, P.A.McINNES: "Aperture size and ambiguity constraints for a synthetic aperture radar", IEEE International Radar Conference Record, pp.499-504, April 1975.

[6] F.K.LI, W.T.K.JOHNSON: "Ambiguities in spaceborne synthetic aperture radar systems", IEEE Trans. AES, Vol.19, n.3, pp.388-396, May 1983.

[7] M.G.ADDARIO, L.BORGARELLI, G.PICARDI, G.SPINA: "The resolution problem in synthetic aperture radar", MELECON 85, Madrid, pp.345-349, October 1985.

[8] "Studio di fattibilita' di sensori a microonde per Telerilevamento: SAR" CISE-CNR contract SAS-80-0151.

[9] F.J.HARRIS: "On the use of window for harmonic analysis with the Discrete Fourier Transform", Proc. of IEEE, Vol.66, n.1, Jan. 1978, pp.51-83.

[10] G.PICARDI: "Range and azimut non linearities errors", X-SAR Doc/no TN/SAR/SES/003, March 1986, Selenia Spazio Techn. Note.

[11] G.LEVRINI: "X-SAR instrument error budget", X-SAR Doc/no TN-XSAR-1000-SS/003, June 1986, Selenia Spazio Techn. Note.

[12] J.CIMINO: "The Evolution of the Spaceborne Imaging Radar Systems Toward EOS", Jet Propulsion Laboratory, 1986.

[13] T.BUCCIARELLI, V.PETTENELLO, G.PICARDI: "Range resolution problems in a SAR: chirp digital generator", Alta Frequenza, n.6, 1986.

[14] NOBUO HAMANO: "Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data", Itachi Review, Vol.33, 1984, n.3, pp.161-166.

[15] R.K.MOORE, J.P.CLAASSEU, Y.H. LIN: "Scanning Spaceborne SAR with Integrated Radiometer", IEEE Trans. on Aeros. and Electr. Syst., Vol.AES-17, n.3, May 1981, pp.410-420.

[16] K.TOMIYASU: "Conceptual performance of a satellite borne, wide swath SAR", IEEE Trans. on geosc. and remote sensing, Vol.GE-19, n.2, April 1981, pp.108-116.

9. IL RADAR DI IMMAGINE

9.1. Introduzione

Il radar ad apertura sintetica puo´ essere considerato come un caso particolare di un radar di immagine [3], che ha lo scopo non solo di visualizzare un determinato oggetto, ma piu´ in genere di analizzare una intera scena, al fine magari di formularne una classificazione, potra´ trattarsi di una superficie o anche di un oggetto nello spazio tridimensionale.

E´ stato piu´ volte detto che l´utilizzazione di forme d´onda a larga banda determinano la <u>risoluzione in distanza</u> come schematicamente individuato nella fig.9.1 in cui nello spazio del target e´ appunto individuata una cella di risoluzione in distanza. Converra´ anche ricordare come la accuratezza nella misura della distanza dipende oltre che dalla larghezza di banda del segnale utilizzato anche dal rapporto segnale-rumore.

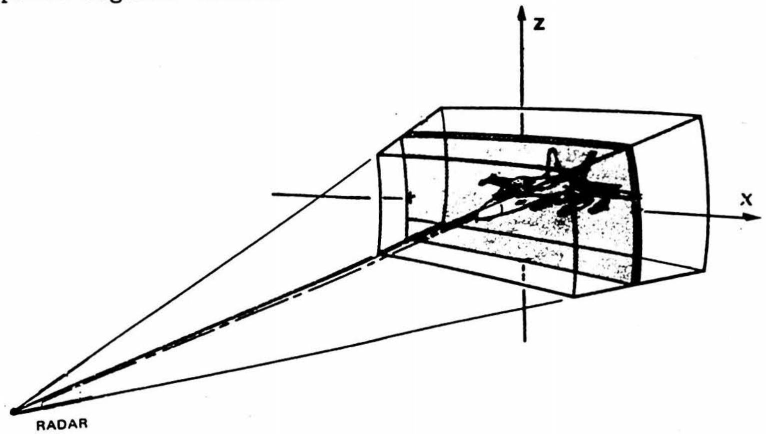


Fig.9.1 - Schematizzazione utile al fine di visualizzare la risoluzione in distanza [3].

Nelle altre direzioni (elevazione ed azimut) normalmente la discriminazione determinabile dal fascio di antenna non e´ rilevante, d´altro canto una discriminazione per altra via potra´ consentire una visione contemporanea di piu´ oggetti nello spazio, come avviene in distanza. Peraltro una elevata discriminazione nelle direzioni elevazione ed azimut e´ possibile grazie all´effetto doppler, che, come gia´ visto, ha consentito l´alta risoluzione nel SAR.

Nel seguito verra´ richiamato il principio informatore e verranno dettagliate possibili applicazioni.

9.2. Elaborazione doppler

Si consideri un oggetto che rotei con velocita´ angolare Ω intorno ad un punto O come schematizzato in fig. 9.2: un particolare suo punto P descrivera´ una circonferenza di raggio d. Ci si limitera´ nel seguito ad osservare delle superfici, ma l´estensione al caso tridimensionale appare immediata.

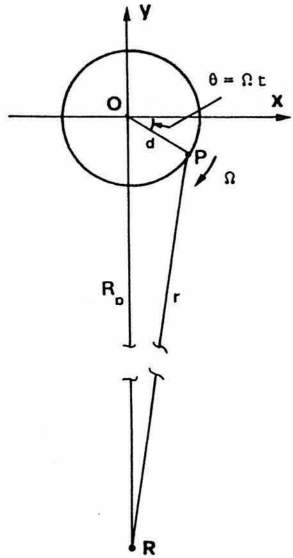


Fig.9.2 - Schematizzazione utile alla valutazione dell´effetto doppler.

Converra´ ipotizzare la distanza oggetto-radar talmente elevata per modo che le congiungenti OR e PR possano ritenersi parallele; e´ possibile allora scrivere:

(9.1) $$r = R_o - d \,\mathrm{sen}\, \Omega\, t$$

e ad una eccitazione sinusoidale $e^{j\omega_T t}$ corrispondera´ un segnale di ritorno

(9.2) $$e^{j\omega_T(t - \frac{2r}{c})} = e^{j\Phi}$$

dove per la (9.1):

(9.3) $$\Phi = \omega_T(t - \frac{2r}{c}) = 2\pi \{f_T t - \frac{2R_o}{\lambda} + \frac{2d}{\lambda} \,\mathrm{sen}\Omega\, t\}$$

con ovvio significato dei simboli.

Naturalmente la lettura delle fasi implica una coerenza nella ricezione ed alla (9.3) potra´ corrispondere una <u>frequenza (temporale)</u>:

(9.4) $$f_t = \frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi}{dt} = f_T + \frac{2\Omega}{\lambda} d \cos\Omega\, t = f_T + \frac{2\Omega}{\lambda} x$$

D´altra parte la nozione tempo (come anche nel SAR) non e´ essenziale e puo´ essere introdotto il concetto di dislocazione spaziale e quindi di <u>frequenza angolare</u>:

(9.5) $$f_\theta = \frac{1}{2}\frac{d\Phi}{d\theta} = \frac{f_T}{\lambda} + \frac{2x}{\lambda}$$

ricordando (v. fig.9.2) $\theta = \Omega t$.

Allora la discriminazione lungo la coordinata x puo´ aver luogo con una lettura di frequenze, che puo´ avvenire con un banco di filtri doppler.

Naturalmente ad una tecnica del genere, che puo´ essere "on-line" o in tempo reale, e´ possibile associare una elaborazione "off-line", ossia una memorizzazione dei dati e rilevamento per incrementi angolari, effettuando molte misure a θ differenti, naturalmente la discretizzazione delle misure e´ effettuabile tenendo conto della teoria del campionamento.

La risoluzione nella direzione x (angolare o azimutale) e' allora legata al tempo T_e di elaborazione, in quanto, con metodologie classiche e' possibile una risoluzione in frequenza Δf se:

$$\Delta f \geq \frac{1}{T_e} \tag{9.6}$$

pertanto per la (9.4) si ha

$$\Delta f = \frac{2\Omega}{\lambda}\,\Delta x \geq \frac{1}{T_e} \tag{9.7}$$

da cui

$$\Delta x \geq \frac{\lambda}{2\,\Omega\,T_e} = \frac{\lambda}{2\Delta\theta} \tag{9.8}$$

In definitiva all'aumentare del $\Delta\theta$, ossia della zona angolare di osservazione, aumenta la "risoluzione angolare" (Δx diminuisce).

Considerando peraltro un oggetto contenuto in una circonferenza di raggio R (fig.9.3), lo spostamento della ascissa di ogni punto del corpo converra' sia contenuto nella cella di risoluzione ossia in Δx e quindi (per $\theta = \pi/2$: caso peggiore)

$$R \cdot \Delta\theta \leq \Delta x \tag{9.9}$$

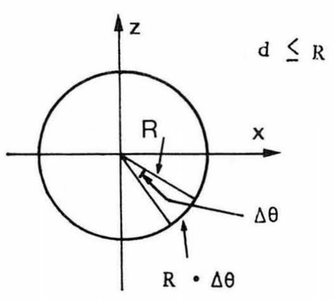


Fig.9.3 - Determinazione della risoluzione azimutale.

Combinando la (9.9) con la (9.8) si ha

$$(9.10) \qquad (\Delta x)^2 \geq \frac{\lambda R}{2}$$

che costituisce un limite alla risoluzione ottenibile.

Pertanto nello spazio del target di cui in fig.9.1 si riesce ad isolare una cella azimutale (determinata dalle (9.8) e (9.10)) come schematizzato in fig.9.4, ad opera della rotazione intorno all'asse z individuata ancora nella stessa figura.

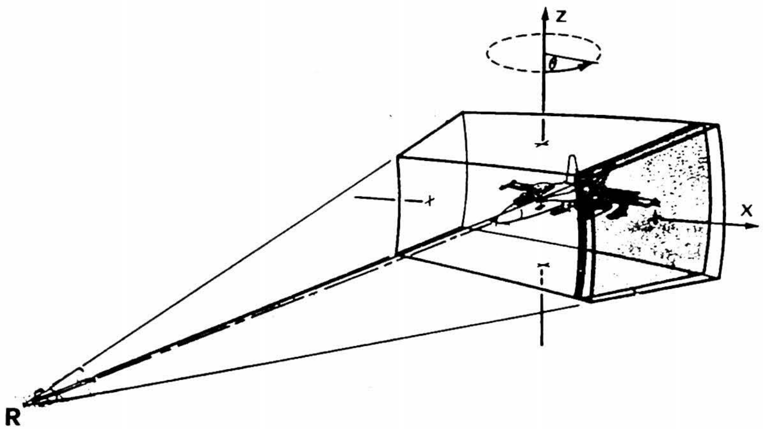


Fig.9.4 - Schematizzazione della risoluzione azimutale [3].

Naturalmente considerando una rotazione anche intorno all'asse x e' possibile poter disporre anche di una cella di risoluzione in elevazione e quindi individuare un punto nello spazio a tre dimensioni.

Evoluzioni della fase e spettri (ottenuti operando trasformate di Fourier) sono riportate in fig.9.5, che consente la definizione del processo di elaborazione. Dallo spostamento del picco dello spettro e' possibile ricavare immediatamente la dislocazione azimutale, mentre le celle in distanza vengono risolte con l'ordinario processo caratteristico di ogni radar ad impulsi.

Naturalmente lo spostamento angolare di cui in fig.9.2 puo' essere rivisto in forma duale come oggetto fisso ed il radar in moto su una circonferenza di centro ancora 0, come schematicamente individuato ancora in fig.9.6. Spostamenti

del radar su traiettorie differenti dalla circolare comporteranno il fatto di dover convenientemente compensare le fasi, tenendo conto dello scostamento della traiettoria dalla circolare. E' possibile quindi ritenere il SAR, di cui nel capitolo che precede, un caso particolare di quanto sopra esposto e la compressione azimutale (dechirping) corrisponde proprio alla compensazione delle fasi, poiche' il radar si muove su traiettoria rettilinea e non circolare.

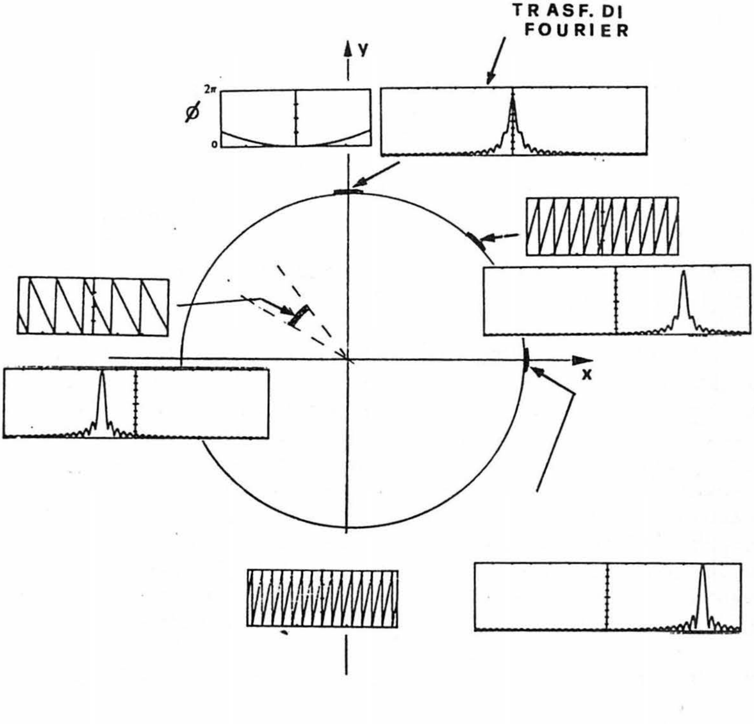


Fig.9.5 - Schematizzazione del processo di elaborazione azimutale.

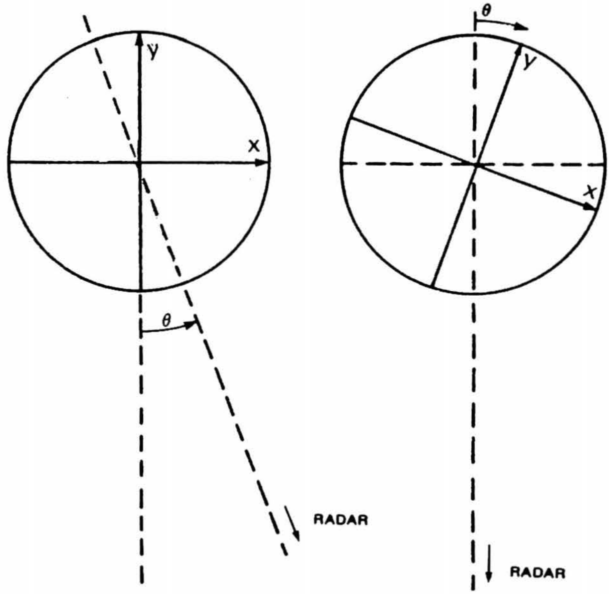


Fig.9.6 - Dualita' della rotazione di oggetti e spostamento del punto di osservazione radar.

In realta' l'operazione di individuazione di particolari punti nello spazio del target, puo' essere rivista come una somma coerente dei ritorni. Pertanto una rivelazione ad alta risoluzione (focalizzazione) del punto 0, corrisponde a dover sommare i vari ritorni per varie dislocazioni spaziali (rispettando il teorema del campionamento) senza aggiustamento delle fasi nel caso appunto di traiettoria circolare intorno ad 0. La cosa cambia se si volesse focalizzare un punto come il punto P(x,0) di fig.9.7 (il punto 0 in questa figura e' descritto tramite le sue coordinate cartesiane: P(0,0)). E' possibile infatti scrivere facilmente:

$$(9.11) \qquad r \simeq \sqrt{x^2\cos^2\theta + (R_o - x\,\text{sen}\theta)^2} = \sqrt{R_o^2 + x^2 - 2x\cdot R_o \cdot \text{sen}\,\theta} \simeq$$

$$\simeq R_o - x\,\text{sen}\,\theta + \frac{x^2}{2R_o}\cos^2\theta - \frac{x^3}{2R_o}\cos^2\theta\,\text{sen}\,\theta + \ldots$$

ossia la fase del segnale di ritorno (a meno del termine connesso alla portante: v. (9.2)) diviene:

$$(9.12) \qquad \Phi = -2\pi \frac{2r}{\lambda} \simeq -4\pi \frac{R_o}{\lambda} + 4\pi \frac{x}{\lambda} \operatorname{sen}\theta$$

dove solo l'ultimo termine e' importante ai fini delle considerazioni che seguono. Pertanto per ogni posizione angolare θ si avra' un ritorno $V_P(\theta)$ determinato dalla fase (9.12), il processo di focalizzazione dovra' corrispondere a rimettere in fase i vari ritorni ai vari θ, ossia si dovra' procedere (nei limiti di validita' dello sviluppo (9.12)) alla seguente operazione:

$$(9.13) \qquad V(P) = \sum_{\theta} V_P(\theta)\, e^{-j2\pi \operatorname{sen}\theta \frac{2x}{\lambda}} \simeq \sum_{\theta} V_P(\theta)\, e^{-j2\pi\theta \frac{2x}{\lambda}}$$

dove l'ultima relazione e' valida per piccoli angoli di osservazione.

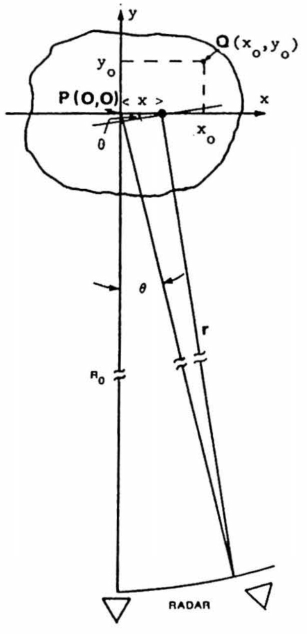


Fig.9.7 - Schematizzazione del processo di focalizzazione.

Il processo di elaborazione corrisponde quindi, nei limiti di validita' degli sviluppi di cui sopra, ad una DFT (Discrete Fourier Transform) realizzata su dati rilevati quando il radar e' dislocato in posizioni angolari discrete (campionamento angolare in modo uniforme). Cambiando oppor-

tunamente la variabile $2x/\lambda$ si ha la focalizzazione dei diversi punti dislocati sull'asse delle ascisse. Considerando la discretizzazione anche in x, nasce la possibilita' di adottare l'algoritmo FFT (Fast Fourier Transform) che, come e' noto, e' estremamente efficiente. I problemi che dovranno essere puntualizzati quindi sono inerenti alle perdite di risoluzione e di sensibilita' dovute all'uso della DFT in luogo di un integratore coerente ideale.

9.3. Problemi di risoluzione e focalizzazione

La distanza del generico punto $Q(x_o,y_o)$ (v. fig.9.7) dal radar e' data dalla relazione:

$$\begin{aligned} r(\theta,x_o,y_o) &= \sqrt{(R_o-x_o\text{sen}\theta+y_o\cos\theta)^2 + (x_o\cos\theta+y_o\text{sen}\theta)^2} = \\ (9.14) \qquad &= \sqrt{R_o^2+2R_o(y_o\cos\theta-x_o\text{sen}\theta) + (x_o^2+y_o^2)^2} = \\ &= R_o + (y_o\cos\theta-x_o\text{sen}\theta) + \dots \end{aligned}$$

cui corrisponde il termine di fase (andata-ritorno):

$$(9.15) \qquad \Phi(\theta,x_o,y_o) = -\frac{4\pi}{\lambda}\, r(\theta,x_o,y_o)$$

Peraltro il processo di focalizzazione, per come detto, consiste in una somma coerente dei vari ritorni, corretti in fase secondo la (9.15), ne viene:

$$(9.16) \qquad V_c(x_o,y_o) = \sum_\theta V_Q(\theta)\; e^{-j\Phi(\theta,x_o,y_o)}$$

L'operazione di integrazione coerente (9.16) puo' essere riconsiderata d'altro canto come un filtraggio, nel senso che, scelto un particolare punto P(x,y) da voler focalizzare o per cui i vari ritorni si debbano integrare coerentemente, ogni altro punto $Q(x_o,y_o)$ dara' luogo alla:

$$(9.17) \qquad V(x_o,y_o) = \sum_\theta V_Q(\theta)\; e^{-j\Phi(\theta,x,y)}$$

Nel caso che il punto P(x,y) coincida con il punto $Q(x_o,y_o)$, la (9.17) si identifica con la (9.16).

E' possibile ora definire <u>risoluzione</u> lo spostamento nelle singole direzioni (dal punto scelto come punto da focalizzare: P(x,y)), per cui da una condizione di somma coerente ottima (i vari ritorni sono sommati in fase: v. fig. 9.8a)) si passa ad uno zero (i vari vettori rappresentativi si annullano nella loro combinazione (v. fig.9.8b))).

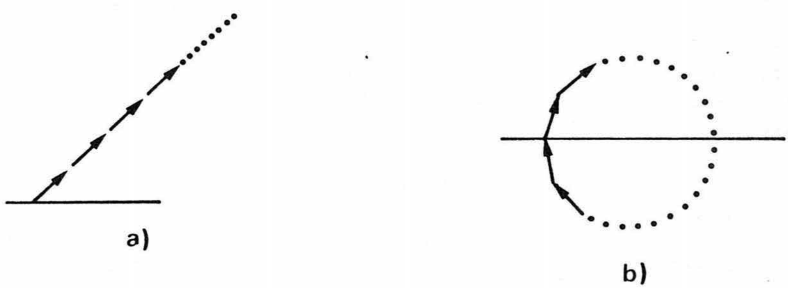


Fig.9.8 - Integrazione coerente: determinazione della risoluzione.

Si supponga d'altro canto di aver scelto come punto da focalizzare P(0,0) (detta scelta non limita la generalita' della discussione e delle conclusioni), allora lo scostamento di fase relativo ai punti P(0,0) e $Q(x_o,y_o)$ e' dato dalla relazione

$$(9.18) \quad \Delta(\theta,x_o,y_o) = \Phi(\theta,x_o,y_o) - \Phi(\theta,0,0)$$

Sara' possibile quindi definire:

a) <u>risoluzione azimutale</u> (cross-range) quel valore Δx inerente al punto $Q(\Delta x,0)$ sull'asse delle ascisse per cui si realizza la condizione di fig.9.8b), quando nel punto P(0,0) si e' realizzata la condizione di fig.9.8a). Analiticamente spostandosi con il radar dalle due condizioni estreme $-\Delta\theta/2$ e $\Delta\theta/2$ (essendo $\Delta\theta$ l'angolazione massima possibile di osservazione dell'oggetto da parte del radar) la condizione di cui sopra conduce alla:

$$(9.19) \quad \Delta(\frac{\Delta\theta}{2}, \Delta x,0) - \Delta(-\frac{\Delta\theta}{2}, \Delta x,0) = 2\pi$$

ossia per le (9.18), (9.15) e (9.14) si ha:

$$(9.20) \qquad \frac{4\pi}{\lambda} 2\Delta x \operatorname{sen} \frac{\Delta\theta}{2} = 2\pi$$

da cui la risoluzione azimutale diviene

$$(9.21) \qquad r_x \simeq \Delta x = \frac{\lambda}{4\operatorname{sen} \frac{\Delta\theta}{2}} \simeq \frac{\lambda}{2\Delta\theta}$$

che, come era da attendersi, coincide con la (9.8).

Naturalmente sara' possibile per la stessa via determinare la

b) <u>risoluzione in distanza</u> (along-range)

Spostandosi infatti nella direzione y(Q(0,Δy) si avra' (si considerino le posizioni di massimo scostamento di fase):

$$(9.22) \qquad \Delta\left(\frac{\Delta\theta}{2},0, y\right) - \Delta(0,0,\Delta y) = 2\pi$$

ossia (v. (9.18), (9.15) e (9.14)):

$$(9.23) \qquad - \frac{4\pi}{\lambda}\left(\Delta y \cos \frac{\Delta\theta}{2} - \Delta y\right) = 2\pi$$

da cui

$$(9.24) \qquad r_y \simeq \Delta y = \frac{\lambda}{2[1-\cos \frac{\Delta\theta}{2}]} \simeq \frac{4\lambda}{(\Delta\theta)^2}$$

Dalla (9.24) si intuisce facilmente come, per piccoli valori di $\Delta\theta$, il valore di r_y puo' essere insufficiente (anche in relazione alla r_x (9.21)); questo e' il motivo per cui usualmente si fa ricorso alla classica tecnica di risoluzione per celle in distanza dei radar ad impulsi.

Converra' ora valutare la bonta' di una tecnica di <u>focalizzazione</u> che possa comportare un algoritmo di elaborazione a basso costo computazionale quale la trasformata veloce di Fourier (FFT) (ric. (9.13)).

La (9.16) in realta' puo' essere riscritta

$$(9.25) \qquad V_c(x_o,y_o) = \sum_{\theta} V_Q(\theta)\, e^{-j\Phi_r(\theta,x_o,y_o)}$$

dove $\Phi_r(\theta, x_o, y_o)$ assume il significato di fase di riferimento necessaria al fine di focalizzare il particolare punto $Q(x_o, y_o)$.

Il problema diviene allora quello di scegliere $\Phi_r(\cdot)$, in modo tale che la (9.25) sia facilmente calcolabile; naturalmente al fine di realizzare una efficiente operazione di integrazione coerente la funzione $\Phi_r(\cdot)$ dovra' approssimare la $\Phi(\cdot)$ (v. (9.15)).

Considerando lo sviluppo (9.14) e la (9.15), nelle ipotesi $\cos\theta \sim 1$ e $\mathrm{sen}\,\theta \sim \theta$, converra' assumere:

$$(9.26) \qquad \Phi_r(\theta,x_o,y_o) \doteq \frac{4\pi}{\lambda} x_o\theta$$

trascurando i termini indipendenti dalla dislocazione (θ) del radar stesso, inessenziali per le considerazioni che seguono. La (9.25) allora diviene:

$$(9.27) \qquad V_c(x_o,y_o) = \sum_{\theta} V_Q(\theta)\, e^{-j2\pi\theta\frac{2x_o}{\lambda}}$$

Si noti che nella valutazione del modulo della (9.27) non intervengono per certo i termini di fase non considerati nella (9.26).

Pertanto la semplice DFT monodimensionale (quale la (9.27)) ha un suo significato preciso anche nel caso di punti diversamente dislocati in distanza.

Volendo valutare la entita' della sfocalizzazione conseguente all'uso della semplice DFT, converra' ancora osservare che la correzione per ottenere l'integrazione coerente corrisponde per cosi' dire a correggere le fasi per modo che tutto avviene come se ci si muovesse su una circonferenza con centro in $Q(x_o, y_o)$. Peraltro l'adozione della DFT realizza questo fatto con una approssimazione schematizzata in fig.9.9. In essa e' messo in evidenza l'errore di puntamento che poi determina la sfocalizzazione.

Al fine di quantizzare la bonta' della tecnica di focalizzazione DFT (v. (9.27)) (che puo' facilmente essere ricondotta ad una FFT) e' possibile scrivere (v. (9.14), (9.15)), evidenziando i termini indipendenti da θ:

$$(9.28) \qquad V_Q(\theta) = A_Q\, e^{j\frac{4\pi}{\lambda}(y_o\cos\theta - x_o\mathrm{sen}\theta)}$$

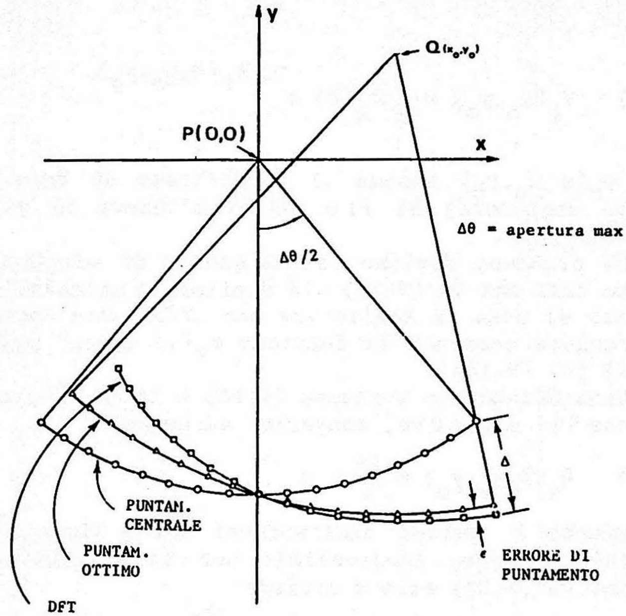


Fig.9.9 - Schematizzazione del processo di focalizzazione.

con ovvio significato. La (9.27) allora diviene:

$$(9.29) \qquad V_c(x_o,y_o) = A_Q \sum_\theta e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\{y_o\cos\theta - x_o \operatorname{sen}\theta + x_o\theta\}}$$

Assumera´ quindi importanza il termine di errore di fase:

$$(9.30) \qquad \Delta_r(\theta,x_o,y_o) = \Phi(\theta,x_o,y_o) - \Phi_r(\theta,x_o) = -\frac{4\pi}{\lambda}\{y_o\cos\theta - x_o \operatorname{sen}\theta + x_o\theta\}$$

(dovuto ad una correzione non ideale della fase), che determinera´ una limitazione della zona per cui la approssimazione (9.26) e quindi la utilizzazione della DFT, come tecnica di focalizzazione, appare efficiente. Pertanto e´ possibile definire la

c) <u>profondita´ di campo</u> (Depth Of Field: DOF) come le dimensioni massime della zona sotto osservazione, in cui sia

da ritenere valido il filtraggio ottenuto da una semplice FFT.

In altre parole si vuole accertare quale e' la zona al di la' della quale la correzione delle fasi effettuata tramite la (9.26) non e' piu' efficiente. Anche questa indagine potra' essere fatta nella direzione azimutale e in distanza.

In realta' nel punto P(0,0) l'errore di fase (9.30), con la scelta (9.26), appare nullo e la focalizzazione e' perfetta. Discostandosi da tale punto l'errore cresce.

Come criterio e' possibile ritenere inefficiente la correzione delle fasi se gli sfasamenti stessi residui sono dell'ordine di $\pi/2$; questo fatto comporta una perdita in ampiezza di circa il 15% rispetto ad una integrazione coerente ideale ed un allargamento del lobo relativo alla risposta impulsiva del 10% (perdita di focalizzazione).

Analiticamente e' possibile determinare quindi la profondita' di campo nella direzione x (v. fig.9.9):

$$\Delta_r\left(\frac{\Delta\theta}{2},D_x,0\right) - \Delta_r\left(-\frac{\Delta\theta}{2},D_x,0\right) = \frac{\pi}{2} \qquad (9.31)$$

Dalla (9.30) si ha allora:

$$\frac{4\pi}{\lambda}\left|2D_x \operatorname{sen}\frac{\Delta\theta}{2} - 2D_x\frac{\Delta\theta}{2}\right| = \frac{\pi}{2} \qquad (9.32)$$

da cui

$$D_x = \frac{\lambda}{16\left[\frac{\Delta\theta}{2} - \operatorname{sen}\frac{\Delta\theta}{2}\right]} \simeq \frac{3\lambda}{\Delta\theta^3} \qquad (9.33)$$

Combinando la (9.33) con la (9.21) si ha il legame fra profondita' di campo ottenibile e la risoluzione:

$$\frac{D_x}{\lambda} = 24\left(\frac{r_x}{\lambda}\right)^3 \qquad (9.34)$$

Analogamente operando nella direzione y (ponendosi nei punti a sfasamento massimo):

$$\Delta_r\left(\frac{\Delta\theta}{2},0,D_y\right) - \Delta_r(0,0,D_y) = \frac{\pi}{2} \qquad (9.35)$$

ossia

$$\frac{4\pi}{\lambda}\{-D_y\cos\frac{\Delta\theta}{2} + D_y\} = \frac{\pi}{2}$$

da cui

$$D_y = \frac{\lambda}{8(1-\cos\frac{\Delta\theta}{2})} \simeq \frac{\lambda}{(\Delta\theta)^2} \tag{9.36}$$

Combinando la (9.36) con la (9.21) si ha ancora

$$\frac{D_y}{\lambda} = 4\left(\frac{r_x}{\lambda}\right)^2 \tag{9.37}$$

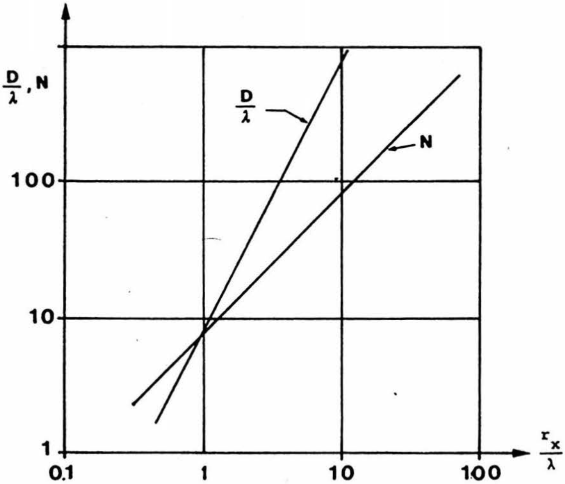


Fig.9.10 - Andamento della dimensione massima normalizzata e del numero di pixel osservabili in essa al variare della risoluzione normalizzata per un elaboratore tipo DFT.

Converra' quindi ritenere che le dimensioni massime dell'oggetto sotto esame (al fine di poter utilizzare efficientemente la FFT) sono quelle corrispondenti alla (9.37) che e' normalmente piu' vincolante rispetto alla (9.34). In letteratura in realta' spesso viene definita come profondita' di campo la $D=2D_y$, pensando alle dimensioni globali

dell'oggetto sotto osservazione, allora il legame ricercato fra la profondita' di campo D dell'oggetto osservabile e la risoluzione possibile diviene:

$$\frac{D}{\lambda} = 8 \left(\frac{r_x}{\lambda}\right)^2 \qquad (9.38)$$

Peraltro il numero dei "pixel" distinguibili in D e' dato dalla relazione:

$$N = \frac{D}{r_x} = 8 \frac{r_x}{\lambda} \qquad (9.39)$$

Le (9.38) e (9.39) sono riportate per comodita' nella fig.9.10.

9.4. Applicazioni: SAR, Spotlight, "Ground" e "Space based imaging radar", ISAR

Gia' e' stato osservato che il SAR convenzionale, per la sua configurazione detto "strip-map", e' un caso particolare di quanto analizzato nei paragrafi che precedono, e che il moto effettuato lungo una traiettoria rettilinea ha bisogno di compensazione delle fasi al fine di realizzare la focalizzazione. D'altra parte l'angolo di osservazione e' limitato dalle dimensioni di antenna $\theta_0=\lambda/L$; questa espressione sostituita nella (9.21) al posto di $\Delta\theta$ da' luogo alla classica formula della risoluzione ($r_x=L/2$), che viene ad essere funzione solo della dimensione della antenna come piu' volte detto nel cap.8.

Un altro particolare radar di immagine e' lo "spotlight" per cui una scena o zona, anche se limitata viene inseguita dal fascio di antenna (v. fig.9.11), l'informazione inerente viene elaborata al fine di ottenere alte risoluzioni. A questa modalita' operativa verra' dedicato il paragrafo che segue.

Un oggetto sferico che rotea rispetto ad un punto di osservazione, puo' ancora essere analizzato con la metodologia sopra accennata (fig.9.12). La risoluzione in distanza determina degli anelli, che vengono "affettati" dalla risoluzione doppler. La eliminazione delle ambiguita' e' effettuabile con tecniche interferometriche. Un tale radar di immagine puo' essere utilizzato nella osservazione dei piane-

ti, sia da terra che da stazioni orbitanti: "Ground" e "Space based imaging radar". Naturalmente con tali tipi di radar e' possibile controllare lo spazio con evidenti applicazioni in campo civile e militare.

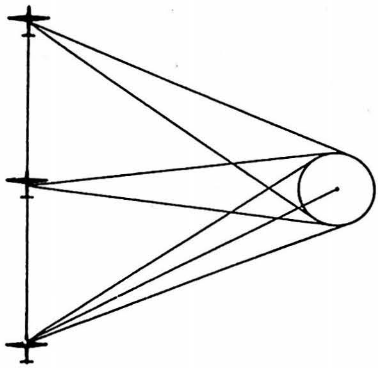


Fig.9.11 - "Spotlight".

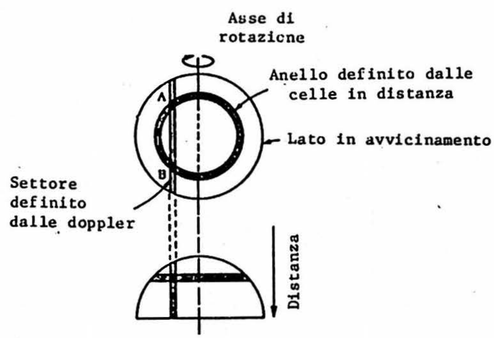


Fig.9.12 - Osservazione di oggetti sferici.

Converra' infine accennare al SAR inverso (ISAR). In esso l'operazione e' duale del SAR convenzionale, nel senso che l'oggetto e' in moto e il radar e' fisso (v. fig.9.6). Naturalmente il problema nuovo si pone nel dover conoscere

il moto dell´oggetto e questo puo´ essere fatto con tecniche di stima. Naturalmente un particolare punto dell´oggetto dovra´ essere assunto come riferimento nel moto e quindi inseguito, con le precisioni inerenti alle risoluzioni desiderate.

Si e´ a conoscenza di particolari realizzazioni di ISAR quali nel moto delle navi, dove la stima conseguente al rollio e/o beccheggio e´ abbastanza facile per la periodicita´ del moto ondoso.

Naturalmente a questo tipo di problematiche si ritiene verra´ dedicata molta delle attivita´ speculative degli anni a venire.

9.5. Spotlight

Spesso si presenta il problema di realizzare una mappa di una piccola regione; in particolare a motivo degli specifici requisiti di risoluzione e´ necessario anche ricorrere alla tecnica della apertura sintetica. Una mappa di piccole dimensioni ottenuta appunto con la tecnica della apertura sintetica viene usualmente indicata con il nome di "spotlight map".

In particolare nei radar ad "array" multifunzionali la tecnica di cui sopra puo´ essere utilizzata:

- nei sistemi di navigazione
- nella analisi di zone da sorvegliare e/o bombardare
- nella analisi di piu´ oggetti nello spazio (missili, decoys...)

Al fine di evidenziare le differenze sostanziali fra un SAR di tipo convenzionale ed uno di tipo "spotlight" in fig. 9.13 sono schematicamente riportate le geografie relative e la connesse "storie doppler".

In realta´ la tecnica SAR convenzionale usa una inclinazione off-nadir 20-50° del lobo principale dell´antenna e per ben noti motivi l´osservazione del terreno avviene lavorando a 90° rispetto al vettore velocita´ relativa. Pertanto i singoli "scatter" (x_i di fig.9.13a)) rimangono a distanza pressocche´ costante relativamente al radar e date le distanze convenzionalmente usate (200-800 km) e la la dimensione della striscia di terra in esame (15-20 km) la distanza puo´ ritenersi in prima approssimazione costante per tutti gli scatter in esame. In particolare ogni punto viene interessato dal lobo d´antenna al suo ingresso e poi fino

all'uscita nello stesso modo. Rispetto al radar ogni oggetto prima si trova in avvicinamento, presentando una frequenza doppler positiva che poi si annulla al "traverso" per poi ridiventare negativa in fase di uscita. Ecco quindi l'insieme delle storie doppler come identificate dalla parte bassa di fig. 9.13a). Una opportuna elaborazione sulle singole storie doppler consente, come gia' detto, la classica risoluzione azimutale, che poi costituisce il principio base dell'apertura sintetica.

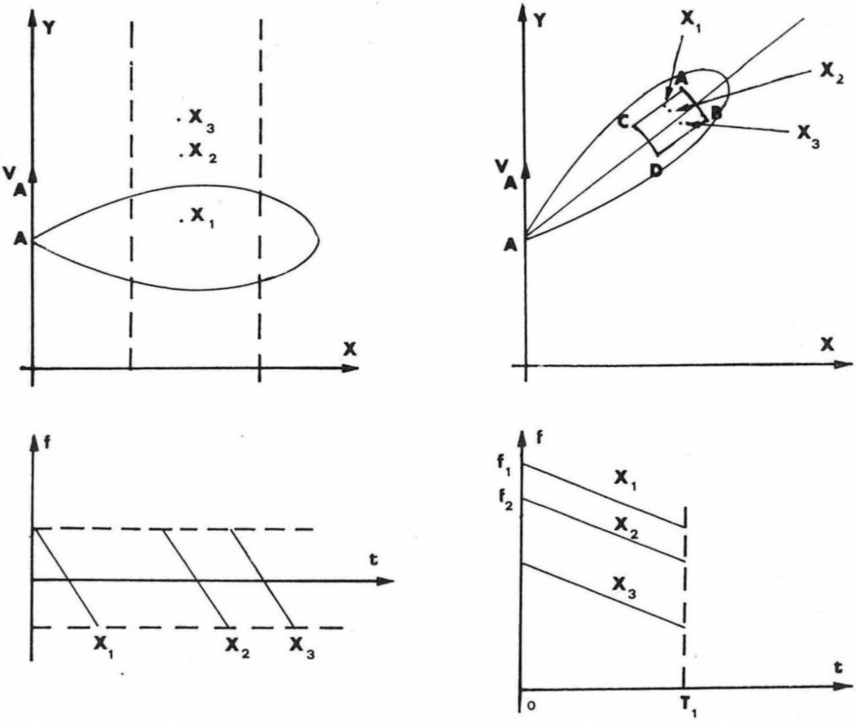
Il problema si presenta ben differente per il caso dello "spotlight". L'antenna in questo caso puo' assumere una particolare posizione angolare (ϕ) rispetto al vettore velocita' (proprio del velivolo che trasporta il radar). L'angolazione ϕ (squint) dipende da numerosi fattori in genere dettati dalla operativita' del sistema. Durante il tempo di elaborazione il fascio di antenna puo' rimanere puntato sulla zona in esame. L'area di cui si desidera fare la mappa e' indicata in fig.9.13b) con ABCD. In particolare le dimensioni di queste aree sono ben diverse da quelle proprie del SAR convenzionale. Nel caso spotlight, a differenza del caso di cui in fig.9.13a), tutti i punti della regione sono illuminati simultaneamente, in altre parole il tempo di osservazione per tutti i punti della regione ABCD inizia e termina nello stesso istante; inoltre il tempo in questione puo' essere molto lungo o breve a seconda che il fascio rimanga puntato o meno sulla zona di osservazione (v. ad es. fig.9.11).

All'istante di inizio della elaborazione, x_1 di fig. 9.13b) ha una frequenza doppler positiva f_1, per il fatto che il moto di A e' di avvicinamento, d'altro canto l'angolo sotto cui il velivolo A vede x_1, cresce, corrispondentemente la componente doppler diminuisce. Detta diminuzione e' ipotizzata lineare in fig.9.13b).

Il punto x_2 e' visto da A sotto un angolo di osservazione maggiore relativamente a come e' osservato x_1, pertanto tutta la storia doppler di x_2 (contemporanea a quella di x_1) diviene traslata di $f_2-f_1=\Delta f$ in basso. Quanto detto puo' essere esteso ad ogni punto x_i nell'area in esame: naturalmente la risoluzione in distanza viene ottenuta con le tecniche usuali radar.

Il problema allora della discriminazione angolare di piu' oggetti si riconduce al problema della separazione in frequenza delle varie storie doppler, che usando tecniche convenzionali di "dechirping" e' definita dall'inverso del tempo di elaborazione o integrazione (T_e)

$$(9.40) \qquad \Delta f = \frac{1}{T_e}$$



a) b)

Fig.9.13 - Schematizzazione delle tecniche per realizzare le mappe.

a) Metodologie di elaborazione spotlight

La separazione in frequenza fra le varie storie doppler contemporanee puo´ essere ottenuta con una metodologia del tutto simile a quella del SAR convenzionale.

I ritorni RF vengono fatti battere con il segnale proveniente da un oscillatore locale, che varia la sua frequenza con un andamento analogo a quello dei vari ritorni. Pertanto all´uscita del mixer le varie storie doppler hanno frequenze costanti come mostrato in fig.9.14; la separazione in frequenza puo´ essere ottenuta con un classico banco di filtri (ad es. FFT). Il tutto e´ schematicamente riportato in fig.9.14. Naturalmente l´elaborazione in questione potra´ essere realizzata con tecniche digitali.

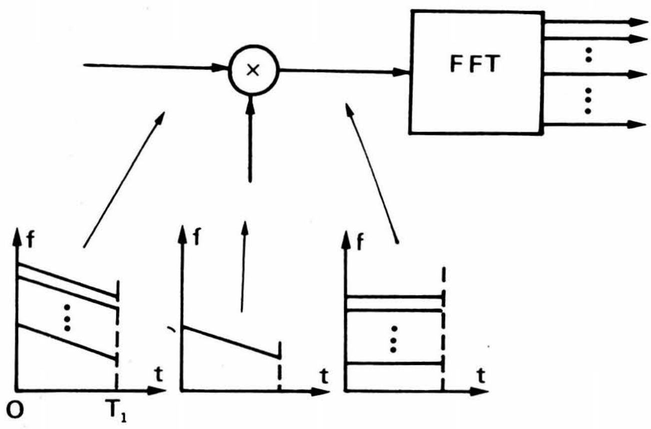


Fig.9.14 - Struttura dell'elaboratore di un radar "spotlight".

Seguendo quanto detto nei paragrafi che precedono, si consideri peraltro la geometria di fig.9.15a) esplosa in fig.9.15b).

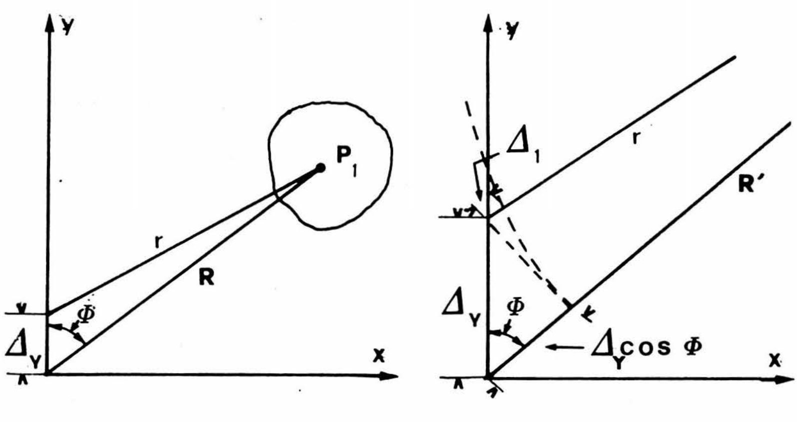


Fig.9.15 - Schematizzazioni utili alla analisi dello "spotlight".

Allora valgono le seguenti relazioni (v. (9.11)):

$$(9.41)\qquad r = \sqrt{\Delta_y^2 \operatorname{sen}^2\phi + (R-\Delta_y\cos\phi)^2} = \sqrt{R^2 - 2\Delta_y R\cos\phi + \Delta_y^2} \simeq$$

$$\simeq R - \Delta_y\cos\phi + \frac{\Delta_y^2}{2R}\operatorname{sen}^2\phi + \frac{\Delta_y^3}{2R^2}\operatorname{sen}^2\phi\cos\phi + \dots$$

Da cui e´ possibile scrivere (v. anche (9.15)):

$$(9.42)\qquad \Phi(\Delta_y,\theta,R) = -\frac{4\pi}{\lambda} r$$

e per la frequenza istantanea, posto ovviamente $\Delta_y = vt$, si ha:

$$(9.43)\qquad \frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{2v}{\lambda}\cos\phi - \frac{2v^2}{\lambda R}\operatorname{sen}^2\phi\ t - \frac{3v^3}{\lambda R^2}\operatorname{sen}^2\phi\cos\phi\ t^2 + \dots$$

Qualora l´osservazione di una superficie venga fatta da una certa quota allora bisognera´ considerare l´angolo di "grazing" (ψ) e l´angolo ϕ puo´ essere dato dalla relazione

$$(9.44)\qquad \cos\phi = \cos\phi\ \cos\theta_s$$

dove con θ_s si e´ inteso l´angolo formato dalla proiezione della velocita´ del velivolo sulla superficie da osservare con la congiungente proiezione velivolo-punto P_1 sotto osservazione (v. fig.9.15a)). Le equazioni (9.41), (9.42) e (9.43) potranno essere riscritte tramite la (9.44). Naturalmente bisognera´ tener presente convenientemente anche del problema della risoluzione per distanza, secondo le proiezioni come descritte nel cap.8.

Converra´ ora analizzare i vari termini della (9.41). Il significato del primo termine e´ immediato, il secondo (componente doppler) e´ visualizzato in fig.9.15b) ed il terzo rappresenta Δ_1 ancora di fig.9.15b), infatti:

$$(9.45)\qquad R_y'^2 + \Delta_y^2\operatorname{sen}^2\phi = r^2 \ \rightarrow\ r - R' \simeq \frac{\Delta_y^2}{2R}\operatorname{sen}^2\phi$$

ed e´ la componente di modulazione lineare in frequenza (da "dechirpare").

Compensando questi tre termini si e' nella condizione di aver "focalizzato", in modo pressocche' perfetto, il punto P_1, avendo tenuto in conto il fatto che il radar si muove su traiettoria diversa dalla circolare, di cui nei paragrafi che precedono.

Naturalmente procedendo come detto significa aver compensato fino al secondo termine della (9.43) e quindi aver realizzato lo schema di fig.9.14, come verra' meglio analizzato nel seguito.

Il quarto termine di cui nella (9.41) puo' allora considerarsi il termine che limita le prestazioni globali. Questo termine puo' essere rivisto in termini di errori di fase o errore di frequenza.

Considerando un errore di fase massimo:

$$\Delta\Phi_M = \frac{\pi}{3}\gamma \tag{9.46}$$

si ha un limite superiore per una escursione del cammino di osservazione (picco-picco) data dalla:

$$\Delta_M = \sqrt[3]{\frac{\gamma\lambda R^2}{\text{sen}^2\phi\cos\phi}\,\frac{2}{3}} \tag{9.47}$$

Ricordando che $\Delta_y = v\,t$ si ottiene un tempo massimo (picco-picco) di elaborazione dato dalla relazione:

$$T_M = \frac{1}{v}\sqrt[3]{\frac{\gamma\lambda R^2}{\text{sen}^2\phi\cos\phi}\,\frac{2}{3}} \tag{9.48}$$

Peraltro in termini di errore di frequenza e' possibile dire che si passa da un filtro ad un altro del banco di filtri, di cui nella fig.9.14 se (v. (9.40) e (9.43)) il tempo di integrazione supera il limite dato dalla:

$$\frac{3v^3}{\lambda R^2}\,\text{sen}^2\phi\cos\phi\,\frac{T_M^2}{4} = \frac{1}{T_M} \tag{9.49}$$

La (9.49) si identifica con la (9.48) per $\gamma=2$. In altre parole e' possibile dire che lo spostamento in frequenza di un filtro del banco di cui in fig.9.14 comporta un errore di fase di 120°.

In definitiva la (9.48) [(9.49)] serve a definire l'escursione massima del velivolo ($\Delta_M = vT_M$), che puo' essere

sfruttata al fine di ottenere la focalizzazione secondo la tecnica schematizzata in fig.9.14. Peraltro e' possibile una compensazione anche del quarto termine della (9.41), ma sara' facile rendersi conto che la tecnica di cui in fig.9.14 e' molto efficiente da un punto di vista computazionale, che le risoluzioni conseguibili sono usualmente piu' che sufficienti, mentre una "mappa" piu' estesa puo' essere ottenuta dalla composizione di sub-mappe (ciascuna ottenuta secondo un elaboratore del tipo di quello di fig.9.14).

Converra' anche notare che per $\phi=90^o$ il termine in questione (il quarto della (9.41)) sparisce (quindi le (9.48) e (9.49) perdono di significato) ed interviene a limitare l'escursione utile o la larghezza della antenna per puntamento fisso (v. SAR convenzionale) o un termine di ordine superiore.

Peraltro al fine di analizzare la risoluzione dello "spotlight" converra' ora, in analogia alla (9.18), introdurre l'errore di fase, considerando come punto da focalizzare il punto P_1, definitodalle coordinate polari (ϕ,R). Ogni altro punto Q sara' caratterizzato dalle coordinate (ϕ_o,R_o), ne viene allora

$$(9.50)\qquad \Delta(\Delta_y,\phi_o,R_o) = \Phi(\Delta_y,\phi_o,R_o) - \Phi(\Delta_y,\phi,R)$$

Conformemente a quanto descritto nel par.9.3a) converra' definire la

b) <u>risoluzione angolare</u>

Pensando infatti a due punti posti alla stessa distanza R dal centro del sistema di riferimento (posizione a t=0 del velivolo) v. fig.9.16, si ha la risoluzione per spostamenti di $\Delta\phi$ che determinano il passaggio dalla condizione di fig. 9.8a) a quella di fig.9.8b) (v. (9.19)):

$$(9.51)\qquad \Delta\left(\frac{\Delta_M}{2}, \phi-\Delta\phi, R\right) - \Delta\left(-\frac{\Delta_M}{2}, \phi-\Delta\phi, R\right) = 2\pi$$

Applicando le (9.41) e (9.42), la (9.51) diviene per la (9.50)

$$(9.52)\qquad \frac{4\pi}{\lambda}\Delta_M\,[\cos\phi - \cos(\phi-\Delta\phi)] \simeq 2\pi$$

da cui per piccoli valori di $\Delta\phi$

(9.53) $$\Delta\phi \simeq \frac{\lambda}{2\Delta_M \operatorname{sen}\phi}$$

La risoluzione angolare, tenendo presente la (9.48) con $\Upsilon=1$ e' data allora dalla relazione:

(9.54) $$r_\phi = R\Delta\phi = \frac{\lambda R}{2vT_M \operatorname{sen}\phi} = .45\,\frac{\sqrt[3]{\lambda^2}\,\sqrt[3]{R}}{\sqrt[3]{\operatorname{tg}\phi}}$$

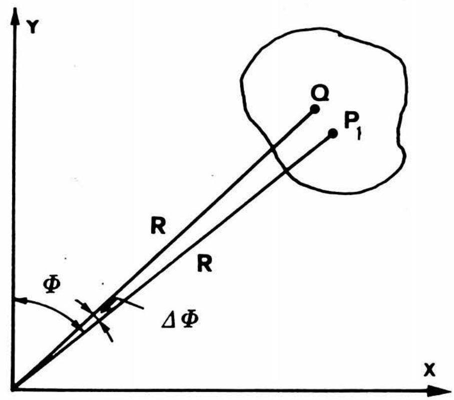


Fig.9.16 - Schematizzazione utile alla valutazione della risoluzione azimutale.

La (9.53) puo' essere messa in relazione con la (9.21), che quindi assume ancora una volta un significato generale.

Al fine di valutare la

c) <u>profondita' di campo</u> converra' riprendere le (9.41) e (9.42) e riscrivere:

(9.55) $$\Phi(\Delta_y,\phi_o,R_o) = -\frac{4\pi}{\lambda}\left(R_o-\Delta_y\cos\phi_o+\frac{\Delta_y^2}{2R_o}\operatorname{sen}^2\phi_o+\ldots\right)$$

Nel caso in esame converra' ritenere che il punto $Q(\phi_Q,R_o)$ sia poco discosto dal punto centrale $P_1(\phi,R)$ dell'intera scena; ossia converra' scrivere $\phi_o=\phi-\Delta\phi$ dove $\Delta\phi$ e' piccolo per modo che sviluppando la (9.55), puo' essere assunta come fase di riferimento la:

$$(9.56)\quad \Phi_r(\Delta_y,\phi_o,R_o) = -\frac{4\pi}{\lambda}(-\Delta_y\cos\phi+\Delta_y \mathrm{sen}\phi\cdot\Delta\phi+\frac{\Delta_y^2}{2R}\mathrm{sen}^2\phi)$$

La relazione corrispondente alle (9.25) (ric. (9.28)) diviene peraltro:

$$(9.57)\quad V_c(\phi_o,R_o) = \sum_\Delta V_Q(\Delta)\, e^{-j\Phi_r(\Delta_y,\phi_o,R_o)} =$$

$$= A_Q \sum_\Delta e^{j[\Phi(\Delta_y,\phi_o,R_o)-\Phi_r(\Delta_y,\phi_o,R_o)]} =$$

$$= A_Q \sum_\Delta e^{j\Delta_r(\Delta_y,\phi_o,R_o)}$$

con ovvio significato dei simboli.

Ponendo la (9.56) nella (9.57) e´ possibile anche scrivere:

$$(9.58)\quad V_c(\phi_o,R_o) =$$

$$= \underbrace{\sum_\Delta \underbrace{V_Q(\Delta)\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\Delta_y^2}{R}\mathrm{sen}^2\phi}\, e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\Delta_y\cos\phi}}_{\text{dechirping e traslazione in frequenza}}\, e^{-j2\pi\Delta_y\frac{2\mathrm{sen}\phi}{\lambda}\cdot\Delta\phi}}_{\text{DFT}}$$

dove sono state messe in evidenza le operazioni che sono schematizzate nel diagramma a blocchi di fig.9.14. Cio´ dimostra che la scelta della fase di riferimento e´ stata una scelta valida dal punto di vista del costo computazionale.

In analogia con le (9.31) e (9.35), dal termine di fase della (9.57) e´ possibile definire la profondita´ di campo avendo fatto uso di un elaboratore che operi conformemente alla (9.58). Per la profondita´ di campo "cross-range" converra´ scrivere:

$$(9.59)\quad \left|\Delta_r(\frac{\Delta_M}{2},\phi-\Delta\phi,R)-\Delta_r(0,\phi-\Delta\phi,R)\right| = \frac{\pi}{2}$$

da cui per le (9.55), (9.56) (rilette nella (9.58)) e (9.57) si ha:

$$(9.60)\qquad \left|\frac{4\pi}{\lambda}\{R_o - \frac{\Delta_M}{2}\cos(\phi-\Delta\phi) + \frac{\Delta_M^2}{4\cdot 2R}\,sen^2(\phi-\Delta\phi) + \frac{\Delta_M}{2}\cos\phi + \frac{\Delta_M}{2}\Delta\phi sen\phi - \frac{\Delta_M^2}{4\cdot 2R}\,sen^2\phi - R_o\}\right| \simeq$$

$$\simeq \frac{\pi}{\lambda}\frac{\Delta_M^2}{R}\,sen\phi\,\cos\phi\Delta\phi \simeq \frac{\pi}{2}$$

Pertanto la <u>profondita´ di campo cross-range</u> diviene:

$$(9.61)\qquad D_\phi = 2R\cdot\Delta\phi = \frac{\lambda\,R^2}{\Delta_M^2 sen\phi\,\cos\phi} = \frac{4}{\lambda}\,r_\phi^2\ \ tg\phi$$

Analogamente per quanto riguarda la profondita´ "along-range" si porra´

$$\left|\Delta_r(\frac{\Delta_M}{2},\phi,R+D_R) - \Delta_r(0,\phi,R+D_R)\right| = \frac{\pi}{2}$$

ossia

$$(9.62)\qquad \left|\frac{4\pi}{\lambda}\{R+D_R - \frac{\Delta_M}{2}\cos\phi + \frac{\Delta_M^2}{4\cdot 2(R+D_R)}\,sen^2\phi + \frac{\Delta_M}{2}\cos\phi - \frac{\Delta_M^2}{4\cdot 2\cdot R}\,sen^2\phi - R - D_R\}\right| =$$

$$= \left|\frac{\pi}{\lambda}\frac{\Delta_M^2}{2}\,sen^2\phi\,\{\frac{1}{R+D_R} - \frac{1}{R}\}\right| \simeq \frac{\pi}{\lambda}\frac{\Delta_M^2}{2}\,sen^2\phi\cdot\frac{D_R}{R^2} \simeq \frac{\pi}{2}$$

da cui (v. (9.54)) si ha la <u>profondita´ di campo "along-range"</u>:

$$(9.63)\qquad D = 2D_R = \frac{2\lambda\,R^2}{\Delta_M^2 sen^2\phi} = \frac{8}{\lambda}\,r_\phi^2$$

La (9.63) e´ spesso piu´ restrittiva della (9.61) e viene quindi usualmente assunta come profondita´ di campo e puo´ essere riscritta:

$$(9.64) \qquad \frac{D}{\lambda} = 8 \left(\frac{r_\phi}{\lambda}\right)^2$$

che coincide con la (9.38) e quindi da´ luogo agli andamenti di fig.9.10.

Gli aspetti cui si e´ accennato naturalmente non esauriscono la problematica SAR "spotlight" in quanto le considerazioni del capitolo che precede andranno riprese nella definizione di swath massimi, PRF etc..

Naturalmente saranno pensabili anche una infinita´ di configurazioni operative e, a titolo di esempio, e´ possibile passare dalla modalita´ strip-map ad una ad alta risoluzione riconfigurando l´antenna e quindi riducendo lo "swath" trasversale o anche con modalita´ spotlight riducendo la "striscia" a terra a vari settori trasversali.

Pertanto ogni problema di "imaging" sulla base di specificazioni particolari dovra´ essere riaffrontato, magari con metodologie in linea con quanto precede.

9.6 Cenni sulle tecniche di elaborazione bidimensionale

Il problema dell´analisi di una struttura bidimensionale come riportato in fig.9.17 (ric. la schematizzazione di fig.9.6) puo´ essere riproposto, considerando i ritorni per una osservazione da A o da B. Si faccia ancora la solita ipotesi che la distanza di osservazione sia molto piu´ grande delle dimensioni dell´oggetto (si opera nella regione di "campo lontano"). Lo scopo dell´analisi in questione e´ quello di ottenere la riflettivita´ superficiale $\sigma(x,y)$.

La tecnica cui si vuole dare un cenno e´ quella tomografica, infatti l´immagine ricostruita puo´ essere una "fetta" dell´oggetto ottenuto da misure attraverso segnali che si propagano nella fetta stessa. Questo avviene quando si usa un fascio stretto, peraltro se il fascio e´ largo ne verranno dei contributi globali delle varie sezione.

Si consideri un osservatore posto in A (lungo l´asse v) di fig.9.17, e´ possibile ritenere che il segnale osservato per ogni valore di v (distanza) e´ dato dalla riflettivita´ integrata lungo l´asse u; si assumera´ che tutti i riflettori ad una data distanza v si sommino in fase, ossia i coef-

ficienti di riflessione siano equifase:

$$(9.65) \qquad g(v,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{\theta}(u,v)\, du$$

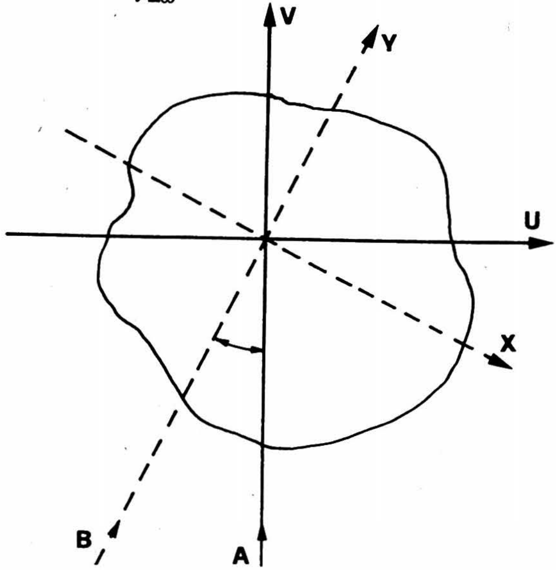


Fig.9.17 - Schematizzazione per una analisi bidimensionale.

Il segnale globale sara' del tipo:

$$(9.66) \qquad G(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(v,\theta)\, e^{-j \frac{4\pi}{\lambda} v}\, dv$$

tenendo presente i diversi percorsi (andata e ritorno) per i diversi valori di v.

Inserendo la (9.65) nella (9.66) e cambiando sistema di riferimento:

$$(9.57) \qquad \begin{aligned} x &= u \cos\theta - v \operatorname{sen}\theta \\ y &= u \operatorname{sen}\theta + v \cos\theta \end{aligned}$$

la (9.66) diviene:

$$(9.68)\qquad G(\theta) = \iint_{-\infty}^{\infty} \sigma_\theta(u,v)\, e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}v}\, dv\, du =$$

$$= \iint_{-\infty}^{\infty} \sigma(x,y)\, e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}(y\cos\theta - x\,\mathrm{sen}\theta)}\, dx\, dy$$

Ponendo

$$(9.69)\qquad f_x = \frac{2\,\mathrm{sen}\theta}{\lambda} \qquad f_y = -\frac{2\cos\theta}{\lambda}$$

la (9.68) puo' essere riscritta

$$(9.70)\qquad G(f_x,f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} \sigma(x,y)\, e^{j2\pi(f_x\cdot x + f_y\cdot y)}\, d\,x\, d\,y$$

in cui e' possibile riconoscere la trasformata di Fourier bidimensionale.

Allora la riflettivita' superficiale puo' essere ottenuta facendo la trasformata di Fourier inversa:

$$(9.71)\qquad \sigma(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} G(f_x,f_y)\, e^{-j2\pi(f_x\cdot x + f_y\cdot y)}\, df_x\, df_y$$

In definitiva le misure sperimentali possono fornire la $G(\theta)$ che, tramite le (9.69), puo' essere interpretata come funzione di f_x e f_y, operando su di essa la trasformata bidimensionale inversa si ottiene la funzione di riflettivita' superficiale.

Poiche' la $\sigma(x,y)$ e' definita sull'oggetto in esame e quindi in uno spazio limitato la $G(f_x,f_y)$ si estendera' su tutto il piano f_x e f_y.

Peraltro la conoscenza di $G(f_x,f_y)$ per ogni valore di f_x e f_y non e' immediata, infatti, per ogni λ, f_x e f_y saranno definiti per le (9.69) su di un cerchio di raggio $2/\lambda$: vedi fig.9.18. Se d'altro canto solo un settore angolare per θ e' disponibile, la zona di definizione e' limitata ulteriormente su un arco della circonferenza come schematicamente indicato ancora in fig.9.18.

Al fine di operare piu' facilmente da un punto di vista analitico converra' passare in coordinate polari sia nello spazio (fig.9.17) che nelle frequenze (fig.9.18):

$$(9.72)\qquad \begin{aligned} x &= r \operatorname{sen}\psi & f_x &= \rho \operatorname{sen}\theta \\ y &= -r \cos\psi & f_y &= -\rho \cos\theta \end{aligned}$$

e la (9.71) si modifica ovviamente nella

$$(9.73)\quad \hat{\sigma}(r,\psi) = \int_o^\infty \int_{\Delta\theta} G_p(\rho,\theta)\delta(\rho-2/\lambda)\, e^{-j2\pi\rho r\cos(\theta-\psi)}\,\rho\, d\rho\, d\theta =$$

$$= \frac{2}{\lambda}\int_{\Delta\theta} G_p(\theta)\, e^{-j4\pi \frac{r}{\lambda}\cos(\theta-\psi)}\, d\theta$$

dove si e' inserito il fatto che la G_p e' definita solo sulla circonferenza di cui in fig.9.18 e quindi la σ sara' solo stimata.

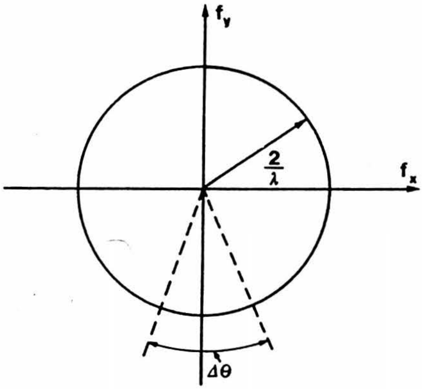


Fig.9.18 - Piano di definizione della funzione (f_x,f_y).

La (9.73) considerando $G_p(\rho,\theta)$ uniforme (Dirac di riflettivita' su un punto dell'oggetto in esame) consente di definire la <u>funzione impulsiva spaziale</u>:

$$(9.74)\qquad h(r,\psi) = \int_o^\infty \int_{\Delta\theta} \delta(\rho-\frac{2}{\lambda})\, e^{-2\pi\rho\, r\cos(\theta-\psi)}\,\rho\, d\rho\, d\theta$$

che permette di valutare le <u>risoluzioni</u> conseguenti ad una elaborazione bidimensionale, quando il segnale interrogante e' costituito da un solo tono sinusoidale (CW).

Nel caso $\Delta\theta=2\pi$ la funzione impulsiva spaziale $h(r,\psi)$

ha simmetria radiale, infatti l'osservazione dell'oggetto viene fatta su 360° e quindi distanza e azimut non sono discernibili. In fig.9.19 e' riportato l'andamento del modulo della (9.74).

La larghezza del lobo principale o larghezza fra i due zeri adiacenti e' pari a 0.4λ ossia

$$\frac{r_x}{\lambda} = \frac{r_y}{\lambda} = 0.2\,\lambda \tag{9.75}$$

mentre il rapporto picco-primo lobo laterale e' pari a 8 dB.

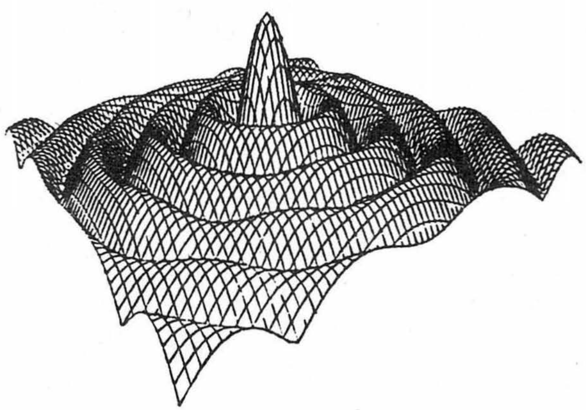


Fig.9.19 - Andamento della funzione impulsiva spaziale.

Nel caso $\Delta\theta$ sufficientemente inferiore a 2π l'andamento della (9.74) si allunga nella direzione di osservazione nel senso che la risoluzione azimutale e' migliore rispetto a quella in distanza e valgono le relazioni [3]:

$$\frac{r_x}{\lambda} = \frac{1}{2\Delta\theta} \quad ; \quad \frac{r_y}{\lambda} = \frac{4}{(\Delta\theta)^2} \tag{9.76}$$

che ovviamente si identificano con le (9.21) e (9.24).

Il problema della limitata larghezza del lobo centrale e soprattutto del livello dei lobi laterali, di cui ad es. in fig.9.19, e' dovuto alla scarsa conoscenza della G, nel

senso che questa funzione viene ad essere definita solo su un anello (v. fig.9.18) per il fatto che il segnale interrogante e' di tipo sinusoidale.

Per superare questo problema e' possibile procedere in diversi modi:

- operare con diversi segnali CW (analisi multispettrale) al fine di poter disporre di una migliore conoscenza di G (potrebbero essere definiti molti anelli di fig.9.18)
- usare segnali a banda larga (definizione di G su corone circolari del piano di fig.9.18)
- usare opportune reti di pesatura bidimensionali
- usare tecniche multistatiche che equivalgono ad interrogazioni multispettrali [3]
- usare una modellizzazione e quindi estrapolare i dati al di fuori della zona di definizione naturale di G.

Un problema di ricerca quanto mai attuale e' quello della determinazione della forma d'onda interrogante ottima, una volta definito il settore di vista ($\Delta\theta$) ed i requisiti di sistema ossia le prestazioni desiderate, al fine di minimizzare il costo computazionale dell'elaboratore bidimensionale.

Inoltre si pone spesso il problema della scelta tra filosofia bidimensionale e monodimensionale (propria dei paragrafi che precedono) in termini di ottimizzazione costi-prestazioni, tenendo conto del particolare tipo di elaborazione (quasi sempre in tempo reale) e della evoluzione della tecnologia digitale che in realta' e' veramente condizionante.

Bibliografia

[1] BROOKNER: "Synthetic Aperture Radar Spotlight Mapper Radar Technology", Artech House, 1977, pp.251-258.

[2] J.L.WALKER: "Range Doppler Imaging of Rotating Objects", IEEE Trans. on Aer. and Electr. Syst., vol.AES-16, n.1, Jan. 1980, pp.23-52.

[3] D.L.MENSA: "High Resolution Radar Imaging", Artech House Inc., 1981.

[4] D.A.AUSHERMAN ET AL.: "Developments in Radar Imaging", IEEE Trans. on Aer. and Electr. Syst., vol.AES-20, n.4, July 1984, pp.363-398.

[5] S.BARBAROSSA, G.PICARDI, G.TARANTO: "The spotlight mode to solve high resolution problems in imaging radars", Roma Melecon - 87.

10. RADAR ALTIMETRIA ED IL TELERILEVAMENTO OCEANICO

10.1. Introduzione [14]

L'importanza dell'ambiente marino come fonte di benefici per l'umanita' e' universalmente riconosciuta. Alle utilizzazioni tradizionali di questo ambiente, navigazione e produzione di cibo, si sono aggiunte nei tempi piu' recenti altre applicazioni potenziali tra le quali:
- la produzione di energia, sia direttamente attraverso le maree, le correnti ed i gradienti termici, sia indirettamente, attraverso la perforazione della piattaforma continentale per lo sfruttamento di giacimenti petroliferi;
- l'estrazione di minerali, tra i quali il manganese, sia da depositi sul fondo sia direttamente dalle acque marine.

L'ottimizzazione dell'uso delle risorse marine, potenziale o gia' in corso di sfruttamento, necessita della conoscenza di una gran quantita' di dati da utilizzare direttamente per fini specifici o da manipolare in maniera opportuna al fine di ottenere un quadro completo del sistema oceanico globale.

Agli scopi applicativi di cui sopra si aggiunge l'interesse della comunita' scientifica internazionale per questo ambiente che copre il 70% della superficie terrestre, interesse che si rivolge principalmente a:

- Oceonografia Fisica e Glaciologia: sia con l'obiettivo immediato di prevedere lo stato del mare, sia con l'obiettivo di migliorare la conoscenza dei processi dinamici che in tale ambiente hanno luogo;
- Climatologia: infatti la fisica e la dinamica degli oceani influenzano i cicli globali di calore, acqua e costituenti chimici nel sistema climatico globale;
- Geodesia: infatti il livello marino, mediato su tempi opportunamente lunghi in modo da rimuovere gli effetti della

forza geostrofica(*), e' legato direttamente alla forma del geoide (superficie equipotenziale gravitazionale).

Il convergere dei molteplici interessi succitati ha motivato lo svolgimento di attivita' su scala internazionale volte alla individuazione di strumenti atti alla rilevazione delle informazioni di interesse. In questo contesto, data l'estensione superficiale dell'ambiente da osservare, e tenendo conto del fatto che il comportamento dinamico dell'ambiente stesso richiede la ripetizione periodica delle osservazioni, e' apparsa subito evidente l'importanza di sensori di telerilevamento montati su piattaforme satellitari [1], [2].

L'individuazione di diversi fenomeni fisici suscettibili di essere utilizzati per l'estrazione delle informazioni, ha condotto all'analisi ed allo sviluppo di vari sensori (attivi o passivi) operanti in diverse gamme di frequenza.

Tra le tecniche di telerilevamento attivo operanti nel campo delle microonde, particolare importanza riveste la Radar Altimetria.

L'uso della Radar Altimetria nel telerilevamento oceanico e' stato oggetto di numerose memorie apparse nella letteratura di settore degli ultimi anni, si vedano ad es. [3] e [4], nelle quali si e' evidenziato il ruolo primario da essa svolto nella determinazione delle caratteristiche dinamiche del mare; infatti e' stato mostrato come la combinazione delle informazioni di altezza, livello e forma dell'eco, eventualmente correlate con dati da altri sensori di telerilevamento, forniscano la possibilita' di estrarre, tra le altre, informazioni relative a maree, correnti, onde, ghiaccio e vento. Pertanto, contrariamente a quanto il nome sembra indicare, lo strumento radar altimetrico non si limita alla sola misura di altezza.

Sia in Europa che negli Stati Uniti sono in programma satelliti oceanografici che presentano il radar altimetro come elemento del carico utile. Del resto la validita' dello strumento nel senso detto e' stato dimostrata da precedenti missioni nelle quali esso era presente. Precisamente:

- l'esperimento altimetrico SKYLAB S-193, lanciato nel 1973, e' servito a dimostrare la misurabilita' di caratteristiche della superficie terrestre dallo spazio impiegando radar ad impulso corto. L'accuratezza di tale strumento era dell'or-

(*) La forza geostrofica e' la forza sollecitante le masse d'aria e di acqua dovute alla rotazione terrestre.

dine di 1 m;
- nel 1975 fu lanciato il satellite geodetico GEOS 3, includente un altimetro, con accuratezza dell'ordine di 50 cm, allo scopo di provare la determinabilita' di parametri geodetici, oceanografici e geofisici;
- un radar altimetro di migliore accuratezza (circa 10 cm) faceva parte del carico pagante di SEASAT 1, lanciato nel 1978. Le sue prestazioni sono descritte in [5].

Per quanto riguarda i satelliti futuri in studio, il cui carico pagante include il radar altimetro, si possono menzionare:
- il progetto ERS-1 nell'ambito dei programmi ESA di osservazione della terra [6];
- il progetto TOPEX degli Stati Uniti [7];
- il progetto POSEIDON nell'ambito dell'attivita' nazionale francese nel settore del telerilevamento.

Nelle pagine che seguono, dopo un richiamo sulla problematica generale, verra' posta attenzione su una soluzione specifica studiata nell'ambito del programma ESA (European Space Agency) per ERS-1.

10.2. Modello dell'eco e principio di funzionamento

Alla base del funzionamento del radar altimetro sono le caratteristiche dell'eco di ritorno dalla superficie oceanica in risposta ad un impulso corto incidente normalmente alla superficie stessa.

Le proprieta' di tale eco sono ampiamente trattate nella letteratura tecnica [8] e [10].

Le ipotesi assunte, generalmente soddisfatte, sono le seguenti:

a) la superficie riflettente comprende un numero sufficientemente elevato di elementi riflettenti indipendenti;

b) le proprieta' statistiche della superficie interessata sono costanti sull'area globale illuminata dal radar durante la costruzione dell'eco media;

c) la riflessione e' un processo scalare senza effetti di polarizzazione ed e' indipendente dalla frequenza almeno nella banda del segnale;

d) il processo di riflessione dipende dall'angolo di incidenza soltanto attraverso la riflettivita' (σ^o) ed il diagramma di antenna;

e) l'influenza dell'effetto Doppler e' trascurabile.

Un modo efficiente per descrivere la risposta radar dalla superficie del mare puo' essere allora condotto tra-

mite la funzione di "scatter": $p(t,f)$, dove t e' il ritardo radar corrispondente alla distanza ed f e' la frequenza dell'eco.

Per definizione la quantita' $p(t,f)dt \cdot df$ e' la potenza ricevuta nell'intervallo $(t,t+dt)$ ed $(f,f+df)$ rapportata alla potenza totale ricevuta.

Integrando la $p(t,f)$ rispetto a t ed f rispettivamente si ottengono le:

(10.1) $p_D(f)$ = funzione di "scatter" in Doppler

(10.2) $p_r(t)$ = funzione di "scatter" in distanza

Nel seguito particolare attenzione sara' rivolta all'andamento della $p_r(t)$ ed al suo significato.

I sistemi altimetrici possono classificarsi in due categorie [11]:

- ad alta risoluzione angolare;
- a bassa risoluzione angolare.

I sistemi ad alta risoluzione angolare impiegano un fascio di antenna stretto in modo da illuminare una piccola zona di mare; pertanto se detta zona presenta delle rugosita' (ad es. causate dal moto ondoso) allora i vari ritorni (se si assume una notevole risoluzione in distanza) descrivono, tramite la $p_r(t)$, la densita' di probabilita' dei vari "scatters" della superficie; essa e' di tipo gaussiano con deviazione standard proporzionale al valore quadratico medio dell'altezza delle onde σ_h in m.

I sistemi a bassa risoluzione angolare, cui si fa riferimento nel seguito, sono i piu' usati per applicazioni satellitari. Questa categoria di sistemi impiega un fascio di antenna largo, ma la dimensione dello "spot" illuminato a terra e' ridotta usando un radar ad alta risoluzione in distanza (quindi a larga banda) secondo la schematizzazione riportata in fig.10.1.

In condizioni di mare calmo la $p_r(t)$ risultante assume l'andamento a) di fig.10.2 ($p_{ro}(t)$), dove il limitato tempo di salita (σ_p) deriva dalle dimensioni dello "spot" schematizzate in fig.10.1. Si noti che dopo un certo tempo l'andamento di fig.10.2 decresce ad opera della limitata dimensione del fascio.

Quando invece la superficie marina non puo' ritenersi piatta, l'andamento risultante e' del tipo indicato dalla curva b) di fig.10.2. La pendenza e' proporzionale alla altezza delle onde, come e' intuitivo immaginare considerando le varie fasi di fig.10.1.

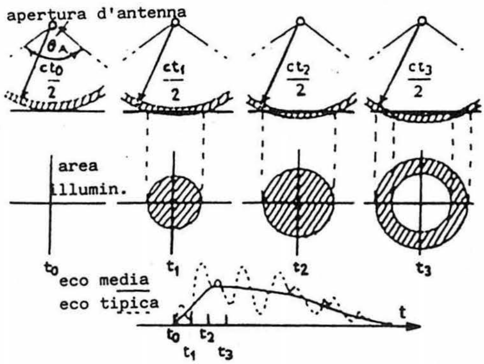


Fig.10.1 - Andamento della superficie di scatter per un sistema ad alta risoluzione in distanza [13].

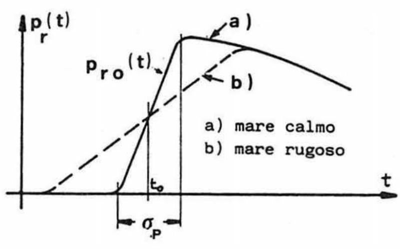


Fig.10.2 - Andamento della $p_r(t)$.

Dal punto di vista analitico si ha (v. mod. di Brown [9])

(10.3) $p_r(t) = K_o\{1+\mathrm{Erf}[(t-t_o)/(\sqrt{2}\cdot\sigma_c)]\}$

dove

t_o e' il ritardo dalla superficie media

σ_c (sec) dipende dalla risoluzione propria del radar (σ_p) e dal valore efficace dell'altezza delle onde (σ_h, in m)(*), secondo la relazione

(10.4) $\sigma_c = \sqrt{\sigma_p^2 + (2\sigma_h/c)^2}$

K_o e' il fattore di normalizzazione che dipende dalla riflettivita' media del mare (σ^o), e quindi dalla velocita' del vento che la influenza, e dalle dimensioni dell'antenna ($K_o = K\sigma^o$)

In realta' K_o e' funzione del tempo per tener conto delle dimensioni finite dell'antenna (vedi fig.10.2). Converra' osservare che l'andamento (10.3) nasce dall'ipotesi fatta che la densita' di probabilita' dei vari punti speculari della superficie marina sia di tipo gaussiano (con deviazione standard proporzionale al valore quadratico medio dell'altezza delle onde) e che, nel sistema a bassa risoluzione angolare, la $p_r(t)$ si ottiene dalla convoluzione della $p_{ro}(t)$ (v. fig.10.2) con detta densita' di probabilita', ne nasce quindi la funzione di "scatter" in distanza del tipo Erf.

In conclusione il problema dell'altimetro si pone nelle tecniche di determinazione di t_o e σ_h e, marginalmente, di σ^o o K_o per la stima della velocita' del vento.

Dati gli andamenti riportati in scala in fig.10.3 ed il fatto che si vuol usualmente ottenere la distanza con precisione dell'ordine del centimetro e la pendenza (o σ_h) con precisione dell'ordine del 10%, con una dinamica di σ_h da 0.1÷5 m, e' necessario dover concepire sistemi ad elevatissima risoluzione e quindi larga banda.

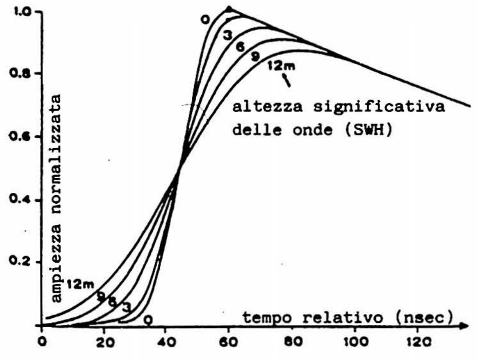


Fig.10.3 - Andamenti tipici dei ritorni nel Radar altimetro [4].

(*) Spesso in letteratura si introduce il concetto di altezza significativa delle onde (SWH), ricorrendo a criteri legati alla distribuzione delle onde per cui SWH=$4\sigma_h$.

Converra´ ancora porre attenzione agli andamenti di fig.10.3, in cui e´ riportato in ogni istante l´entita´ della potenza di ritorno; il segnale effettivo corrisponde ad un processo gaussiano (data la molteplicita´ dei riflettori interessati); pertanto dopo rivelazione incoerente si avra´ una distribuzione Rayleigh e dopo quadratore (necessario ad ottenere l´andamento di fig.10.3 e quindi ad operare la stima di t_o, σ_h e σ^o), la distribuzione sara´ del tipo esponenziale.

Si noti ancora che il valore della riflettivita´ della superficie marina (σ^o), valore proporzionale alla potenza media dell´eco di ritorno, legato alla velocita´ del vento, usualmente deve essere determinato con accuratezza dell´ordine di una frazione di dB.

10.3. Struttura del sistema di elaborazione

Per quanto detto il punto critico del sistema di elaborazione risiede nella larga banda che comporta delle difficolta´ sia nella realizzazione del filtro di compressione, sia nella elaborazione video dei segnali.

Si ricordi che un´accuratezza in distanza dell´ordine del centimetro comporta un´accuratezza nella misura del tempo di ritardo dell´ordine di 0.1 nsec. Per superare le difficolta´ inerenti a questo problema viene usata la tecnica del "full deramp" [13]. Essa e´ mostrata schematicamente in fig.10.4, nella quale si noti come, utilizzando in trasmissione un impulso modulato linearmente in frequenza (chirp), il battimento tra l´eco ricevuta ed una replica dell´impulso trasmesso, allineato all´eco tramite opportuno ritardo e fungente da oscillatore locale, realizza una trasformazione (mapping) tempo-frequenza; pertanto un ritardo in tempo (Δt) viene trasformato in una traslazione in frequenza (Δf) (ric. operazione di "dechirping").

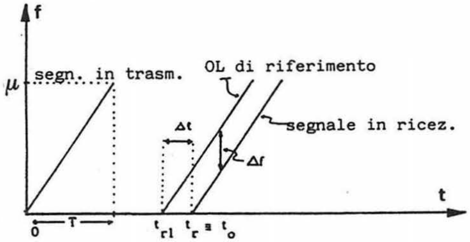


Fig.10.4 - Schematizzazione della tecnica del Full Deramping.

Si ottiene in tal modo la possibilita' di lavorare in frequenza anziche' in tempo, riducendo quindi le alte frequenze di campionamento e l'elaborazione successiva. La selezione in tempo, propria dei sistemi di inseguimento convenzionali, diviene un filtraggio in frequenza che potra' essere realizzato con un banco di filtri. Ne risulta che i valori di tempo in ascissa di fig.10.3 possono essere sostituiti dai numeri progressivi dei filtri del banco. In definitiva l'operazione di inseguimento in distanza viene effettuata in due fasi successive.

Nella prima fase (inseguimento grossolano) viene riconosciuto un istante t_{r1}, in cui viene abilitato il segnale di oscillatore locale; questo istante viene individuato con notevole granulosita' (decine di nsec) utilizzando un oscillatore (ad alta stabilita') coerente con l'istante di trasmissione.

Nella seconda fase (inseguimento fine) viene individuata con notevole risoluzione la distanza del segnale di ricezione leggendo lo scostamento in frequenza.

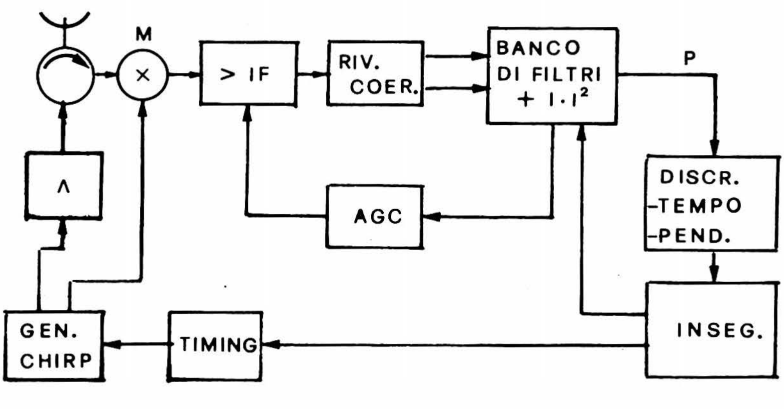


Fig.10.5 - Schema a blocchi di un Radar Altimetro.

In fig.10.5 e' riportato uno schema a blocchi dello strumento, in essa e' possibile individuare:

- <u>generatore del chirp</u>, che genera le forme d'onda in trasmissione e quella che funge da oscillatore locale. La tecnica indicata e' efficiente in quanto la ricezione non

avviene durante la trasmissione (i chirp in trasmissione e ricezione non si sovrappongono) e questo ha luogo ad opera di un'opportuna scelta della frequenza di ripetizione, in quanto la distanza terra-satellite e' nota grossolanamente dai parametri dell'orbita. Naturalmente data la notevole distanza in questione converra' operare in regime di ambiguita' in distanza (alte PRF), peraltro superare certi valori (dell'ordine dei kHz) non ha senso in quanto si otterrebbero dati correlati tra di loro [13],[16];

- unita' di "timing", utile alla generazione dei trigger di pilotaggio del generatore del chirp;
- mixer M che realizza la trasposizione (mapping) tempo-frequenza;
- amplificatore IF che amplifica il segnale ricevuto, la sua larghezza di banda dipende dalla massima altezza delle onde attese;
- rivelatore coerente che converte il segnale a media frequenza in un segnale complesso video, il cui spettro di potenza rappresenta la forma d'onda d'eco secondo la schematizzazione di fig.10.3;
- banco di filtri digitale ed estrazione del modulo quadrato che fornisce i campioni in forma digitale dello spettro di potenza (v. fig.10.3);
- sistema di controllo automatico di guadagno (AGC) che normalizza lo spettro di potenza e fornisce la stima della riflettivita' σ^o;
- discriminatore di tempo e pendenza che generano il segnale di errore tra l'eco ed una forma d'onda stimata, in grado di realizzare un filtraggio prossimo a quello ottimo;
- sistemi di inseguimento in distanza e pendenza che forniscono la stima della distanza media e dell'altezza delle onde. L'informazione grossolana serve a posizionare il trigger di ricezione per la generazione del chirp di oscillatore locale, l'informazione fine e' usata per ottenere lo spostamento fine del banco di filtri.

10.4. Parametri di progetto

Il legame tempo-frequenza realizzato dalla tecnica del full-deramping e' (v. fig.10.4):

(10.5) $$\Delta f = (\mu / T) \cdot \Delta t$$

dove T e' la lunghezza del chirp e μ ne e' la larghezza di banda.

Se T_E e' la dinamica massima delle onde (o variazione di distanza) su cui si intende operare (vedi anche dispersione degli andamenti di fig.10.3) si ha che la larghezza di banda a media frequenza e':

(10.6) $$B_{IF} = (\mu/T)T_E$$

corrispondente alla massima escursione in frequenza possibile.

I singoli filtri potranno essere spaziati in frequenza secondo la:

(10.7) $$f_o = 1/T$$

che corrisponde alla larghezza di banda del segnale di uscita (ipotizzato costituito da una sola frequenza) dal mixer M di fig.10.5(*), mentre l'intervallo di campionamento, in accordo al ben noto teorema del campionamento, sara':

(10.8) $$T_c = 1/B_{IF}$$

Alla spaziatura in frequenza (10.7) corrisponde in tempo una spaziatura [v. (10.5)]:

(10.9) $$\tau_o = 1/\mu \text{ sec}$$

Pertanto operando sui dati campionati e' possibile ottenere una spaziatura in frequenza secondo le convenzionali tecniche di filtraggio digitale (ad es. con tecnica FFT con eventuale pesatura). I parametri cui sopra sono riassunti in fig.10.6.

Il numero dei filtri che ne risulta e':

(10.10) $$N_F = B_{IF}/f_o = \mu \cdot T_E$$

Per avere un'idea degli ordini di grandezza converra' pensare inizialmente a una risoluzione fra filtri (τ_o) dell'ordine di 2.5 nsec (37.5 cm); infatti l'analisi effettuata ha mostrato che una tale risoluzione e' sufficiente ad ottenere le precisioni del centimetro.

(*) In realta' il segnale sara' costituito da una molteplicita' di frequenze (in accordo al modello) e quindi interessera' tutta la B_{IF}.

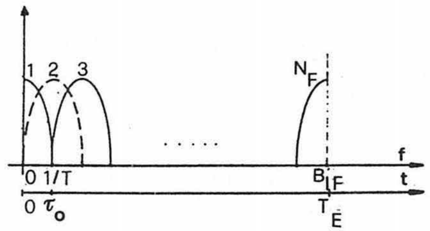


Fig.10.6 - Schematizzazione della tecnica di separazione spettrale.

Dalla (10.9) si ha μ=400 MHz; d'altro lato un valore di T_E=160 nsec (corrispondente a 24 m) appare sufficiente (vedi anche andamenti di fig.10.3).

Ne deriva allora:

(10.11) $$N_F = \mu \cdot T_E = 64$$

In realta' la scelta di τ_o e' condizionata anche dal volere ottenere come numero di filtri una potenza di due, per facilitare la realizzazione in termini di struttura digitale.

Si puo' osservare che un valore di $\mu \cdot T$ di 1000÷2000 e' senz'altro realizzabile con tecniche SAW (eventualmente per moltiplicazione nella catena di trasmissione partendo da un chirp con $\mu \cdot T$ minore) con valori di T fino a una decina di μsec; per T=5 μsec si ha ad esempio:

(10.12) $1/T$=200 kHz; $B_{IF}=(\mu/T)T_E$=12.8 MHz; $T_c=1/B_{IF}$=78 nsec

che risultano essere valori compatibili con la tecnologia corrente.

L'uscita del banco di filtri e' pertanto una forma campionata dell'eco ricevuta essendo il tempo tradotto in frequenza; allora l'unita' di elaborazione ha lo scopo di stimare la forma d'onda ed inseguirla cosi' da ottenere l'estrazione delle informazioni volute.

10.5. Stima dei parametri e trade-off di sistema

In accordo con il modello indicato [v. (10.3)], gli andamenti di cui in fig.10.3, potranno essere descritti in

termini statistici. In realta' tutta la forma d'onda (v. ad es. l'andamento dell'eco tipico di fig.10.1) potra' essere intesa campionata (bastera' pensare alle uscite corrispondenti ai vari filtri del banco di cui nel par.10.3). Il campione i-esimo sara' descritto da una densita' di probabilita' di tipo esponenziale (vedi par.10.2):

$$(10.13) \quad p(V_{ik}|\sigma^o, t_o, \sigma_c) \equiv p(V_{ik}) = \frac{1}{\bar{V}_i} \exp(-V_{ik}/\bar{V}_i)$$

dove $i=1,2...N_F$ e $k=1,2...N$ avendo fatto riferimento all'i-esimo punto (inteso in distanza della f.d.o., della k-esima eco di ritorno (o sweep).

La (10.3) con ovvia simbologia ($t_o=i_o\tau_o$, $t=i\tau_o$) conduce alla

$$(10.14) \quad \bar{V}_i = K\sigma^o \, \{1+\mathrm{Erf}(\frac{i-i_o}{\sqrt{2}\,\sigma_c}\tau_o)\} + P_N$$

avendo considerato l'aggiunta della potenza di rumore P_N.

Converra' ricordare che V_{ik}(e $\bar{V}_i$) corrisponde ad una potenza in quanto e' considerato all'uscita dell'estrattore del modulo quadrato (punto P di fig.10.5).

Introducendo il rapporto segnale a rumore

$$(10.15) \qquad a = \frac{K \cdot \sigma^o}{P_N}$$

e normalizzando ogni valore di V_{ik} alla potenza di rumore P_N (intesa nota a priori come parametro quindi da non stimare), la (10.14) puo' essere riscritta

$$(10.16) \quad \frac{\bar{V}_i}{P_N} = a[1+\mathrm{Erf}(\frac{i-i_o}{\sqrt{2}\cdot N_o})] + 1 \quad \text{dove} \quad N_o = \frac{\sigma_c}{\tau_o}$$

Considerando i vari punti della f.d.o. indipendenti, la densita' di probabilita' dell'insieme dei punti della k-esima interrogazione diviene

$$(10.17) \quad p(\underline{V}_k) = p(\underline{V}_k|a, i_o, \sigma_h) = \prod_{i=1}^{N_F} p(V_{ik})$$

e la densita' di probabilita' relativa ad N interrogazioni diviene allora

$$(10.18)\quad p(\underline{V}_1,\underline{V}_2,\dots,\underline{V}_N)=p(\underline{V}\,|\,a,i_o,\sigma_h)=\prod_{k=1}^{N} p(\underline{V}_k)=p(\underline{V})$$

Il modello statistico di N interrogazioni e' quindi noto dalle (10.18), (10.17), (10.13) e (10.16) e quindi ci si puo' riferire alla teoria della stima per ricercare dai singoli esperimenti i parametri piu' significativi; in particolare i parametri da stimare sono a, i_o e σ_h (da σ_c: v. (10.4)).

Converra' innanzitutto ricercare i limiti teorici inerenti agli errori di stima onde rendersi conto di quanto nelle pratiche applicazioni si e' discosti da questi limiti.

Nel caso di stima di un solo parametro (monodimensionale) l'errore minimo e' dato dal limite di Cramer-Rao, come richiamato in App.1; nel caso in oggetto invece sara' necessario stimare tre parametri contemporaneamente.

Onde semplificare la formulazione analitica di cio' che segue converra' operare secondo le corrispondenze:

$$(10.19)\quad \begin{aligned} a &\longrightarrow \alpha_1 \\ i_o &\longrightarrow \alpha_2 \\ \sigma_h &\longrightarrow \alpha_3 \end{aligned}$$

Converra' allora richiamare i

a) <u>limiti di Cramer-Rao</u>

nel caso di parametri multipli. Come estensione del caso monodimensionale il problema in oggetto si riduce alla valutazione della matrice di informazione di Fisher, che si ottiene dalle condizioni di polarizzazione nulla dei singoli parametri e dalla influenza incrociata minima di un parametro sulla stima di ogni altro parametro.

I singoli elementi della matrice di Fisher sono dati dalla relazione:

$$(10.20)\quad J_{rs} = E\left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \ln p(\underline{V}) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \ln p(\underline{V}) \right\}$$

e l'errore minimo (o limite di Cramer-Rao) possibile da uno stimatore (che se esiste viene detto efficiente) e' dato dalla relazione:

$$\text{(10.21)} \quad E\{\varepsilon^2_{\alpha_s}\} = E\{(\hat{\alpha}_s - \alpha_s)^2\} = \psi_{ss} = \begin{cases} \varepsilon^2_a = \psi_{11} \\ \varepsilon^2_\tau = \psi_{22} \\ \varepsilon^2_{\sigma_c} = \psi_{33} \end{cases}$$

dove ψ_{ss} e' l'elemento della s-esima riga e s-esima colonna della matrice ψ $(= \underline{J}^{-1})$ inversa della matrice di Fisher.

Inserendo la (10.18) nella (10.20) si ottiene nel caso in oggetto(*):

$$\text{(10.22)} \quad J_{rs} = \sum_{k=1}^{N} \int \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \ln p(\underline{V}_k) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \ln p(\underline{V}_k) \cdot p(\underline{V}_k)\, d\underline{V}_k$$

Per le (10.17) e (10.13) d'altro canto si ha:

$$\text{(10.23)} \quad \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \ln p(\underline{V}_k) = \sum_{i=1}^{N_F} \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \ln [p(V_{ik})] = \sum_{i=1}^{N_F} \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \{ \ln \frac{1}{\bar{V}_i} - \frac{V_{ik}}{\bar{V}_i} \} =$$

$$= \sum_{i=1}^{N_F} \frac{V_{ik} - \bar{V}_i}{\bar{V}_i^2} \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \alpha_r}$$

(*) Si ha infatti:

$$J_{ri} = \int \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \ln p(\underline{V}) \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \ln p(\underline{V}) \cdot p(\underline{V})\, dV =$$

$$= \int\int\ldots\int \sum_k \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \ln p(\underline{V}_k) \cdot \sum_h \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \ln p(\underline{V}_h) \cdot p(\underline{V}_1) p(\underline{V}_2) \ldots p(\underline{V}_N)\, d\underline{V}_1 d\underline{V}_2 \ldots d\underline{V}_N$$

$$= \sum_k \int \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \ln p(\underline{V}_k) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \ln p(\underline{V}_k) \cdot p(\underline{V}_k)\, d\underline{V}_k + \sum_{\substack{k,h \\ k \neq h}} \{ \int \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \ln p(\underline{V}_k) \cdot p(\underline{V}_k)\, d\underline{V}_k \}$$

$$\cdot \{ \int \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \ln p(\underline{V}_h) \cdot p(\underline{V}_h)\, d\underline{V}_h \}$$

da cui la (10.22) essendo

$$\int \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \ln p(\underline{V}_k) \cdot p(\underline{V}_k)\, d\underline{V}_k = \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \int p(\underline{V}_k)\, d\underline{V}_k = 0$$

per cui la (10.22) puo' essere riscritta:

$$(10.24)\quad J_{rs}=\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{N_F}\frac{\partial\bar{V}_i}{\partial\alpha_s}\frac{\partial\bar{V}_i}{\partial\alpha_r}\int\frac{(V_{ik}-\bar{V}_i)^2}{\bar{V}_i^4}\frac{1}{\bar{V}_i}\exp(-V_{ik}/\bar{V}_i)dV_{ik}=$$

$$=N\sum_{i=1}^{N_F}\frac{1}{\bar{V}_i}\frac{\partial\bar{V}_i}{\partial\alpha_r}\frac{1}{\bar{V}_i}\frac{\partial\bar{V}_i}{\partial\alpha_s}$$

osservando che l'integrale a secondo membro della (10.24) vale $1/\bar{V}_i^2$.

A questo punto onde valutare i vari termini contenuti nella (10.24), converra' introdurre il vettore A (ric. (10.19)):

$$(10.25)\qquad A=\begin{vmatrix}\dfrac{1}{\bar{V}_i}\dfrac{\partial\bar{V}_i}{\partial a}\\[2ex]\dfrac{1}{\bar{V}_i}\dfrac{\partial\bar{V}_i}{\partial i_o}\\[2ex]\dfrac{1}{\bar{V}_i}\dfrac{\partial\bar{V}_i}{\sigma_h}\end{vmatrix}$$

Le singole componenti della (10.25) sono ottenibili derivando la (10.16)(*):

(*)

$$\mathrm{Erf}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_o^x e^{-t^2}dt\quad;\quad\frac{d|\mathrm{Erf}(x)|}{dx}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2}$$

$$(10.26)\qquad \frac{1}{\bar{V}_i}\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial a} = \frac{\{1+\mathrm{Erf}(\frac{i-i_o}{\sqrt{2}N_o})\}}{a\{1+\mathrm{Erf}(\frac{i-i_o}{\sqrt{2}N_o})\}+1}$$

$$(10.27)\qquad \frac{1}{\bar{V}_i}\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial i_o} = -\frac{a\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{1}{N_o}\,e^{-\frac{(i-i_o)^2}{2N_o^2}}}{a\{1+\mathrm{Erf}(\frac{i-i_o}{\sqrt{2}N_o})\}+1}$$

e (v. (10.16) e (10.4)):

$$(10.28)\qquad \frac{1}{\bar{V}_i}\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \sigma_h} = -\frac{a\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{i-i_o}{N_o^2}\,e^{-\frac{(i-i_o)^2}{2N_o^2}}\,\frac{4}{c^2}\,\frac{\sigma_h}{\sigma_c}\,\frac{1}{\tau_o}}{a\{1+\mathrm{Erf}(\frac{i-i_o}{\sqrt{2}N_o})\}+1}$$

Dal prodotto del vettore A per il suo trasposto si ottiene la matrice di Fisher corrispondente all'i-esimo punto e sommando dette matrici termine a termine, per i vari punti di analisi, si ottiene la matrice J relativa alla singola estrazione. Moltiplicando per N si ottiene infine la matrice le cui componenti sono date dalla (10.24).

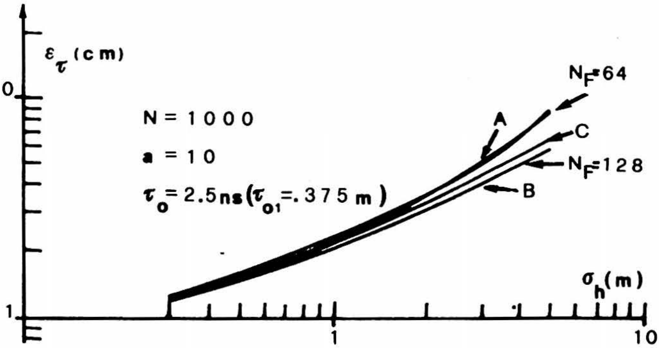


Fig.10.7 - Andamento dell'errore di stima sulla distanza:
A limite di Cramer-Rao N_F= 64
B limite di Cramer-Rao N_F=128
C MLE

Invertendo detta matrice $\underline{J}$ e considerando i singoli termini della diagonale principale si ha la varianza dell'errore di stima minimo per il singolo parametro.

In fig.10.7 sono riportati gli andamenti dell'errore in distanza (espresso in centimetri) in funzione di σ_h, per una condizione operativa, che puo' essere desunta dalle considerazioni che precedono (v. par.10.4).

In particolare sono riportati due andamenti al variare del numero dei punti della f.d.o. (o dei filtri) (N_F).

Si noti che al diminuire di N_F l'errore cresce per alti valori di σ_h e cio' e' dovuto al fatto che in qualche modo la f.d.o. da analizzare viene ad essere troncata. La scelta di $N_F=64$ sembra essere un valore idoneo.

Annullando tutti i termini della matrice di Fisher che non siano sulla diagonale principale si ottengono le stime di a, i_o e σ_h come se ogni parametro fosse da stimare da solo (e gli altri due fossero noti).

E' possibile, annullando opportuni termini su $\underline{J}$, valutare anche l'influenza di ogni parametro su ogni altro. In fig.10.8 sono riportati gli andamenti nel caso dell'errore in distanza e questi andamenti sono particolarmente importanti, perche' in qualche modo giustificano le possibili interazioni fra le varie stime, che, da un punto di vista realizzativo, si riducono a varie interazioni fra "loop" a controreazione interallacciati come proposto in [15].

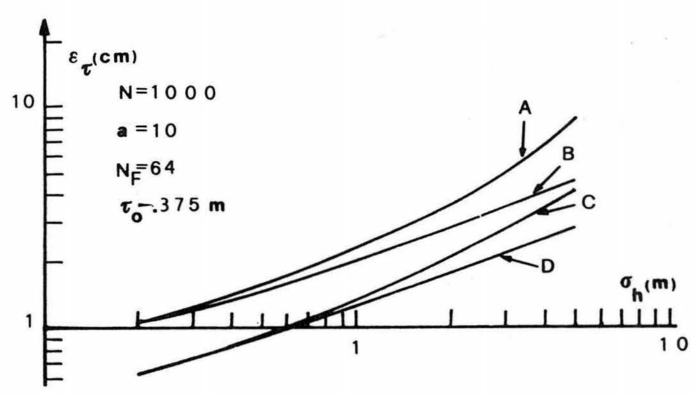


Fig.10.8 - Andamento dell'errore di stima teorico (Cramer-Rao) sulla distanza per:

A	stima contemporanea	a, i_o, σ_h
B	stima contemporanea	i_o, σ_h
C	stima contemporanea	a, i_o
D	stima della sola distanza	(i_o o τ)

E´ interessante ora notare anche l´influenza del rapporto segnale a rumore sulla precisione della distanza. In fig.10.9 sono riportati degli andamenti relativi ad errori minimi (sempre per la distanza), cosicche´ appare chiaro che le fluttuazioni del modello, piu´ che il rumore di sistema, limitano le precisioni possibili ed in ogni caso aumentare "a" al di sopra ad un valore di 10 dB, non sembra conveniente, considerando l´impatto sul trasmettitore.

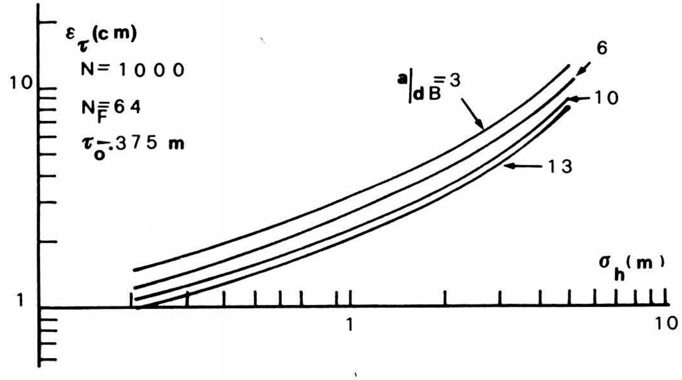


Fig.10.9 - Andamento dell´errore in distanza in funzione di σ_h per vari valori del rapporto a(=S/N).

A questo punto conviene pensare a possibili soluzioni realizzative ed in particolare ad una

b) <u>struttura MLE</u>

ossia ad uno stimatore a massima verosimiglianza (Maximum Likelihood Estimator: MLE).

Come e´ noto, l´elaborazione a massima verosimiglianza consiste nel rendere massima la funzione densita´ di probabilita´ congiunta (10.18) o anche minima l´espressione:

$$\ln[1/p(\underline{V})] \tag{10.29}$$

La minimizzazione della (10.29) comporta l´annullamento delle derivate parziali; in altri termini (ric. (10.23)) si arriva al sistema:

$$
(10.30) \qquad \begin{cases}
\displaystyle\sum_{k=1}^{N} \sum_{i=1}^{N_F} \frac{V_{ik}-\bar{V}_i}{\bar{V}_i^2} \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial a} = 0 \\[2ex]
\displaystyle\sum_{k=1}^{N} \sum_{i=1}^{N_F} \frac{V_{ik}-\bar{V}_i}{\bar{V}_i^2} \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial i_o} = 0 \\[2ex]
\displaystyle\sum_{k=1}^{N} \sum_{i=1}^{N_F} \frac{V_{ik}-\bar{V}_i}{\bar{V}_i^2} \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \sigma_h} = 0
\end{cases}
$$

L´annullamento dei primi termini delle (10.30), come proposto in [15], puo´ essere ottenuto, considerando le sommatorie interne come discriminatori, la cui uscita va ai filtri di integrazione. In realta´ $\bar{V}_i$ dovra´ essere intesa come livello della f.d.o. stimata ed il filtro di integrazione realizza una controreazione con bande (ad anello chiuso) legate al tempo corrispondente agli N impulsi da sommare (v. sommatorie esterne delle (10.30)).

Ne viene quindi lo schema di principio riportato in fig. 10.10.

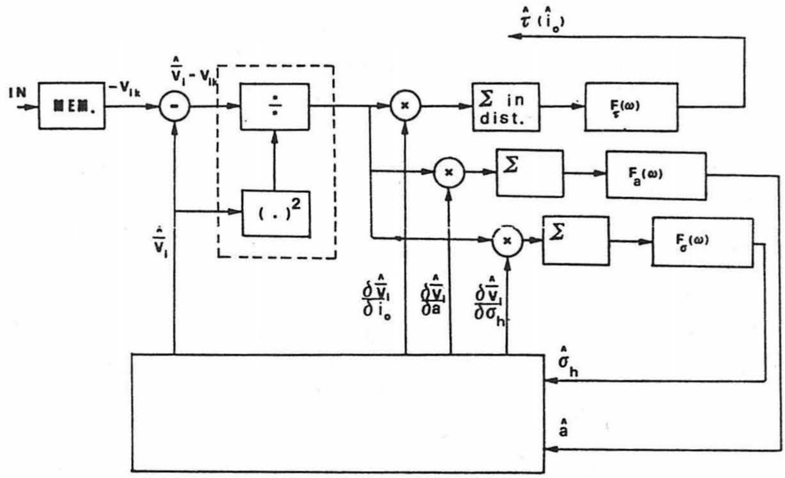


Fig.10.10 - Schematizzazione dell´elaboratore MLE (da [12]).

In altre parole la relazione (10.30) puo' essere realizzata con 3 "loop" a controreazione, rispettivamente per il ritardo, la pendenza e la riflettivita'.

In [11] e' stato mostrato che il sistema MLE e' asintoticamente efficiente (in App.2 questo fatto e' riesaminato per il caso di un solo parametro, per mettere in evidenza l'ipotesi semplificativa), tendendo l'errore di stima al limite di Cramer-Rao.

In particolare l'andamento C di fig.10.7 riporta le conclusioni dell'analisi condotta in [13], che poi non e' null'altro che una elaborazione della matrice di Fisher (10.20), linearizzando il modello di cui in figg.10.2 e 10.3 (v. (10.3)) (ossia approssimando la funzione Erf con una spezzata) e riducendo le sommatorie ad integrali.

In tal modo si e' giunti a formule chiuse che pero' non mettono in luce ad es. la dipendenza da N_F e l'effetto dovuto al vero modello (che non e' lineare).

Lo schema di fig.10.10 puo' essere realizzato facilmente anche se il numero delle operazioni da effettuare sono rilevanti.

A questo punto si vuole introdurre una diversa filosofia di elaborazione, ritenendo di voler semplificare i vari discriminatori. Allo scopo viene proposta la

c) <u>tecnica di elaborazione subottima</u> (SMLE) [15]

come semplificazione realizzativa ed operativa rispetto ai discriminatori desumibili dalle (10.30).

Onde esemplificare il discorso converra' limitarsi ad osservare il caso della stima della distanza. Il discriminatore che nasce dalle (10.30), corrisponde ad effettuare la differenza $(V_{ik}-\bar{V}_i)$. Quindi la sua divisione per $\bar{V}_i^2$ e la moltiplicazione del risultato per $(\partial\bar{V}_i/\partial i_o)$.

La divisione per $\bar{V}_i^2$ e' dovuta al fatto di dare peso diverso alle $(V_{ik}-\bar{V}_i)$ (e quindi ai singoli filtri) in funzione della varianza che, in accordo al modello di Brown, cresce con la distanza.

Tale normalizzazione diviene poco importante se il rumore di sistema e' grande rispetto alle fluttuazioni derivanti dal modello. Quindi proprio ai bassi valori del rapporto segnale-rumore questo parametro diventa poco importante. Inoltre esso conduce a problemi realizzativi in quanto:

- influenza la dinamica di ingresso (specie ai bassi valori di $\bar{V}_i$, cioe' per i primi filtri);
- la dinamica di ingresso viene a dipendere dal rapporto S/N e quindi anche la larghezza di banda (attraverso la

caratteristica del discriminatore) del loop di inseguimento che dovrebbe essere adattiva al rapporto S/N.

Per quanto riguarda il termine $(\partial \bar{V}_i / \partial i_o)$, esso ha lo scopo di prendere l'informazione solo dai filtri dove ha senso fare la stima. Pensando ad un modello linearizzato, che puo' essere ottenuto approssimando il singolo andamento di fig.10.3 con tre spezzate (di cui 2 orizzontali), questo termine assume valore 0 nelle zone piatte, mentre nella zona a massima pendenza diviene costante. Si intuisce quindi bene come questo termine possa essere sostituito da una finestra, che limiti nelle (10.30) le i alla zona ottima corrispondente in tempo (v. fig.10.3). Questa tecnica consente quindi una selezione di zone ottime per quanto riguarda le fluttuazioni del modello.

Le cose non sono diverse per quanto riguarda la stima di σ_h e il termine $\partial \bar{V}_i / \partial \sigma_h$ di fig.10.10 modifica il discriminatore di distanza in un discriminatore di pendenza.

Pertanto, riassumendo, le principali funzioni connesse con l'unita' di elaborazione riguardano:

- sistema di inseguimento in distanza
- sistema di inseguimento in pendenza
- sistema di controllo automatico di guadagno.

Il sistema di inseguimento in distanza opera valutando la distanza del segnale di ritorno relativamente alla posizione del segnale stimato e correggendo di conseguenza quest'ultima posizione, operando sulla generazione del chirp che funge da oscillatore locale e sulla posizione del banco di filtri.

La discriminazione in questione puo' essere effettuata valutando l'integrale della differenza fra segnale di ritorno e forma d'onda stimata, fig.10.11. Da questa figura si nota come la stima di pendenza influenzi poco il gradiente del discriminatore in distanza.

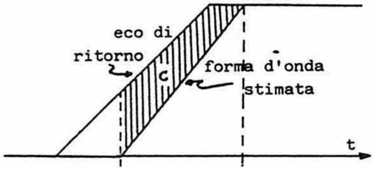


Fig.10.11
Discriminatore di distanza.

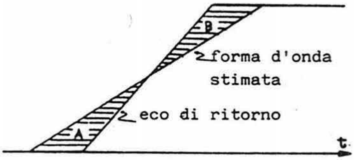


Fig.10.12
Discriminatore di pendenza.

D´altro canto il sistema di inseguimento in pendenza (slope) puo´ operare secondo lo schema di principio riportato in fig.10.12, cioe´ supponendo che esso rotei il segnale di riferimento annullando (con ovvio significato dei simboli):

$$(10.31)\quad \varepsilon_s = \int_{-\infty}^{0} (V(t)-\hat{V}(t))dt - \int_{0}^{\infty} (V(t)-\hat{V}(t))dt = A-B$$

Naturalmente l´annullamento della (10.31) comporta la minimizzazione in media dello scostamento delle due forme d´onda, ma non in senso quadratico medio.

A cio´ occorre aggiungere il fatto che negli andamenti delle figg.10.11 e 10.12 si e´ operato considerando la linearizzazione della forma d´onda d´ingresso.

In realta´ linearizzando la forma d´onda stimata si ha una modesta perdita a tutto vantaggio della semplicita´ realizzativa.

Una volta definiti i discriminatori, i sistemi di inseguimento in distanza e pendenza potranno essere progettati indipendentemente, secondo i ben noti criteri di:

- velocita´ di aggancio e dinamiche
- sensibilita´
- tempo di memoria

e potranno essere sistemi del primo o del secondo ordine.

Le operazioni sopra descritte conducono ad un aggancio in posizione e pendenza solo se i livelli del segnale in ricezione e della forma d´onda stimata sono identici. A questo scopo dovra´ essere inserito un sistema di controllo automatico del guadagno (AGC) (figg.10.5 e 10.10), che renda fisso il livello medio nell´ambito della finestra di esame (filtri considerati). Pertanto la sequenza delle operazioni dovra´ essere nell´ordine: AGC, inseguimento in distanza ed in pendenza.

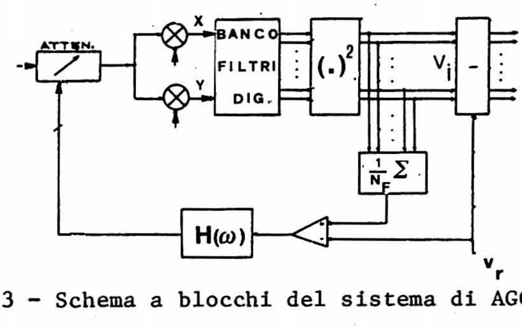


Fig.10.13 - Schema a blocchi del sistema di AGC.

In fig.10.13 e´ riportato lo schema a blocchi del sistema AGC e ovviamente il livello di riferimento v_r e´ collegato al livello del segnale di stima. Detto sistema sara´ di norma del primo ordine.

Naturalmente appena ci si allontana dalla posizione centrale, il sistema di AGC opera nel senso di passare dall´andamento a) all´andamento b) di fig.10.14 dato che si conserva l´area sottesa dal segnale V(t) (per semplicita´ ipotizzato non campionato).

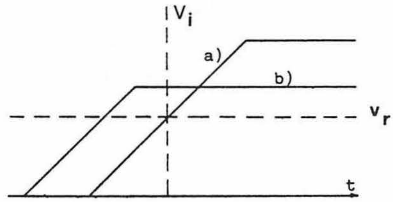


Fig.10.14 - Effetto del sistema di AGC sul segnale nel caso di errore in distanza.

Riportando l´andamento b) di fig.10.14 nella fig.10.11, si vede come il discriminatore di distanza operi a gradiente ridotto, compromettendo il "pull-in" del sistema. Allo scopo di migliorare questo comportamento e´ possibile operare secondo uno dei modi seguenti:

- modificare il discriminatore in fase iniziale, cio´ potrebbe essere fatto ad es. tagliando il segnale di ingresso e quello stimato a v_r e facendo l´integrale della differenza su tutta l´area di interesse;
- fare una ricerca di posizione.

Un altro problema da tener presente e´ il rumore di fondo il quale, ancora di tipo gaussiano, si aggiunge al segnale in ingresso all´intero sistema, per modo che si hanno gli andamenti del tipo di quelli riportati in fig.10.15.

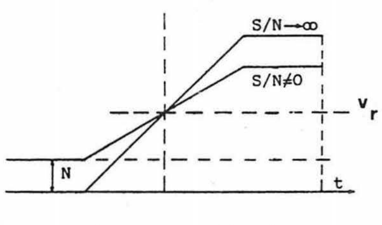


Fig.10.15 - Effetto del rumore di sistema sul segnale.

In [12] e' stata analizzata la accuratezza della precisione in distanza ed in altezza efficace delle onde (σ_h) (secondo il modello - ipotizzato continuo - indicato nel par.10.2) per i due discriminatori schematizzati in figg. 10.11, e 10.12.

In realta' e' stata analizzata l'influenza delle fluttuazioni proprie del modello (d.d.p. esponenziale) e del rumore di sistema (comprensivo degli errori di quantizzazione) sulla accuratezza (rms) della lettura di distanza e di σ_h.

Detta accuratezza e' stata mediata sui filtri utili alla stima e nella banda del loop di inseguimento. L'accuratezza sulla distanza e' data dalla (v. App.3):

$$(10.32)\quad \varepsilon_\tau = \sqrt{\sigma_h^2+(\sigma_p^2\cdot c/2)^2}\,\sqrt{\tau_{01}/\alpha}\,\sqrt{(\tfrac{1}{3})+(\tfrac{1}{a})+(\tfrac{1}{a})^2}\;\cdot$$

$$\cdot\sqrt{1+\frac{3}{2}\frac{\sigma_h}{\alpha N_F\tau_{01}}-\frac{1}{2}\frac{\sigma_h^2}{\alpha^2}\frac{1}{N_F\tau_{01}^2}}\,\sqrt{T\cdot f_B\cdot\pi\cdot 10^2}\ \text{(cm)}$$

mentre l'accuratezza su σ_h e' (v. App.4):

$$(10.33)\quad \frac{\varepsilon_{\sigma_h}}{\sigma_h}=[(c^2\sigma_p^2)/(4\sigma_h^2)+1]\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{\tau_{01}\alpha}}{\sigma_h}\sqrt{(\tfrac{1}{3})+(\tfrac{1}{a})+(\tfrac{1}{a})^2}\cdot\sqrt{Tf_B\pi}$$

dove

τ_{01} distanza in metri tra i vari filtri
α costante di linearizzazione della funzione Erf (α=0.3227)
a rapporto segnale-rumore (in potenza)
T periodo di ripetizione (o interrogazione) = 1/PRF
f_B banda di inseguimento

Per quanto riguarda il valore di f_B, si e' scelto un valore tale da comportare una equivalenza dal punto di vista del filtraggio (su un ingresso a banda larga) relativamente ad una integrazione su N impulsi(*).

(*) Si ha facilmente infatti, con ovvie convenzioni:

$$P_N/N = (P_N/1/T)\cdot 2(\pi/2)\cdot f_B$$

essendo $(\pi/2)\cdot f_B$ la banda di rumore monolatera.

La teoria che ha condotto alla (10.32) sfrutta le stesse ipotesi (linearizzazione su modello reso continuo) di quelle introdotte per l'analisi del MLE.

In fig.10.16 sono riportati a confronto il limite teorico di Cramer-Rao (A di fig.10.7) (ottenuto con un numero finito di filtri N_F=64), l'andamento proprio dell'analisi del MLE (C di fig.10.7) e la (10.32) (andamento D).

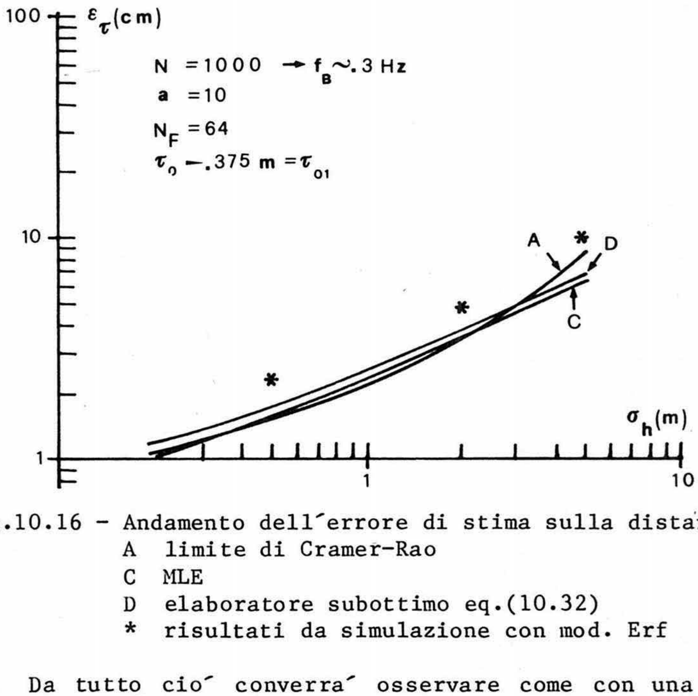


Fig.10.16 - Andamento dell'errore di stima sulla distanza:
A limite di Cramer-Rao
C MLE
D elaboratore subottimo eq.(10.32)
* risultati da simulazione con mod. Erf

Da tutto cio' converra' osservare come con una modestissima perdita prevista si ha in ogni caso una realizzazione notevolmente semplificata, bastera' pensare a come diviene semplice la tecnica di discriminazione; infatti alla legge di discriminazione di cui alle (10.30) si sostituisce una semplice sommatoria.

Naturalmente i risultati che ci si attende dalla pratica comportano un errore superiore al limite di Cramer-Rao, per l'influenza, gia' specificata del numero dei filtri N_F (o punti della f.d.o. presi in esame) e per la linearizzazione. Nella stessa fig.10.16 sono riportati alcuni risultati ottenuti dalla simulazione dell'intero sistema.

Onde mettere in evidenza l'influenza del rapporto se-

gnale-rumore sull´errore di distanza, in fig.10.17 sono riportate le curve corrispondenti agli andamenti di fig. 10.9.

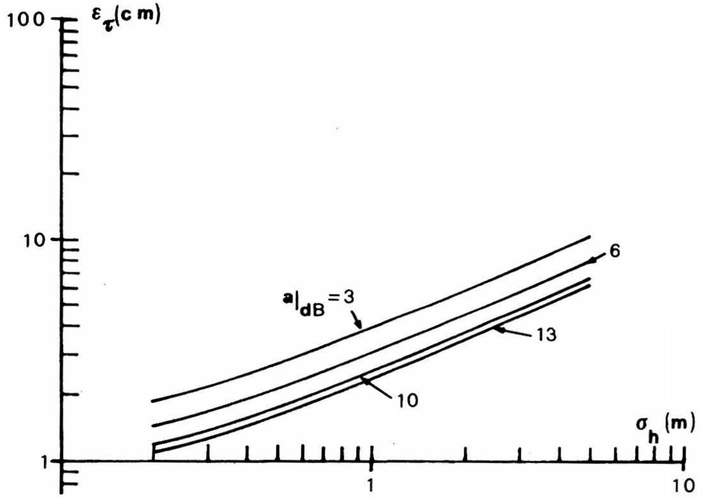


Fig.10.17 - Andamento dell´errore di stima sulla distanza al variare del rapporto "a" segnale-rumore (eq.(10.32)).

Converra´ ancora notare che in questo elaboratore subottimo la somma o integrale di cui in fig.10.11 deve essere riportata in tempo (operando una normalizzazione con la pendenza stimata), cosi´ da ottenere un "loop" che operi solo in distanza, e quindi puo´ essere progettato con le usuali tecniche di inseguimento; peraltro l´errore in distanza che ne segue (v. fig.10.11) e´ poco dipendente dall´altro "loop" di pendenza. D´altro canto una tale dipendenza e´ presente anche nel discriminatore MLE.

Per quanto riguarda la stima sulla pendenza in fig. 10.18 e´ riportato l´andamento ottenuto dal limite di Cramer-Rao, i risultati dell´analisi di cui alla (10.33), alcuni risultati della sua simulazione ed infine i limiti ammessi nel caso di ERS-1.

Con questo tipo di elaboratore si e´ giunti ad un sistema che non e´ molto discosto, da un punto di vista realizzativo, da quello proposto e realizzato per il Seasat [11], [13]. In realta´ nel Seasat si opera con tecnica di

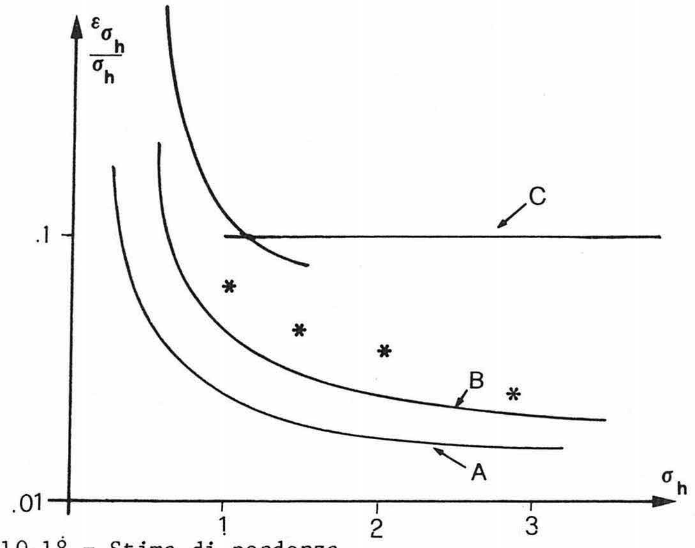


Fig.10.18 - Stima di pendenza
A limite di Cramer-Rao
B analisi del sistema subottimo (eq.(10.33))
C limiti ammessi
* risultati della simulazione

d) <u>inseguimento "early-late gate"</u> (Seasat)

La stima ha luogo con la formazione di un insieme di "gate" di elaborazione come rappresentato in fig.10.19. Per combinare le uscite dei campioni contigui delle f.d.o., sono formate delle triplette di "gate" di larghezza crescente. I "gate early" e "late" entreranno nell´elaboratore dell´altezza delle onde; in realta´ la misura dell´altezza e´ ottenuta sottraendo i campioni nel "gate early" da quelli nel "late".

Questo viene fatto per ogni tripletta e la combinazione che produce una differenza della ampiezza piu´ vicina ad un valore di riferimento, viene scelta come gate operativo di riferimento.

Il gate centrale della tripletta scelta e´ sottratto da un segnale di riferimento, formato dal mediare tutta la forma d´onda, per generare l´errore di distanza.

L´analisi teorica condotta in [11], senza tener conto di stima interallacciata (interactive estimation loop), ha portato a definire l´andamento dell´accuratezza in distanza riportato in fig.10.20.

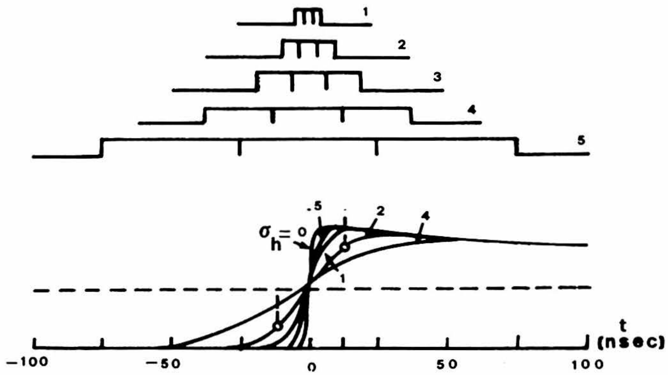


Fig.10.19 - Formazione dei gate di elaborazione per Seasat [11].

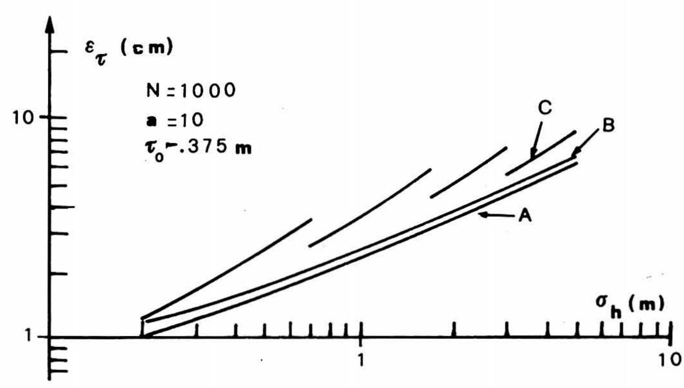


Fig.10.20 - Andamento dell'errore in distanza
A sistema MLE
b elaboratore subottimo (SMLE)
C soluzione "tripletta di gate" (Seasat).

Dalle considerazioni di cui sopra appare immediato come la soluzione SMLE (B) sembra essere quella che consente prestazioni piu´ che´ sufficienti con basso costo computazionale.

10.6. Cenni su una possibile tecnica di acquisizione

La tecnica di acquisizione proposta fa riferimento alla acquisizione per il 95% dei casi in un tempo inferiore a 5 sec. Essa fa riferimento ad un sistema che prevede un segnale impulsato (ancora di 5 μ sec) non "chirped" e quindi la rivelazione viene fatta con stringimento di banda (circa 2 MHz) e rivelatore di inviluppo secondo tecniche radar usuali.

Fissata la soglia T_s per una P_{fa} di 10^{-6}, il primo superamento viene letto nella sua posizione temporale. In realta´ l´informazione di distanza (relativa alla emissione) viene estratta selezionando in tempo l´impulso di clock piu´ vicino all´istante di superamento; detto clock opera ad una frequenza di 20 MHz (T_c=50 nsec).

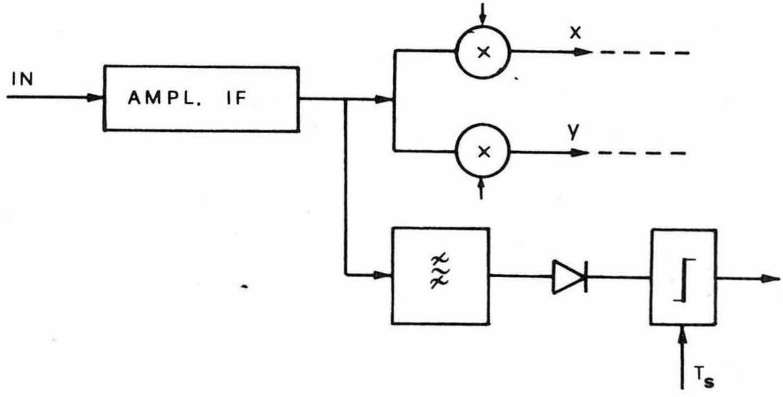


Fig.10.21 - Schematizzazione della tecnica di acquisizione.

Ottenuto un superamento ("detezione") l'incertezza allora rimane nell'ambito di questi 50 nsec e viene ricercata una conferma dell'acquisizione inviando il chirp normale e ricercando in ricezione una conferma con posizionamento del trigger di dechirping a salti di 50 nsec (ricerca su 20 punti intorno all'istante di acquisizione). Per ogni punto converra' avere a disposizione 200 msec per decidere l'acquisizione stessa (tempo massimo di acquisizione: 0,2 x 20 = 4 sec).

La conferma dell'agganciamento avviene ad opera della presenza contemporanea del

a) informazione AGC S/N > 10 dB

b) avvenuto inseguimento in distanza entro circa 20 cm.

10.7. Inseguimento su ghiaccio e relativa acquisizione

In particolari condizioni operative come su ghiaccio sembra importante dover inseguire l'insieme della f.d.o. (anche il "decay" che ha luogo ad opera dell'antenna (v. fig.10.1, 10.2 e 10.3)) a scapito della risoluzione.

Peraltro detta f.d.o. potra' interessare zone sino a 400-500 nsec. Allora converra' allargare i filtri e posizionarli su tutta la zona di interesse. Questo potra' essere fatto diminuendo la pendenza del chirp di un fattore 4 o anche 8; cio' corrisponde ad un allargamento dei filtri.

La scelta della nuova pendenza (corrispondente ad un nuovo chirp) e del guadagno di anello puo' essere ottimizzata dopo aver:

a) analizzato completamente le possibili zone di informazioni, inerenti all'intera forma d'onda

b) individuata la significativita' di un punto caratteristico che potrebbe essere il baricentro della stessa f.d.o.

Sulla base di queste considerazioni potrebbe essere opportuno che il "loop" di inseguimento in "range" avvenga sulla base della selezione del baricentro.

Dal punto di vista realizzativo naturalmente il problema si presenta senza difficolta', infatti si ritorna ai classici inseguimenti "early" - "late".

Anche il sistema di acquisizione puo' non differire da quello disposto per il mare nel paragrafo che precede. Peraltro la banda del loop potra' essere scelta dopo aver considerato possibili schematizzazioni della evoluzione del segnale stesso.

APPENDICE 1

Limiti di Cramer-Rao

Per richiamare il concetto di limite di Cramer-Rao nel caso di stima di un solo parametro, si supponga che il problema di cui al par.10.5 sia relativo alla ricerca del solo parametro $i_o(=\alpha_2)$, note le (10.18) e (10.19).

Si supponga inoltre si operi dapprima sulla sola k-esima realizzazione.

Allora a $\underline{V}_k$ converra' associare un particolare valore di α_2, che verra' detto stima $\hat{\alpha}_2$ di α_2 e sara' funzione di $\underline{V}_k$ stesso, per cui detto valore verra' meglio indicato con il simbolo $\hat{\alpha}_{2k}=\hat{\alpha}_2(\underline{V}_k)$.

La condizione di polarizzazione nulla porta a scrivere:

$$\int(\hat{\alpha}_{2k}-\alpha_2)p(\hat{\alpha}_{2k}|\alpha_2)d\hat{\alpha}_{2k}=0 \tag{A.1}$$

Poiche' d'altro lato vale

$$p(\hat{\alpha}_{2k}|\alpha_2)d\hat{\alpha}_{2k}=p(\underline{V}_k|\alpha_2)d\underline{V}_k=p(\underline{V}_k)d\underline{V}_k \tag{A.2}$$

ponendo la (A.2) nella (A.1) ed annullandone la derivata si ha:

$$\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\int(\hat{\alpha}_{2k}-\alpha_2)p(\underline{V}_k)d\underline{V}_k=-1+\int(\hat{\alpha}_{2k}-\alpha_2)\frac{\partial}{\partial\alpha_2}p(\underline{V}_k)d\underline{V}_k=0 \tag{A.3}$$

La (A.3) puo' essere riscritta

$$\int(\hat{\alpha}_{2k}-\alpha_2)\sqrt{p(\underline{V}_k)}\cdot\sqrt{p(\underline{V}_k)}\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\ln[p(\underline{V}_k)]d\underline{V}_k=1 \tag{A.4}$$

Quadrando le (A.4) ed applicando la diseguaglianza di Schwarz si ha il minimo errore in senso quadratico ossia

(A.5) $$\overline{\varepsilon^2_{\alpha_{2k}}} = \int (\hat{\alpha}_{2k}-\alpha_2)^2 p(\underline{V}_k)d\underline{V}_k \geq \frac{1}{\int \left|\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\ln p(\underline{V}_k)\right|^2 p(\underline{V}_k)d\underline{V}_k} = \varepsilon^2_{\alpha_2}\Big|_{C.R.}$$

Il segno di eguaglianza nella (A.5), corrisponde ad avere a disposizione uno stimatore di errore minimo (efficiente), alla grandezza corrispondente viene dato il nome di limite di Cramer-Rao.

Considerando poi il caso di N estrazioni indipendenti allora la (A.1) (e quanto segue) deve corrispondere alla stima $\hat{\alpha}_{2N}$ e quindi in luogo della $p(\underline{V}_k)$ deve essere utilizzata la $p(\underline{V})$ data dalla (10.18).

Allora inserendo nella (A.5) $p(\underline{V})$ in luogo di $p(\underline{V}_k)$ si ha dopo opportuni sviluppi

(A.6) $$\varepsilon^2_{\alpha_{2N}} \geq \frac{1}{N\int \left|\frac{\partial}{\partial\alpha_2}\ln p\underline{V}_k)\right|^2 p(\underline{V}_k)d\underline{V}_k} = \frac{\varepsilon^2_{\alpha_2}}{N}\Bigg|_{C.R.}$$

come era da attendersi.

Nel caso di stima di diversi parametri l'analisi di cui sopra puo' essere facilmente estesa, imponendo l'annullamento della derivata della relazione corrispondente alla polarizzazione nulla dei singoli parametri, rispetto a tutti i parametri da stimare, per modo da minimizzare l'effetto della stima di un parametro su di un altro.

APPENDICE 2

Stimatore MLE

L'ottenimento di una delle eguaglianze (10.30) (gli altri parametri saranno ipotizzati noti) consente di ottenere un valore stimato del parametro in oggetto secondo la

$$(A.7)\quad \sum_{k,i} \frac{\bar{V}_i - V_{ik}}{\bar{V}_i^2} \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \alpha_j}\Bigg|_{\alpha_j=\hat{\alpha}_j} = f(\hat{\alpha}_j) = \sum_{k,i} \frac{\partial}{\partial \alpha_j} \ln p(V_{ik}) = \frac{\partial}{\partial \alpha_j} \ln p(\underline{V}) = 0$$

In realta' il valore vero di α_j sara' discosto di ε_j da $\hat{\alpha}_j$:

$$(A.8)\quad \hat{\alpha}_j = \alpha_j + \varepsilon_j$$

Sviluppando $f(\hat{\alpha}_j)$ in serie di Taylor si ha:

$$(A.9)\quad f(\hat{\alpha}_j) \simeq f(\alpha_j) + (\hat{\alpha}_j - \alpha_j) \frac{\partial f}{\partial \alpha_j} = 0$$

da cui (con ipotesi ovvia):

$$(A.10)\quad \hat{\alpha}_j - \alpha_j = \frac{f(\hat{\alpha}_j) - f(\alpha_j)}{\frac{\partial f(\alpha_j)}{\partial \alpha_j}} = -\frac{f(\alpha_j)}{\frac{\partial f(\alpha_j)}{\partial \alpha_j}} = -\frac{\frac{\partial}{\partial \alpha_j} \ln p(\underline{V})}{\frac{\partial^2}{\partial \alpha_j^2} \ln p(\underline{V})} \simeq -\frac{\frac{\partial}{\partial \alpha_j} \ln p(\underline{V})}{\overline{\frac{\partial^2}{\partial \alpha_j^2} \ln p(\underline{V})}}$$

Allora

$$(A.11)\quad \overline{\varepsilon_j^2} = \int (\hat{\alpha}_j - \alpha_j)^2 \, p(\hat{\alpha}_j) d\hat{\alpha}_j = \int (\hat{\alpha}_j - \alpha_j)^2 p(\underline{V}) d\underline{V}$$

e quindi

$$(A.12)\qquad \overline{\varepsilon_j^2} = \frac{\int \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_j} \ln p(\underline{V})\right]^2 p(\underline{V}) d\underline{V}}{\overline{\left[\frac{\partial^2}{\partial \alpha_j} \ln p(\underline{V})\right]^2}}$$

Si ha anche

$$(A.13)\ \overline{\varepsilon_j} = \int (\hat{\alpha}_j - \alpha_j) p(\underline{V}) d\underline{V} = = - \frac{\int \frac{\partial}{\partial \alpha_j} \ln p(\underline{V}) p(\underline{V}) d\underline{V}}{\frac{\partial^2}{\partial \alpha_j^2} \ln p(\underline{V})} = - \frac{\frac{\partial}{\partial \alpha_j} \int p(\underline{V}) d\underline{V}}{\frac{\partial^2}{\partial \alpha_j^2} \ln p(\underline{V})} = 0$$

quindi si tratta di stima non polarizzata.

Poiche´ inoltre

$$\frac{\partial^2}{\partial \alpha_j^2} \ln p(\underline{V}) = \frac{\partial}{\partial \alpha_j} \frac{1}{p(\underline{V})} \frac{\partial}{\partial \alpha_j} p(\underline{V}) = - \frac{1}{p(\underline{V})^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha_j} p(\underline{V}) \right\}^2 +$$

$$\frac{1}{p(\underline{V})} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_j^2} p(\underline{V}) = -\left[\frac{\partial}{\partial \alpha_j} \ln p(\underline{V})\right]^2 + \frac{1}{p(\underline{V})} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_j^2} p(\underline{V})$$

ed essendo

$$\int \frac{1}{p(\underline{V})} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \alpha_j^2} p(\underline{V}) \right\} p(\underline{V}) d\underline{V} = \frac{\partial^2}{\partial \alpha_j^2} \int p(\underline{V}) d\underline{V} = 0$$

la (A.12) diviene

$$(A.14)\qquad \overline{\varepsilon_j^2} = \frac{1}{\int \left| \frac{\partial}{\partial \alpha_j} \ln p(\underline{V}) \right|^2 p(\underline{V}) d\underline{V}}$$

che coincide con la (A.6) dimostrando l´MLE essere uno stimatore asintoticamente efficiente.

APPENDICE 3

Analisi della sensibilita' del sistema di inseguimento in distanza con il discriminatore di cui in fig.10.11

In fig.A.1 e' riportato il modello di fig.10.3 e la sua linearizzazione "ottima".

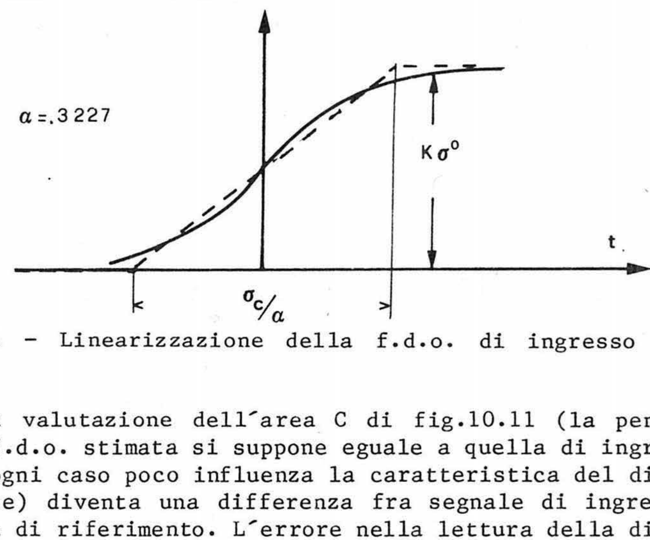


Fig.A.1 - Linearizzazione della f.d.o. di ingresso (fig. 10.3).

La valutazione dell'area C di fig.10.11 (la pendenza della f.d.o. stimata si suppone eguale a quella di ingresso, ed in ogni caso poco influenza la caratteristica del discriminatore) diventa una differenza fra segnale di ingresso e segnale di riferimento. L'errore nella lettura della distanza e' dovuto alla parte fluttuante e la sua varianza e' data dalla (v. (10.13)):

$$\text{(A.15)} \qquad \int (V_{ik}-\bar{V}_i)^2 p(V_{ik}) dV_{ik} = (\bar{V}_i)^2$$

per cui l'errore totale e' dato dalla

$$\text{(A.16)} \qquad \overline{\varepsilon^2} = \sum_{i=1}^{N_E} (\bar{V}_i + P_N)^2$$

dove e' stato introdotto anche il rumore a varianza P_N (v. (10.14)) e si e' posto (ric. il significato di τ_{01} nelle (10.32) e (10.33)):

$$(A.17) \qquad N_E = \frac{c}{2}\frac{\sigma_c}{\alpha}\frac{1}{\tau_{01}} \simeq \frac{\sigma_h}{\alpha}\frac{1}{\tau_{01}}$$

per la (10.4).

Per riportare questo errore di ampiezza in tempo, bisognera' dividere la (A.16) per il quadrato della caratteristica del discriminatore (di cui in fig.10.11) che e' possibile ottenere immediatamente dagli andamenti di fig.A.2, pensando di sommare i vari contributi in ampiezza per uno spostamento τ.

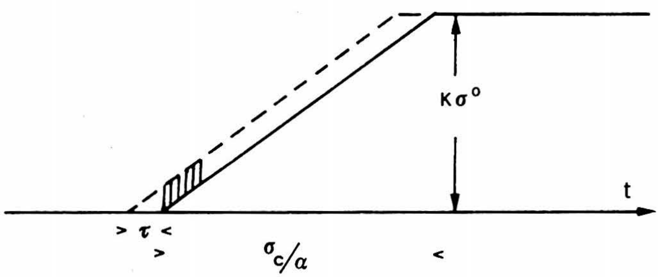


Fig.A.2 - Valutazione della caratteristica del discriminatore di tempo.

L'uscita del discriminatore vale infatti:

$$(A.18) \qquad v_o = N_E \cdot \frac{K\sigma^o}{\sigma_c/\alpha} \cdot \tau \quad \rightarrow \quad C_{dt} = N_E \frac{K\sigma^o \alpha}{\sigma_c} \simeq \frac{K\sigma^o}{\tau_{01}} \cdot \frac{c}{2}$$

In realta' C_{dt} e' indipendente dal segnale in quanto $K\sigma^o$ e' normalizzato dall'AGC e τ_{01} e' una costante.

Pertanto l'errore nella stima della distanza (in m) diviene nel suo valore quadratico:

$$(A.19) \quad \varepsilon_\tau = \frac{\sum_i (\bar{V}_i + P_N)^2}{\dfrac{(K\sigma^o)^2}{\tau_{01}^2}} = \frac{\sum_i \bar{V}_i^2 + 2P_N \sum_i \bar{V}_i + N_E P_N^2}{\dfrac{(K\sigma^o)^2}{\tau_{01}^2}}$$

D'altro canto e' possibile (approssimando la sommatoria con un integrale) scrivere

$$\sum \bar{V}_i^2 = \sum \left(\frac{K\sigma^o}{N_E}\right)^2 i^2 = \frac{(K\sigma^o)^2}{N_E^2} \sum i^2 = \left(\frac{K\sigma^o}{N_E}\right)^2 \frac{1}{\tau_{01}^3} \sum (i\tau_{01})^2 \tau_{01} \simeq$$

$$\simeq \left(\frac{K\sigma^o}{N_E}\right)^2 \frac{1}{\tau_{01}^3} \int_o^{\sigma_h/\alpha} x^2 dx = \frac{(K\sigma^o)^2}{\sigma_h^2/\alpha^2} \frac{1}{\tau_{01}} \frac{1}{3} \frac{\sigma_h^3}{\alpha^3} = \frac{(K\sigma^o)^2}{3 \cdot \tau_{01}} \frac{\sigma_h}{\alpha}$$

$$\sum \bar{V}_i = \frac{K\sigma^o}{N_E} \sum i = \frac{K^o}{N_E} \frac{1}{\tau_{01}^2} \int_o^{\sigma_h/\alpha} x dx = \frac{K\sigma^o}{\frac{\sigma_h}{\alpha}\tau_{01}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_h^2}{\alpha^2} = \frac{K\sigma^o}{2\tau_{01}} \frac{\sigma_h}{\alpha}$$

per cui la (A.19) diviene (per la (10.15)):

$$\text{(A.20)} \qquad \varepsilon_\tau^2 \simeq \tau_{01} \frac{\sigma_h}{\alpha} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}\right)$$

La (A.20) giustifica i primi tre termini sotto radice della (10.32); il quarto termine e' dovuto, come detto alla stima di "a" (AGC), mentre l'ultimo termine considera l'operazione di media su N impulsi (o sulla corrispondente banda filtrante.

APPENDICE 4

Caratteristica ed analisi della sensibilita' del sistema di inseguimento in pendenza.

Per il modello linearizzato (v. fig.A.1) e per la (10.14) (v. (A.15) e (A.16)) si ha:

$$\bar{V}_i \simeq h\cdot i + P_N \rightarrow \hat{\bar{V}}_i \simeq \hat{h}\cdot i + P_N \tag{A.21}$$

dove:

$$h \simeq \frac{K\sigma^o}{N_E} \tag{A.22}$$

Allora dalla (10.31) nel caso in questione si ha (v. fig.10.12):

$$\varepsilon_s = \Delta h\cdot 2 \sum_{o}^{N_E/2}{}_i\; i = \Delta h\cdot \frac{N_E^2}{4} \tag{A.23}$$

con ovvio significato dei simboli.

Dalla (A.23) per poter disporre dell'errore in pendenza occorre dividere ε_s per $N_E^2/4$ (N_E verra' stimato ovviamente dallo stesso "loop").

Il discriminatore di pendenza diviene allora determinato dalla relazione:

$$\varepsilon_h = \frac{\varepsilon_s}{N_E^2/4} = \frac{\sum_{-N_E/2}^{o} (V_i - \hat{\bar{V}}_i) - \sum_{o}^{N_E/2} (V_i - \hat{\bar{V}}_i)}{N_E^2/4} = \tag{A.24}$$

$$= \frac{\sum_{-N_E/2}^{o} V_i - \sum_{o}^{N_E/2} V_i}{N_E^2/4} + \frac{8 \sum_{o}^{N_E/2} \hat{\bar{V}}_i}{N_E^2}$$

Poiche´, d´altro lato (v.(A.22)) vale:

$$\sum_{o}^{N_E/2} \hat{V}_i \simeq \sum_{o}^{N_E/2} \hat{h}i \simeq \frac{K\sigma^o}{N_E} \sum i \simeq \frac{K\sigma^o}{N_E} \frac{N_E^2}{4\cdot 2}$$

la (A.24) diviene

$$\text{(A.25)} \qquad \varepsilon_h = \frac{\sum_{-N_E/2}^{o} V_i - \sum_{o}^{N_E/2} V_i}{N_E^2/4} + \frac{K\sigma^o}{N_E}$$

dove $K\sigma^o$ e´ un valore costante pari al doppio della tensione di riferimento dell´AGC.

Pertanto il discriminatore di pendenza diviene quello riportato in fig.A.3.

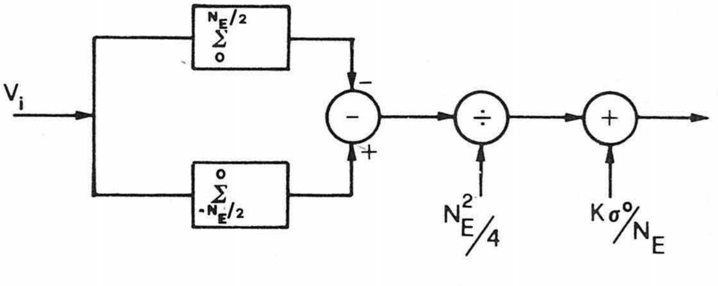


Fig.A.3 - Schematizzazione del discriminatore di pendenza.

Dalla stima di h si ottiene la stima di σ_h dalla relazione (v. (A.22), (A.23) e (A.24)):

$$\text{(A.26)} \qquad h = \frac{K\sigma^o}{N_E} = \frac{K\sigma^o \alpha\tau_{01}}{\frac{c}{2}\sigma_c} = \frac{K\sigma^o \alpha\tau_{01}}{\sqrt{\sigma_h^2 + (\frac{c}{2}\sigma_p)^2}}$$

Per quanto riguarda la sensibilita´ si ha (ric. campioni indipendenti) (v. (A.17), (A.25), (A.20), (A.19)):

$$(A.27)\qquad \frac{\sqrt{\varepsilon_h^2}}{h} = \frac{\sqrt{\sum_{0}^{N_E}(V_i+P_N)^2}}{h\cdot N_E^2/4} = \frac{K\sigma^o}{\tau_{01}}\sqrt{\varepsilon_\tau}\cdot\frac{4}{K\sigma^o\, N_E} =$$

$$= \frac{4\alpha}{\sigma_h}\sqrt{\frac{\tau_{01}\,\sigma_h}{\alpha}}\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}} = 4\sqrt{\frac{\tau_{01}\alpha}{\sigma_h}}\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}}$$

Dalla (A.26) si ha anche:

$$(A.28)\qquad \frac{d\sigma_h}{\sigma_h} = -\frac{(\frac{c}{2}\,\sigma_c)^2}{\sigma_h^2}\,\frac{d\,h}{h}$$

da cui l´errore percentuale su σ_h diviene:

$$(A.29)\qquad \frac{\varepsilon_{\sigma_h}}{\sigma_h} = -\left(\frac{c^2}{4}\,\frac{\sigma_p^2}{\sigma_h^2} + 1\right)\, 4\sqrt{\frac{\tau_{01}}{\sigma_h}}\cdot\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}}$$

e quindi la (10.33) operando anche il restringimento della banda.

Bibliografia

[1] Atti del Convegno "Oceonography from Space", ed. Gower Plenum Press. 1981.

[2] J.ECKERMAN: "Satellite Instrumentation for ocean surface measurements", IEEE Intercon 74, mem 34/2.

[3] J.T.MC GROOGAN: "Precision Satellite Altimetry", IEEE Intercon 74, mem 34/3.

[4] J.T.MC GROOGAN: "Satellite Altimetry Applications", IEEE Tr on MTT, Vol.MTT-23, n.12, Dic. 75, pp.970-978.

[5] W.F.TOWNSEND: "An Initial Assessment of the Performance Achieved by the Seasat-1 Radar Altimetry, IEEE Journ. of Oceanic Eng., Vol.OE-5, n.2, Apr. 80, pp.80-92.

[6] ERS-1 "Radar Altimeter Data Products", Proc. ESA Workshop, Frascati - Italy, 8-11-May 1984.

[7] J.L.MAC ARTHUR - P.V.K. BROWN: "Altimeter for the Ocean Topography Experiment (Topex)", SPIE, Vol.481, Recent Advances in Civil Space Remote Sensing (1984), pp.172-180.

[8] D.L.HAMMOND, R.A.MENNELLA, E.J.WALSH: "Short pulse radar used to measure sea surface kind speed and SWH", IEEE Trans. on AP, Vol.AP-25, n.1, Jan. 1977, pp.61-66.

[9] G.S.BROWN: "The average impulse response of a rough surface and its applications", IEEE Trans. on AP, Vol.AP-25, n.1, Jan. 1977, pp.67-74.

[10] G.S.Hayne: "Radar altimeter mean return waveforms from near-normal-incidence ocean surface scattering", IEEE Trans. on AP, Vol.AP-28, n.5, Sept. 1980, pp.687-692.

[11] L.W.BROOKS, R.P.DOOLEY: "Technical guidance and analytic services in support of Seasat - A - Nasa CR - 141399".

[12] G.PICARDI et alii: "Analysis of the range tracking system", par.7 da Radar altimeter phase A study signal processor simulation", Jan. 1982 (ESA contract 4428/80).

[13] J.L.MAC ARTHUR: "Design of the Seasat", A radar altimeter - Oceans 76, pp.10B-1 - 10B-8.

[14] G.PICARDI, G.POZZOLINI, R.SOMMA: "Telerivamento oceanico tramite radar-altimetria", Riun. annuale AEI, Bologna 1982, C-8, pp.1-8.

[15] G.LOSQUADRO, G.PICARDI, G.POZZOLINI, R.SOMMA: "The radar altimeter for ERS-1 satellite", International Radar Symposium India - Bangalore, IRSI 83, pp.393-398.

[16] E.J.WALSH: "Pulse to pulse correlation in satellite radar altimeters", Radio Science, Vol.17, n.4, pp.786-800, July-August 1982.

11. APPARATI E TECNICHE SPECIALI

11.1. Introduzione

Nelle pagine che seguono si vuole dare un cenno alle problematiche applicative che probabilmente condizioneranno la tecnologia degli anni 90 in campo radar.

In realta´ gli sviluppi negli anni 80 dei sistemi radar ed i possibili settori applicativi fanno intravedere nuovi requisiti in termini operativi e di sistema nei radar di nuova generazione.

In particolare converra´ fare un cenno alle evoluzioni ed alle prevedibili sofisticazioni in termini ECM ed ECCM proprie delle problematiche militari, per intravedere i nuovi parametri operativi ed i conseguenti requisiti dei radar tattici e strategici.

Infatti l´alta densita´ dei bersagli e la necessita´ di rivelarli anche se hanno una bassissima cross-section (v. problematica "stealth" [1]) e se operano con altissime velocita´ in ambiente fortemente influenzato da ECM, portano a ritenere che i nuovi sistemi debbano rispondere a particolari requisiti che facilmente comporteranno costi e complessita´ rilevanti.

Le altissime velocita´ elaborative richieste per la sorveglianza dello spazio e la necessita´ di rivelazione ed inseguimento dei bersagli conducono a ritenere che i radar convenzionali a microonde multifascio si presenteranno notevolmente complicati e poco economici, pertanto prevedibilmente saranno scarsamente applicabili e di non pratico interesse.

Volendo identificare alcuni requisiti cui debbono soddisfare i piu´ moderni radar negli anni 90 converra´ pensare:

. a sistemi adattivi e flessibili per un vasto insieme di condizioni operative; adattivita´ particolare per il posizionamento del fascio di ricerca nello spazio, normalmente su postazione aerea;

. alla necessita´ di poter disporre di altissimi "data rate" per poter operare in ambienti densi di target e fortemente influenzati da ECM.

11.2. La formazione digitale dei fasci

Al fine di poter far fronte ai requisiti cui sopra, e´ stata introdotta la tecnologia di formazione digitale del fascio (Digital Beam Forming: DBF) che potra´ essere operativa negli anni novanta [2]...[18].

La tecnologia DBF usa tecniche digitali per elaborare i segnali in ricezione, infatti un radar DBF usa un´antenna a schiera ("array"); i segnali RF vengono campionati nei vari punti dell´apertura dell´antenna, vengono rivelati separatamente, convertiti in forma numerica con una frequenza di campionamento dell´ordine dei MHz e quindi trasferiti in un elaboratore ad altissima velocita´.

In realta´ la struttura di un radar DBF (v. fig.11.1) e´ costituita da un insieme di moduli ciascuno dei quali assomiglia al ricevitore di un radar classico: ricezione, amplificazione e conversione in forma digitale sulle due componenti (complesse) del segnale opportunamente adattato in dinamica; tipicamente il numero di bit andra´ da 6 a 12.

L´elaborazione numerica dei vari segnali dei vari elementi dell´antenna consente la formazione di fasci multipli e simultanei, facilmente adattabili all´ambiente e quindi alle condizioni ECM. Tutto cio´ fa si che il radar DBF possa rivelare simultaneamente ed inseguire bersagli multipli in ambienti fortemente disturbati. Sara´ possibile ottenere ovviamente una elevata risoluzione, e con filosofie particolari, sara´ possibile disporre di fasci di antenna con caratteristiche rilevanti in termini ad es. di lobi laterali e particolari andamenti (shaping).

Inoltre la possibilita´ di operare sia in modo monostatico che multistatico consentira´ di ampliare ulteriormente la flessibilita´.

Nel caso multistatico, il radar ricevera´ segnali emessi da alcuni trasmettitori, piazzati in luoghi opportuni a posizioni note. Questo fatto consente una rilevante protezione in quanto non sara´ possibile identificare e quindi disturbare i ricevitori che divengono puramente passivi.

Naturalmente l´uso di una molteplicita´ di trasmettitori assicura una operazione radar continua e su una larga zona, ma richiede un elaboratore complesso e non consente la mobilita´ e flessibilita´ dell´operazione monostatica.

Peraltro i singoli moduli di ricezione e conversione A/D saranno localizzati, almeno concettualmente, dietro i singoli elementi di antenna (v. fig.11.1). Detti moduli dovranno avere sufficiente dinamica in modo da consentire la rivelazione e la possibilita´ di elaborazione adattiva.

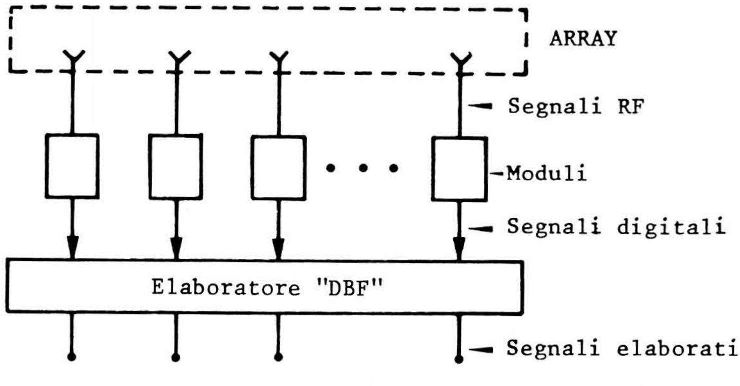


Fig.11.1 - Struttura di un radar DBF.

Il cuore di un radar DBF e' l'elaboratore che deve assolvere a due principali funzioni:

- generazione di fasci multipli
- realizzazione di adattivita' in modo da minimizzare l'effetto dei segnali interferenti e rendere massima la risposta sul particolare bersaglio in esame.

Naturalmente per assolvere i requisiti di cui sopra e' possibile operare con due filosofie particolari:

. secondo una prima metodologia potranno essere messe a punto diverse leggi di pesatura con cui formare, applicando architettura tipo "parallel processing", tanti fasci indipendenti ottimizzati per particolari requisiti;

. una seconda metodologia consiste nel costituire contemporaneamente una molteplicita' di fasci con caratteristiche analoghe (ric. FFT), in tal modo e' possibile ottenere un minore costo computazionale a scapito della flessibilita' possibile propria di un controllo adattivo delle risposte dei singoli fasci.

I vari ritorni da un "array" potranno in realta' essere descritti considerando la schematizzazione di fig.11.2 che conduce alla rappresentazione complessa in banda base

$$(11.1) \quad \sigma_{k,m}(t) = A_m e^{j\phi_m} e^{-jk\frac{2\pi d}{\lambda}\mathrm{sen}\theta_m} = a_m e^{jk\gamma_m} \qquad \text{per } 1 \leq k \leq N$$

dove

N e' il numero degli elementi costituenti l'array
d la distanza fra due elementi dell'array che verra' ipotizzata costante
θ_m individua la direzione corrispondente allo m-esimo fronte d'onda piana
$A_m(\phi_m)$ individua l'ampiezza (fase) corrispondente allo m-simo fronte d'onda
a_m e' l'ampiezza complessa riferita all'elemento k=0 dell'array (elemento fittizio)
γ_m e' lo sfasamento elettrico fra elemento ed elemento lungo l'array ($\gamma_m = - 2\pi \frac{d}{\lambda}$ sen θ_m)

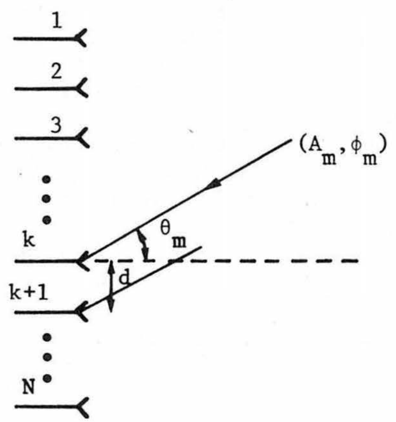


Fig.11.2 - Schematizzazione relativa alla ricezione da un "array".

Naturalmente nel considerare il segnale in ricezione potranno essere tenuti in conto M possibili fronti d'onda che interessano l'array in esame ed un rumore di tipo additivo, che potra' essere supposto bianco, aleatorio ed ergodico:

$$(11.2) \qquad x(k) = \sum_{m=1}^{M} \sigma_{k,m} + w(k) = \sum_{m=1}^{M} a_m \underbrace{e^{jk\gamma_m}}_{b_{k,m}} + w(k)$$

La (11.2) potra´ riscriversi in termini vettoriali

$$\underline{X} = \underbrace{\underline{B} \cdot \underline{a}}_{\underline{s}} + \underline{W} \qquad (11.3)$$

dove

$\underline{X}$ e´ il vettore delle osservazioni
$\underline{B}$ e´ la matrice direzionale
$\underline{a}$ e´ il vettore del segnale nello spazio
$\underline{s}$ e´ il vettore del segnale ricevuto
$\underline{W}$ e´ il vettore rumore

La rappresentazione vettoriale (11.3) consente la applicabilita´ di algoritmi, ormai usuali, di elaborazione ed estrazione di particolari informazioni.

Il problema della stima della direzione di provenienza di un segnale puo´ essere peraltro condotto esaminando la ricezione in un particolare istante di tempo (stima istantanea) ed osservando lo sfasamento relativo ai vari elementi dell´array, naturalmente la stima in oggetto potra´ essere migliorata procedendo a medie nel tempo.

In particolare i segnali in ricezione potranno essere correlati o meno tra di loro: esempio tipico di possibilita´ di una pluralita´ di segnali correlati avviene nel caso di riflessioni come nel "multipath".

La conoscenza della direzione di provenienza di particolari segnali potra´ consentire anche la possibilita´ di porre dei massimi o dei nulli nelle relative direzioni, controllando gli sfasamenti dei singoli canali di ricezione (v. fig.11.3) ed eventualmente anche l´algoritmo di formazione del fascio.

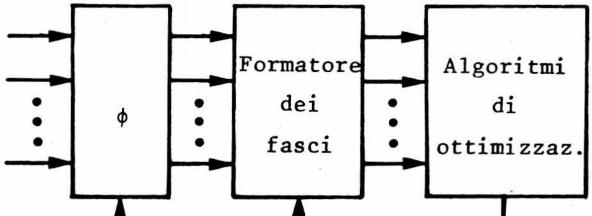


Fig.11.3 - Possibile schematizzazione di una formazione multipla di fasci controllati.

Naturalmente nascera´ tutta una tematica corrispondente alla realizzazione degli sfasamenti (che potranno aver luogo anche in digitale), alla formazione dei fasci ed al relativo controllo con opportuni algoritmi.

Il problema centrale della formazione del fascio puo´ essere analizzato come un problema di riallineamento vettoriale e quindi conduce alla definizione di uno spettro angolare (pensando alle metodologie alla Fourier)

$$X(\hat{\gamma}) = \sum_{k=1}^{N} x(k)\, e^{-jk\hat{\gamma}} \tag{11.4}$$

Dalla (11.4) potra´ essere costruito il periodogramma $|X(\hat{\gamma})|^2$ su cui si dovra´ procedere alla ricerca del o dei massimi al fine di individuare una corretta stima di γ e quindi della direzione di provenienza del o dei segnali.

L´ottimizzazione in questione potra´ essere ottenuta, come detto, operando con sfasatori (definiti da $\hat{\gamma}$) variabili al fine di ricercare il massimo in questione oppure con una FFT, che consente una formazione contemporanea di piu´ fasci (come implicito nella (11.4)) e quindi la stima della direzione di provenienza del particolare segnale potra´ essere ottenuta ricercando l´uscita massima connessa al particolare filtro della FFT: ovviamente e´ anche immediato pensare ad una pluralita´ di segnali entranti.

Naturalmente la risoluzione angolare che ne consegue e´ determinato da N ed il problema dei lobi laterali potra´ essere controllato con particolari pesature sulle singole uscite dell´array.

Ovviamente il vantaggio del metodo di Fourier cui sopra si e´ accennato, risiede nel fatto che

. e´ non parametrico (in quanto il processo di ingresso non deve obbedire ad un particolare modello)

. e´ affidabile

. e´ di facile realizzabilita´.

Peraltro qualora si voglia aumentare la risoluzione (come nella problematica del multipath) sara´ necessario ricorrere (ove possibile) ad una modellizzazione e saranno applicabili le metodologie di superrisoluzione) [5], [19].

Nelle pagine che seguono verranno affrontate le problematiche relative agli errori inerenti il canale fino al convertitore analogico-digitale, pensando ad una formazione dei fasci tipo FFT, verranno quindi esaminate le implicazioni sulla struttura stessa dei fasci, mentre si rimanda alla letteratura specializzata per una analisi dei vari algoritmi.

11.3. La conversione analogico-digitale (A/D)

Considerando la classica metodologia di conversione analogico-digitale nelle due componenti video (J,Q) (v. x,y di fig.1.13) verranno ora presi in esame:

- errori di ampiezza e di fase introdotti in radiofrequenza;
- errori di mismatching (ampiezza e fase) dovuti ai phase detector;
- non idealita' dello stadio di conversione A/D;
- influenza della banda non nulla del segnale.

La fig.11.4 specializza il generico k-esimo canale di fig.11.1 considerando il ritardo specifico (v. (11.1)) ed i vari elementi limitatamente al processo di amplificazione e conversione A/D (infatti non e' rappresentata la sezione RF ed IF).

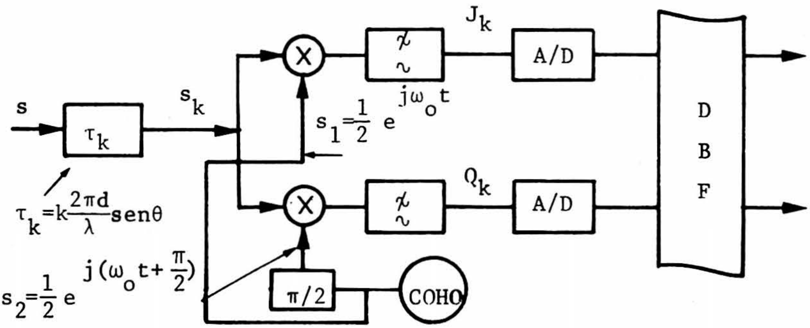


Fig.11.4 - Schematizzazione del modulo di amplificazione e conversione analogico-digitale analizzata.

Definito il segnale di ingresso complesso (su portante) tramite la

$$(11.5) \qquad s = s(t) = \sigma(t)\, e^{j\omega_o t}$$

si ha immediatamente con ovvio significato dei simboli:

$$(11.6) \qquad s_k = a\left(t + \frac{k\gamma}{\omega_o}\right) e^{j\omega_o\left(t + \frac{k\gamma}{\omega_o}\right)}$$

dove $k\gamma/\omega_o$ e' il ritardo (rispetto all'elemento di

riferimento) con cui il fronte d'onda giunge sul k-esimo elemento, ipotizzando il segnale costituito da un solo fronte d'onda e valendo (v. (11.1))

$$\gamma = -\frac{2\pi d}{\lambda}\,\text{sen}\,\theta$$

Converra' osservare che a(t) nelle (11.5) e (11.6) puo' essere interpretato come segnale su cui e' gia avvenuta la compressione ad opera di un filtro adattato e quindi solitamente non presenta modulazione di fase.

D'altro canto la descrizione analitica del comportamento dei "mixer" e filtri passa-basso di fig.11.4 puo' essere fatta tramite le relazioni:

$$(11.7)\qquad \begin{cases} J_k = s_k\, s_1^* + s_k^*\, s_1 \simeq a(t)\cos k\gamma \\ Q_k = s_k\, s_2^* + s_k^*\, s_2 \simeq a(t)\,\text{sen}\, k\gamma \end{cases}$$

di immediata interpretazione (nell'ultimo passaggio si e' considerato a(t) a banda stretta). Dalla (11.7) con rappresentazione complessa e operando il campionamento si ha

$$(11.8)\qquad \sigma_k = a(nT_c)\, e^{jk\gamma}$$

che verra' assunto come termine di riferimento (assenza di qualsiasi errore).

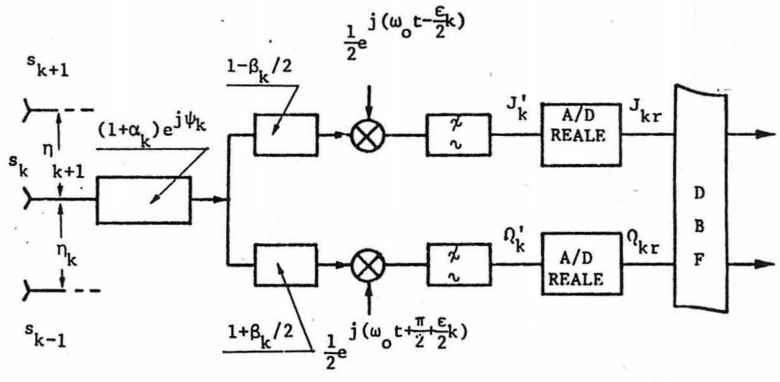


Fig.11.5 - Modellizzazione degli errori inerenti il processo di conversione.

In fig.11.5 vengono poi definiti i singoli possibili errori per la generica k-esima catena di ricezione

$\alpha_k(\psi_k)$ errore di sbilanciamento di guadagno (fase) della sezione a radio frequenza

β_k guadagno differenziale dei canali J e Q

ε_k sbilanciamento di fase del riferimento

η_k coefficiente che tiene conto dell'accoppiamento del (k-1)-esimo elemento con il k sotto esame.

Con la dizione "A/D Reale" si e' inteso comprendere i vari errori connessi al processo di conversione vero e proprio, che verra' descritto nel seguito.

a) Errori di sbilanciamento

Ricordando la simbologia di cui nelle figg.11.4 l 11.5, tenendo presente la (11.6) e (11.7) si ha facilmente:

$$(11.9)\quad \begin{cases} J'_k = a(t + \frac{k\gamma}{\omega_o})\ (1 + \alpha_k)(1 - \frac{\beta_k}{2})\cos(k\gamma - \frac{\varepsilon_k}{2} + \psi_k) \\ Q'_k = a(t + \frac{k\gamma}{\omega_o})\ (1 + \alpha_k)(1 + \frac{\beta_k}{2})\mathrm{sen}(k\gamma + \frac{\varepsilon_k}{2} + \psi_k) \end{cases}$$

Trascurando gli errori del secondo ordine, ipotizzando gli errori di fase piccoli in modo da confondere il seno con l'arco e campionando il segnale in questione all'istante $n.T_c$ si ha:

$$(11.10)\quad \begin{cases} J'_k(n) = a(nT_c + \frac{k\gamma}{\omega_o})(1+\alpha_k - \frac{\beta_k}{2})[\cos k\gamma - (\psi_k - \frac{\varepsilon_k}{2})\mathrm{sen}k\gamma] \\ Q'_k(n) = a(nT_c + \frac{k\gamma}{\omega_o})(1+\alpha_k + \frac{\beta_k}{2})[\mathrm{sen}k\gamma + (\psi_k + \frac{\varepsilon_k}{2})\cos k\gamma] \end{cases}$$

Introducendo il vettore complesso σ'_k (v. (11.8)), la (11.10) si puo' riscrivere in forma compatta:

$$(11.11)\quad \sigma'_k(n) = J'_k(n) + jQ'_k(n) = a(nT_c + \frac{k\gamma}{\omega_o})\ e^{jk\gamma} +$$

$$+ a(nT_c + \frac{k\gamma}{\omega_o})(\alpha_k + j\psi_k)\ e^{jk\gamma} - a(nT_c + \frac{k\gamma}{\omega_o})(\frac{\beta_k}{2} - j\ \frac{\varepsilon_k}{2})\ e^{-jk\gamma}$$

D'altro canto considerando a(.) come inviluppo del segnale in ingresso (ipotizzando la presenza, nel caso di segnali codificati, del compressore a monte del campionatore) e' possibile porre:

$$(11.12) \qquad a(nT_c + \frac{k\gamma}{\omega_o}) \simeq a(nT_c) + \frac{k\gamma}{\omega_o}\, \dot{a}(nT_c)$$

nella ipotesi che $k\gamma/\omega_o$ sia piccolo relativamente al tempo di salita o di discesa dell'impulso di ingresso.

La (11.11) puo' essere quindi riscritta, nelle solite ipotesi di trascurare gli errori del 2° ordine:

$$(11.13) \qquad \sigma_k(n) \simeq a(nT_c)\, e^{jk\gamma} + \frac{k\gamma}{\omega_o}\, \dot{a}(nT_c)\, e^{jk\gamma} +$$

$$+ a(nT_c)(\alpha_k + j\psi_k)\, e^{jk\gamma} - \frac{1}{2}\, a(nT_c)(\beta_k - j\,\varepsilon_k)\, e^{-jk\gamma}$$

Il primo termine della (11.13) costituisce la parte utile del segnale (v. (11.8)) ed e' l'unico termine presente in assenza di errori nel processo di elaborazione. Il secondo termine tiene conto della larghezza di banda dell'impulso trasmesso, ed e' determinato dalla variazione della posizione dell'inviluppo del segnale utile durante il tempo di propagazione relativo ai diversi elementi dell'array; esso dara' un contributo tanto piu' elevato quanto piu' grande e' la banda del segnale e quanto maggiore e' la dimensione dell'array e la escursione angolare sotto osservazione: usualmente questo termine e' ininfluente. Il terzo e quarto termine determinano l'effetto degli errori definiti in fig. 11.5.

b) Errori di conversione

Il convertitore "reale" introduce fondamentalmente due tipi di errore: quello dovuto al fatto che il segnale digitale e' ad un numero finito di bit (rumore di quantizzazione) e quello dovuto al tempo di apertura non infinitesimo dei circuiti di campionamento e tenuta. Peraltro nel seguito non verra' considerato l'effetto dovuto alla disuniformita' dei passi di quantizzazione.

b.1) Rumore di quantizzazione

Ogni convertitore analogico-digitale puo' essere descritto tramite l'errore di quantizzazione che puo' in prima approssimazione ritenersi "indipendente" dal segnale di ingresso.

E' ben noto infatti come un errore di quantizzazione

possa essere in tale caso modellato da un rumore a distribuzione piatta nell'intervallo definito dal passo di quantizzazione q:

$$(11.14)\quad \begin{cases} p(\varepsilon_q) = \frac{1}{q} & \text{per } |\varepsilon_q| \leq \frac{q}{2} \\ p(\varepsilon_q) = 0 & \text{per } |\varepsilon_q| > \frac{q}{2} \end{cases}$$

Alla considerazione di una modellizzazione quale quella definita dalla (11.14) si arriva facilmente considerando un escursione di segnale molto elevata rispetto al passo di quantizzazione.

Dalla (11.14) si ha immediatamente che il valore medio di ε_q e' nullo mentre la sua varianza vale $q^2/12$.

Secondo questa semplice rappresentazione sara' sufficiente aggiungere alla (11.8) (o meglio alla (11.13)) l'errore

$$(11.15)\qquad \varepsilon_{q_s} = \varepsilon_{J_q} + j\,\varepsilon_{Q_q}$$

dove ε_{J_q} e ε_{Q_q} sono da ritenersi indipendenti e definibili tramite la (11.14).

Considerando peraltro con maggiore attenzione il processo di conversione converra' ritenere il rumore di quantizzazione dipendente dal segnale stesso, come appare immediato dalla semplice schematizzazione riportata in fig.11.6.

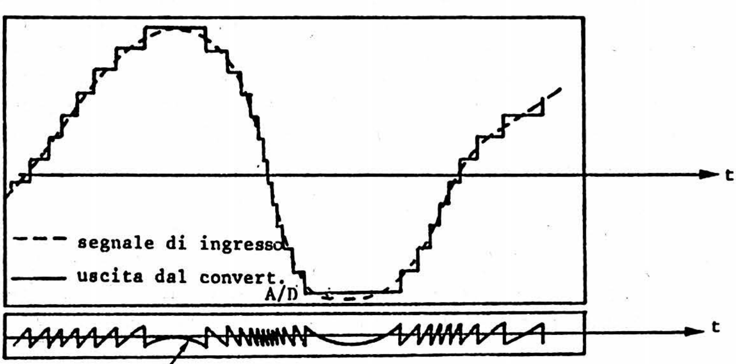


Fig.11.6 - Schematizzazione del processo di quantizzazione.

In [20] e' riportato lo sviluppo in serie del segnale di uscita (v_o) da un convertitore A/D per un ingresso (v_i) di tipo sinusoidale:

$$(11.16)\quad \begin{cases} v_i = a\cos\omega t \\ v_o = \sum_{r=o}^{\infty} a_{2r+1}\cos[(2r+1)\omega t] \end{cases}$$

dove

$$a_{2r+1} = \frac{2q}{\pi}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{(-1)^i}{i}J_{2r+1}(2\pi i\cdot\frac{a}{q})$$

J_{2r+1} sono le funzioni di Bessel di prima specie.

Naturalmente al complesso dei termini di cui nella v_o di (11.16) per $r\neq 0$ e' possibile attribuire il significato di errore di quantizzazione.

Nel caso specifico il segnale di ingresso ai convertitori (ipotizzati eguali), corrispondenti all'insieme dei canali J dell'array, e' costituito da un termine del tipo $a\cdot\cos k\gamma$ (v. (11.7)), mentre $a\cdot\text{sen}k\gamma$ costituira' l'ingresso di convertitori dei canali Q, dove con a si e' intesa l'ampiezza del segnale corrispondente ad un determinato istante di campionamento ($a(nT_c)$ di (11.13)).

Nel considerare l'errore di quantizzazione viene fatta l'ipotesi (gia' implicita nella (11.13)) che siano trascurati gli errori del secondo ordine.

Considerando allora gli errori di quantizzazione, tenuto presente le (11.16), per ingressi del tipo $a\cdot\cos k\gamma$ e $a\cdot\text{sen}k\gamma$ si ha:

$$(11.17)\quad \begin{aligned} a\cdot\cos k\gamma &\leftrightarrow J_{k_q} = \sum_{r=o}^{\infty} a_{2r+1}\cos[(2r+1)\cdot k\gamma] \\ a\cdot\text{sen}k\gamma &\leftrightarrow Q_{k_q} = \sum_{r=o}^{\infty} a_{2r+1}(-1)^r\text{sen}[(2r+1)\cdot k\gamma] \end{aligned}$$

Introducendo il vettore complesso σ_{kq}, come nelle (11.8) e (11.11), si ha quindi che il segnale di uscita da un convertitore reale puo' essere descritto dalla

$$(11.18)\quad \sigma_{kq}(n) = a_1 e^{jk\gamma} + \sum_{r=1}^{\infty} a_{2r+1} e^{(-1)^r\cdot j(2r+1)\cdot k\gamma}$$

Peraltro il primo termine (con a_1) della (11.18) costituisce il termine utile ($\sigma_k(n)$) e a_1 rapportato ad a rappresenta un fattore di guadagno, mentre l'altro termine costituisce un termine di distorsione.

In fig.11.7a) e b) sono riportati i valori di a_1/a (o guadagno) ed il livello della terza armonica (a_3/a) in funzione del livello del segnale utile riferito alla dinamica del convertitore $2^{n-1}q$ nel caso particolare di un convertitore a 6 bit (n=6).

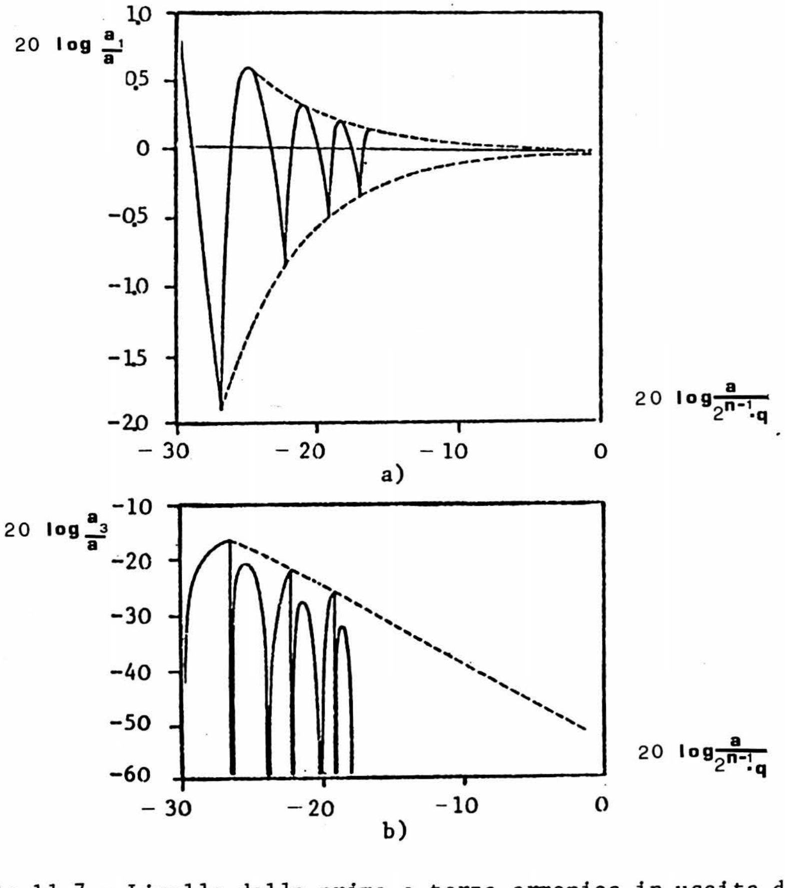


Fig.11.7 - Livello della prima e terza armonica in uscita da un convertitore A/D [20].

Man mano che nella fig.11.7b) ci si sposta verso sinistra il livello della terza armonica cresce, infatti tutto avviene come se il numero di bit diminuisse: ad ogni 6 dB sulle ascisse corrisponde 1 bit di conversione e circa 6 dB di variazione della terza armonica (nel suo valore massimo).

Pertanto al requisito di un certo livello della terza armonica, cui corrispondera' il livello di un "fascio spurio" come verra' evidenziato nel seguito, e' possibile ovviamente in modo univoco associare un certo numero di bit; naturalmente converra' attenersi cautelativamente all'andamento tratteggiato di fig.11.7b) ed al crescere del numero di bit si potra' estrapolare l'andamento di fig.11.7b) a destra.

In fig.11.8 e' tracciato l'andamento corrispondente all'inviluppo relativo alla terza ed alla quinta armonica direttamente in funzione del numero di bit. In tratteggio nella stessa figura e' riportata l'entita' della indeterminazione del guadagno (su scala espansa) sulla fondamentale.

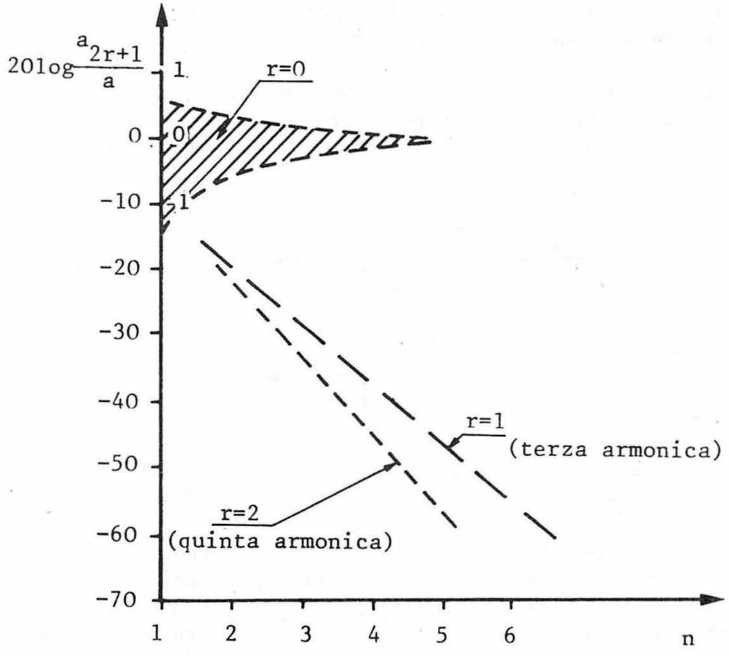


Fig.11.8 - Andamento delle armoniche derivanti dal processo di quantizzazione in funzione del numero di bit.

Converra' ora analizzare il contributo dovuto alla imprecisione nel

b.2) Tempo di apertura

Con tempo di apertura si intende il tempo che (dall'istante di comando) occorre all'"interruttore fisico" del circuito di campionamento e tenuta per essere operativo.

In realta' in tale tempo si individuano due contributi: il primo e' costante per ogni dispositivo e viene chiamato "ritardo di apertura" (Δ_{ap}), il secondo invece varia da campionamento a campionamento e viene chiamato "incertezza o jitter di apertura" (τ_{ap}). Quindi e' possibile scrivere:

$$T_{ap} = \Delta_{ap} + \tau_{ap} \tag{11.19}$$

T_{ap} e' una variabile aleatoria con valore medio Δ_{ap}, distribuita intorno ad esso in modo simmetrico, in un intervallo definito dall'incertezza di apertura che a sua volta e' una variabile aleatoria uniformemente distribuita da $-\delta$ a $+\delta$.

Inoltre anche $_{ap}$ (ossia il valore medio di T_{ap}) pur essendo costante per ogni dispositivo, puo' variare in una gamma di valori fornita dai "data sheets" del costruttore.

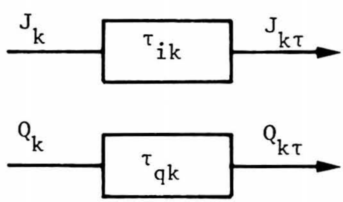


Fig.11.9 - Modello equivalente di conversione affetta da incertezza di apertura.

I due contributi verranno esaminati separatamente. Si supponga dapprima $_{ap}=0$; in questo caso (esplicitando solo l'errore determinato dalla incertezza di apertura) lo schema equivalente del convertitore e' quello riportato in fig. 11.9, dove con τ_{ik} e τ_{qk} si e' inteso rappresentare il ritardo sul segnale di ingresso dovuto alla incertezza di apertura. I valori di τ_{ik} e τ_{qk} avranno allora una distribuzione piatta tra $+\delta$ e $-\delta$ come schematizzato in fig. 11.10.

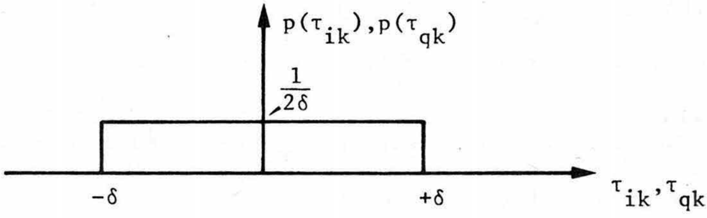


Fig.11.10 - Densita' di probabilita' del jitter di campionamento.

Ovviamente questo "jitter" produrra' un errore nella determinazione del campione, l'errore massimo si avra' in condizione di massima derivata del segnale d'ingresso. Quindi se ω e' la pulsazione corrispondente alla frequenza massima (banda B) del segnale video e se a e' l'ampiezza della componente di pulsazione ω, assumendo un'approssimazione lineare ($\delta \ll 1/\omega$) si ha:

(11.20) $\varepsilon_\tau = a \cdot \cos\omega t - a \cdot \cos\omega(t+\tau) \leq \tau\, a\, \omega$

Quindi tutto va come se al segnale d'ingresso venisse sommato un processo aleatorio con una gerarchia del primo ordine del tipo di quella schematizzata in fig.11.11.

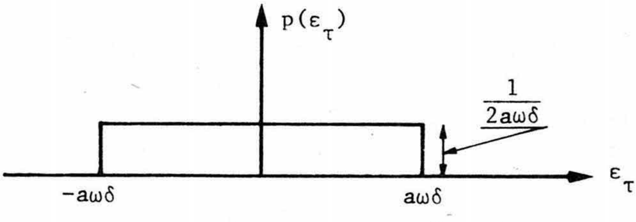


Fig.11.11 - Densita' di probabilita' del segnale errore dovuto alla "incertezza di apertura".

Percio' per il generico ricevitore si ha un contributo del rumore dovuto al jitter individuato dalla relazione

$$\sigma_{k\tau} = \varepsilon_{J\tau}(k) + j\,\varepsilon_{Q\tau}(k) \tag{11.21}$$

dove $\varepsilon_{J\tau}$ e $\varepsilon_{Q\tau}$ sono variabili aleatorie assunte indipendenti a valor medio nullo e varianza $a^2\omega^2\delta^2=(4\pi^2/3)a^2B^2\delta^2$.

Se al contrario si suppone $\tau_{ap}=0$ e $\Delta_{ap}\neq 0$ si puo' modellare il fenomeno con uno schema del genere di quello riportato in fig.11.12, avendo definito:

$$\begin{cases} \tau_{ko} = \dfrac{\Delta_{ap1}(k)+\Delta_{ap2}(k)}{2} \\ \tau_k = \Delta_{ap1}(k)-\Delta_{ap2}(k) \end{cases} \tag{11.22}$$

dove $\Delta_{ap1}(k)$ e $\Delta_{ap2}(k)$ sono i ritardi di apertura degli A/D del k-esimo canale rispetto ad un riferimento temporale.

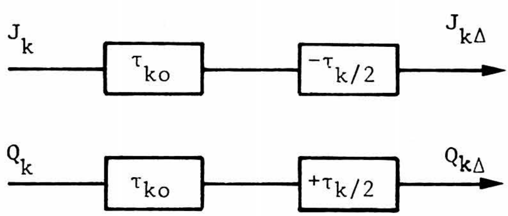


Fig.11.12 - Modello equivalente di conversione affetta da ritardo di apertura.

Dalla schematizzazione di fig.11.12 e' facile ottenere la relazione

$$\begin{cases} J_{k\Delta} = J_k(t-\tau_{ko} + \dfrac{\tau_k}{2}) \simeq J_k-\tau_{ko}\dot{J}_k + \dfrac{\tau_k}{2}\dot{J}_k \\ Q_{k\Delta} \simeq Q_k - \tau_{ko}\dot{Q}_k - \dfrac{\tau_k}{2}\dot{Q}_k \end{cases} \tag{11.23}$$

e quindi dalle (11.7) e (11.8):

$$\sigma_{k\Delta} = \sigma_k - \tau_{ko}\,\dot{a}(nT_c)\,e^{jk\gamma} + \frac{\tau_k}{2}\,\dot{a}(nT_c)\,e^{-jk\gamma} \tag{11.24}$$

Infine converra' tenere anche in conto degli

c) errori di accoppiamento

fra i vari elementi dell'array.

Dalla schematizzazione di fig.11.5 e' possibile scrivere immediatamente

$$(11.25)\quad \sigma_{k\eta} = \sigma_k + \sum_j \eta_j\ \sigma_{j-1} \simeq \sigma_k + \eta[\sigma_{k-1} + \sigma_{k+1}]$$

dove nell'ultimo passaggio ci si e' limitati a considerare accoppiamenti simmetrici, definiti dal valore η, con solo gli elementi adiacenti l'elemento dell'array preso in esame.

d) Conclusioni

Gli errori di cui nelle pagine che precedono (v.(11.8), (11.13), (11.18), (11.21), (11.24) e (11.25)) possono essere riassunti nella espressione:

$$(11.26)\quad \sigma_{kr} = \sigma_k + (\alpha_k + j\psi_k)\sigma_k - \frac{1}{2}(\beta_k - j\,\varepsilon_k)\sigma_k^* + \frac{k\gamma}{\omega_o}\dot{\sigma}_k + (a_1 - a)\cdot e^{jk\gamma} + a_3\, e^{-j3k\gamma} + \sigma_{k\tau} - \tau_{ko}\dot{\sigma}_k + \frac{\tau_k}{2}\dot{\sigma}_k^* + \eta(\sigma_{k-1} + \sigma_{k+1})$$

dove

σ_k	e' il contributo utile (v. (11.8))
$\alpha_k, \psi_k, \beta_k, \varepsilon_k$	sono definite in fig.11.5
$\gamma/\omega_o = -(d/c)\mathrm{sen}\ \theta$	(r. (11.1))
a_1, a_3	sono funzioni del numero di bit n e definite in fig.11.8
$\sigma_{k\tau} = \varepsilon_{J\tau}(k) + j\varepsilon_{Q\tau}(k)$	e' dovuta all'"incertezza di apertura" e $\varepsilon_{J\tau}$ e $\varepsilon_{Q\tau}$ sono variabili aleatorie, indipendenti a valor medio nullo e varianza $\sigma_\varepsilon^2 \le (4\pi^2/3)a^2\delta^2B^2$ (B larghezza di banda del segnale di ingresso, 2δ valore picco-picco del "jitter")

τ_{ko}, τ_k sono definite nella (11.22) tramite il "ritardo di apertura"

η coefficiente di accoppiamento fra due elementi contigui dell'array.

11.4. Effetto degli errori sul "fascio"

Per le considerazioni del par.11.2, tenendo presente la (11.1) e (11.4), il segnale complesso in ricezione σ_k (per il momento ipotizzato privo di errori) verra' elaborato dal DBF di cui in fig.11.4 secondo la relazione

$$(11.27) \quad X_{\theta_o}(\theta) = \sum_{k=1}^{N} \sigma_k \, e^{j \cdot k \cdot \frac{2\pi d}{\lambda} \operatorname{sen} \theta_o} = \sum_{k=1}^{N} \sigma_k e^{-jk\gamma_o}$$

che fornisce il guadagno nella direzione angolare θ avendo ottimizzato il fascio nella direzione θ_o.

In altri termini posto, conformemente alla (11.8),

$$(11.28) \quad \sigma_k = a \, e^{jk\gamma} = a \, e^{-jk\frac{2\pi d}{\lambda} \operatorname{sen} \theta}$$

la (11.27) diviene

$$(11.29) \quad X_{\theta_o}(\theta) = a \sum_{k=1}^{N} e^{jk(\gamma-\gamma_o)} = a \sum_{k=1}^{N} e^{-jk\frac{2\pi d}{\lambda}(\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}\theta_o)}$$

da cui

$$(11.30) \qquad |X_{\theta_o}(\theta)| = |a| \left| \frac{\operatorname{sen}[\pi \frac{Nd}{\lambda}(\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}\theta_o)]}{\operatorname{sen}[\frac{\pi d}{\lambda}(\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}\theta_o)]} \right|$$

che e' riportata in fig.11.13.

In altre parole al variare di θ (angolazione del segnale incidente contenuta in σ_k) varia il guadagno (11.30) che poi in ultima analisi costituisce un guadagno di antenna.

Converra' notare che per piccoli valori di θ e θ_o (v. θ_m di fig.11.2) in ascissa di fig.11.13 puo' essere riportato direttamente l'angolo θ, che esiste una ripetitivita' del

fascio a distanza λ/d e che convenienti leggi di "pesatura" nella (11.27) possono ridurre il livello dei lobi laterali a scapito della larghezza del fascio; l'inserimento di dette leggi di pesatura non altera le considerazioni che seguono.

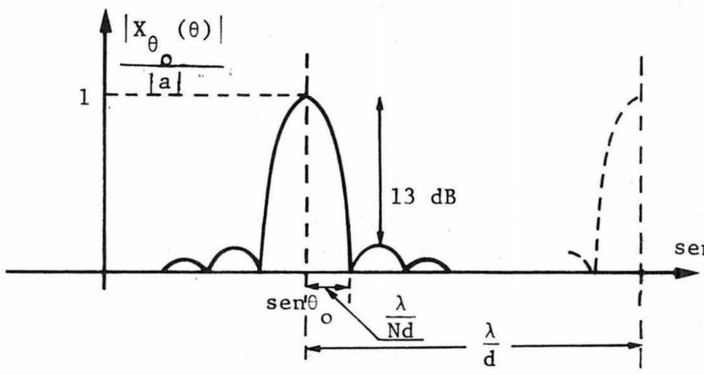


Fig.11.13 - Rappresentazione del "fascio" formato digitalmente.

Inserendo ora nella (11.27) in luogo di σ_k, l'espressione (11.26) che specializza il ritorno reale (σ_{kr}) si hanno le varie distorsioni sul fascio. In realta' data la linearita' contenuta nella (11.26) ogni distorsione potra' essere considerata separatamente.

Ogni errore funzione di k, come riportato in (11.26), verra' modellato nel seguito in modo deterministico ed in particolare sinusoidale, in quanto un tale modello conduce ad una analisi conservativa (ric. teoria echi appaiati). Si supporra' inoltre che la frequenza (in k) sia elevata, ossia piu' di un ciclo sia contenuto nella dimensione dell'"array". Estendere le considerazioni che seguono al caso di andamenti del tipo ad es. parabolico e cubico si presenta abbastanza agevole.

Nel seguito ogni termine di cui nella (11.26) verra' analizzato indipendentemente da ogni altro.

. $(a_1-a)\ e^{jk\gamma}$ e' un termine che comporta la sola variazione della scala delle ordinate della fig.11.13, pertanto si e' in presenza di un termine di guadagno.

. $\alpha_k \cdot \sigma_k$, qualora α_k si supponga indipendente da k, ci si riconduce al caso precedente. In ogni caso converra' considerare ogni andamento di α_k come funzione di k sviluppabile in serie di Fourier:

$$\alpha_k \simeq \alpha_o + \alpha_1 \cos 2\pi k C_\alpha \simeq \alpha_o + \frac{\alpha_1}{2}\left[e^{j2\pi k C_\alpha} + e^{-j2\pi k C_\alpha}\right] \tag{11.31}$$

con ovvio significato dei simboli.

Inserendo allora il termine $\alpha_k \cdot \sigma_k$ (v. (11.26) e (11.31)) nella (11.27) dopo semplici calcoli si hanno in uscita tre termini:

$$\alpha_o \left| \frac{\operatorname{sen}[\pi \frac{Nd}{\lambda}(\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}\theta_o)]}{\operatorname{sen}[\frac{\pi d}{\lambda}(\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}\theta_o)}\right|$$

$$\frac{\alpha_1}{2} \left| \frac{\operatorname{sen}[\pi \frac{Nd}{\lambda}(\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}\theta_o + C_\alpha \frac{\lambda}{d})]}{\operatorname{sen}[\frac{\pi d}{\lambda}[\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}\theta_o + C_\alpha \frac{\lambda}{d})]}\right| \tag{11.32}$$

$$\frac{\alpha_1}{2} \left| \frac{\operatorname{sen}[\pi \frac{Nd}{\lambda}(\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}\theta_o - C_\alpha \frac{\lambda}{d})]}{\operatorname{sen}[\frac{\pi d}{\lambda}(\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}\theta_o - C_\alpha \frac{\lambda}{d})]}\right|$$

Il primo termine e' simile alla (11.30) e quindi α_o provoca unicamente una variazione di guadagno. Il secondo e terzo termine danno luogo a due risposte appaiate (ric. echi appaiati) o fasci spuri di livello pari a $\alpha_1/2$ e dislocati rispetto al fascio utile a distanza $C_\alpha \lambda/d$ in termini di sen θ (v. fig.11.13). Il tutto e' riportato in fig.11.14. Pertanto, dal requisito di voler limitare i ritorni fuori del fascio utile, e' possibile ricavare immediatamente il "matching" di guadagno necessario fra i vari canali di cui fig.11.1.

Analogo discorso puo´ essere riportato per il termine

. $j\,\psi_k\,\sigma_k$

considerando

(11.33) $$\psi_k = \psi_o + \psi_1 \cos 2\pi\, k\cdot C_\psi$$

si hanno risposte spurie come le (11.32) di livello $\psi_1/2$ e dislocate a $C_\psi\,\lambda/d$ (v. ancora fig.11.14).

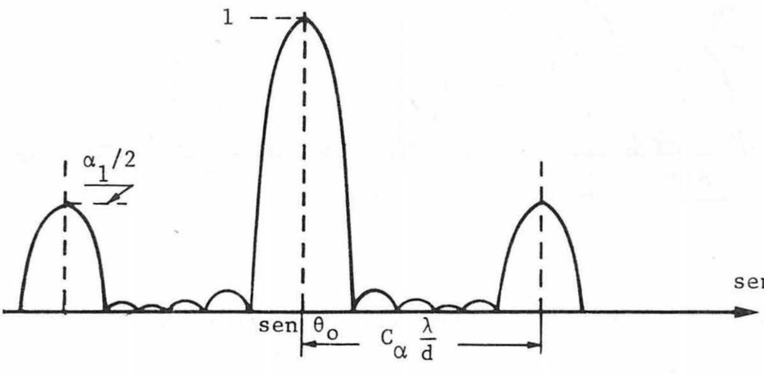


Fig.11.14 - Rappresentazione dell´effetto del termina $\alpha_k\sigma_k$ (e $j\psi_k\sigma_k$) di cui nella (11.26).

Il termine

. $\frac{1}{2}(\beta_k - j\varepsilon_k)\sigma_k^*$

dovra´ ora essere analizzato. Ricordando che vale $\sigma_k^* = a\, e^{-jk\gamma}$ e ipotizzando

(11.34) $$\beta_k = \beta_o + \beta_1 \cos 2\pi\, k\, C_\beta$$

e

(11.35) $$\varepsilon_k = \varepsilon_o + \varepsilon_1 \cos 2\pi\, k\, C_\varepsilon$$

inserendo le (11.34) e (11.35) nella (11.27) si hanno in corrispondenza dei termini analoghi ai (11.32) dove ovviamente in luogo di sen θ dovra' leggersi -sen θ .

In altre parole il tutto si presenta come in fig.11.15 dove $\bar{m}$ e' messo in luogo di $\beta_o/2$ ($\varepsilon_o/2$) e m in luogo di $\beta_1/2$ ($\varepsilon_1/2$) e C_m rappresenta $C_\beta(C_\varepsilon)$.

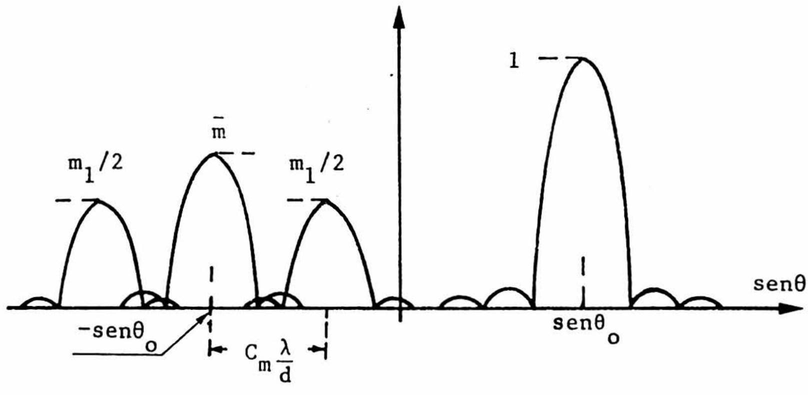


Fig.11.15 - Schematizzazione del contributo del termine β_k, ε_k e τ_k.

Il termine

$$\cdot\ a_3\ e^{-j3k\gamma}$$

dovuto alla quantizzazione puo' essere analizzato immediatamente inserendolo in luogo di σ_k nella (11.27); ne viene ovviamente una relazione analoga alla (11.30) dove in luogo di sen θ deve essere posto - 1/3 sen θ . Il risultato che ne consegue e' riportato in fig.11.16.

Dal livello di a_3 (v. fig.11.8) e' possibile quindi determinare un minimo numero di bit richiesto nella conversione.

Il termine

$$\cdot\ \sigma_k\tau$$

puo' essere considerato determinato da particolari valori in un determinato istante di campionamento e quindi potra'

essere riportato ad un termine relativo al segnale utile del tipo ancora sinusoidale che inserito in luogo di σ_k nella (11.27) da' luogo a risposte spurie il cui livello puo' essere valutato dalla deviazione standard $(2\pi/\sqrt{3})\cdot B \cdot \delta$ (v. (11.21)) dove B e' la larghezza di banda del segnale di ingresso e δ e' l'escursione di picco relativa alla "incertezza di apertura".

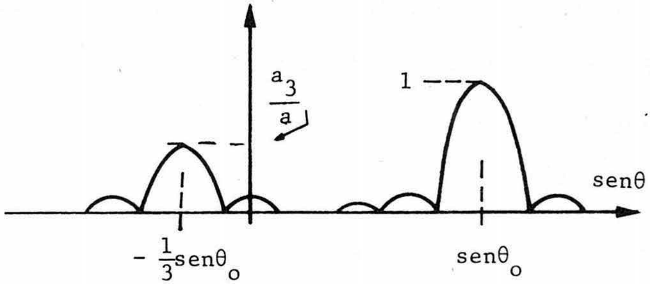


Fig.11.16 - Effetto del termine $a_3\ e^{-j3k\gamma}$.

Volendo considerare ora

$\cdot\ \tau_{ko} \cdot \dot{\sigma}_k$

conformemente a quanto indicato nel paragrafo che precede, converra' per una prima valutazione porre

$$(11.36) \qquad \dot{\sigma}_k = \alpha \cdot a \cdot B \cdot e^{jk\gamma}$$

dove

a e' il livello di picco del segnale

B e' la larghezza di banda del segnale

α e' un fattore di forma che nel seguito verra' posto pari all'unita'.

Procedendo allora con la stessa modellizzazione, gia' piu' volte utilizzata, si ha:

$$(11.37) \qquad \tau_{ko} \simeq \tau_o + \tau_1 \cos 2\pi\ k \cdot C_\tau$$

da cui la nascita di due echi spuri come riportati in fig. 11.14 dove in luogo di α_1 va inserito $\tau_1 \cdot B$ e C_α deve essere sostituito da C_τ .

Analoga considerazione puo' essere fatta per

$$\cdot \frac{\tau_k}{2} \dot{\sigma}^*_k$$

per cui ponendo

(11.38) $$\tau_k = \tau'_o + \tau_2 \cos 2\pi k \cdot C'_\tau$$

si hanno dei lobi spuri come in fig. 11.15 dove in luogo di $\bar{m}$ deve essere posto $(\tau'_o/2)\cdot B$ ed in luogo di m_1 invece $(\tau_2/2)\cdot B$.

L'accoppiamento fra i vari elementi dell'array

$$\cdot\ \eta(\sigma_{k-1} + \sigma_{k+1})$$

potra' essere riscritto

(11.39) $$\sigma_k + \eta\sigma_k(e^{-j\gamma} + e^{j\gamma})$$

Naturalmente dovra' essere tenuto in debito conto il primo ed ultimo elemento dell'array.

Inserendo la (11.39) nella (11.27) e tenendo conto anche del termine utile si ha:

(11.40) $$X_{\theta_{o,\eta}}(\theta) = \sum_{k=1}^{N} e^{jk(\gamma-\gamma_o)} + + \eta e^{j\gamma} \sum_{k=1}^{N-1} e^{jk(\gamma-\gamma_o)} + \eta e^{-j\gamma} \sum_{k=2}^{N} e^{jk(\gamma-\gamma_o)}$$

Sviluppando la (11.40) si ha

(11.41) $$\left| \frac{X_{\theta_{o,\eta}}(\theta)}{a} \right| = \left| \frac{\operatorname{sen}[\frac{N}{2}(\gamma-\gamma_o)]}{\operatorname{sen}[\frac{1}{2}(\gamma-\gamma_o)]} + 2\eta \cos(\frac{\gamma+\gamma_o}{2}) \frac{\operatorname{sen}[\frac{N-1}{2}(\gamma-\gamma_o)]}{\operatorname{sen}[\frac{1}{2}(\gamma-\gamma_o)]} \right|$$

L'effetto di η da una attenta analisi della (11.41) comporta sostanzialmente solo una degradazione della risoluzione del lobo principale, che e' minore di 1% per un

N=16, θ_o=0 ed $\eta \simeq .1$ (-20 dB).

Un andamento della degradazione della risoluzione in funzione di η e' riportato in fig.11.17 ancora per θ_o=0 (caso peggiore).

A degradazioni ancora di questo tipo si arrivera' considerando modellizzazioni dei fenomeni, di cui si e' trattato, con componenti a bassa frequenza (tipo parabolica o cubica in luogo del sinusoidale di cui, ad es. in (11.31)) o aleatoria [21].

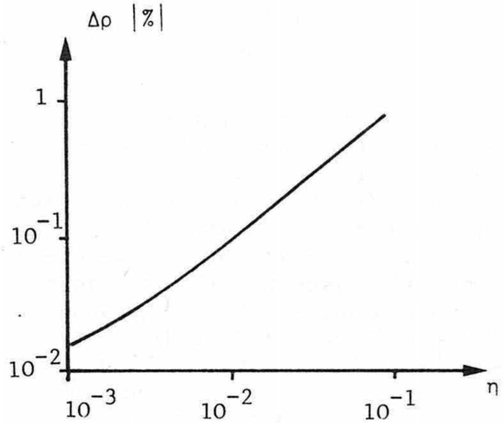


Fig.11.17 - Degradazione percentuale della risoluzione in funzione di η.

Il contributo determinato dal ritardo di propagazione

$$\cdot \frac{k\gamma}{\omega_o} \dot{\sigma}_k$$

potra' essere valutato infine considerando la validita' della (11.36) e la degradazione in termini di lobi laterali e risoluzione potra' essere ottenuta procedendo alla integrazione di cui nella (11.27) anche con metodi numerici.

Dalle considerazioni formulate nelle pagine che precedono appare chiaro come possano essere proporzionati i vari canali che costituiscono il punto cruciale dell'intera catena ricevente, naturalmente alcune problematiche dovranno essere affrontate in relazione alle tecnologie implicate, di cui un rapido cenno viene formulato nel paragrafo che segue.

11.5. Errori di fase di tipo quadratico, cubico ed aleatorio

Qualora gli errori di cui nel par.11.3 siano modellabili con andamenti quadratici e cubici, l'"eco" appaiato (nella approssimazione di detto andamento con un termine sinusoidale) diviene molto vicino alla risposta utile comportando non solo specifici effetti sui valori di S.L. ed ISLR, ma anche un allargamento del fascio centrale (perdite di risoluzione).

In particolare e' possibile ricondurre globalmente gli errori di fase ad un termine del tipo:

$$\phi(k) = \phi_{max} \left[\frac{k - \frac{N+1}{2}}{\frac{N-1}{2}} \right]^{\nu} \qquad \text{per } \nu=2,3 \tag{11.42}$$

per modo che ϕ_{max} assume il significato di errore di fase massimo (ai bordi dell'"array") nel caso di errore di tipo quadratico ($\nu=2$) e cubico ($\nu=3$).

Un tale termine di errore di fase si aggiunge additivamente agli esponenti della (11.29). Naturalmente sara' ora possibile, calcolando la nuova sommatoria che ne nasce, valutarne l'effetto sul fascio; cio' puo' essere fatto considerando anche una conveniente legge di pesatura, al fine di ridurre i lobi laterali o il valore di ISLR.

In figg.11.18÷11.20 sono riportati degli andamenti ottenuti per N=16, considerando come legge di pesatura $\cos^2$ rialzato ((3.51) per n=2) per tre valori del piedistallo k:

. k = 1 assenza di pesatura (pesatura uniforme)
. k = .38 ottimizzata per ISLR (v. figg.3.12-3.10)
. k = .08 ottimizzata per S.L.(rete di Hamming).

Converra' notare che la degradazione sulla risoluzione per k=.38 non e' stata riportata in fig.11.20, peraltro in questo caso si hanno andamenti intermedi a quelli ivi riportati.

Dall'analisi degli andamenti di cui nelle figg.11.18, 11.19 e 11.20 e' possibile concludere:

. a parita' di errori di fase massimo l'errore cubico (che implica una traslazione del picco centrale immediatamente valutabile) comporta minori allargamenti rispetto a quello determinato da errori quadratici;

. le maggiori perdite in S.L. dovute ad errori cubici crescono con l'uso delle leggi di pesatura;

. l'errore quadratico puo' essere determinante nella valutazione del ISLR.

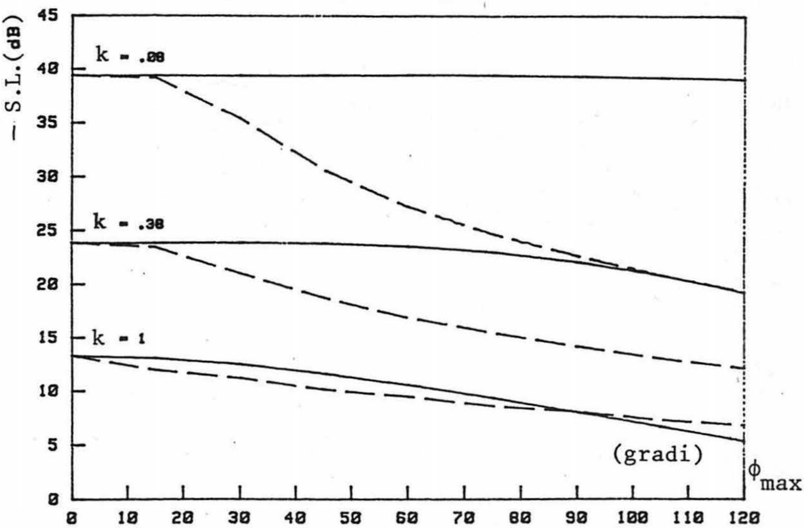


Fig.11.18 - Andamento del rapporto picco lobi laterali al variare dell'errore di fase massimo:
――――――― errore quadratico; ------------ errore cubico

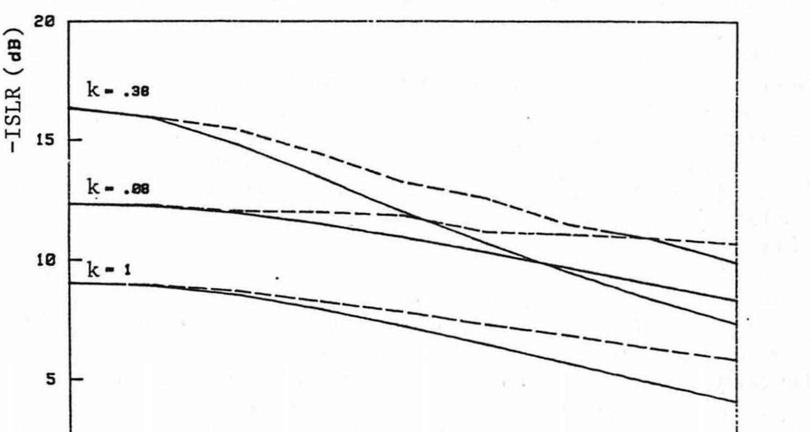


Fig.11.19 - Andamento del rapporto picco lobi integrati al variare dell'errore di fase massimo:
――――――― errore quadratico; ------------ errore cubico

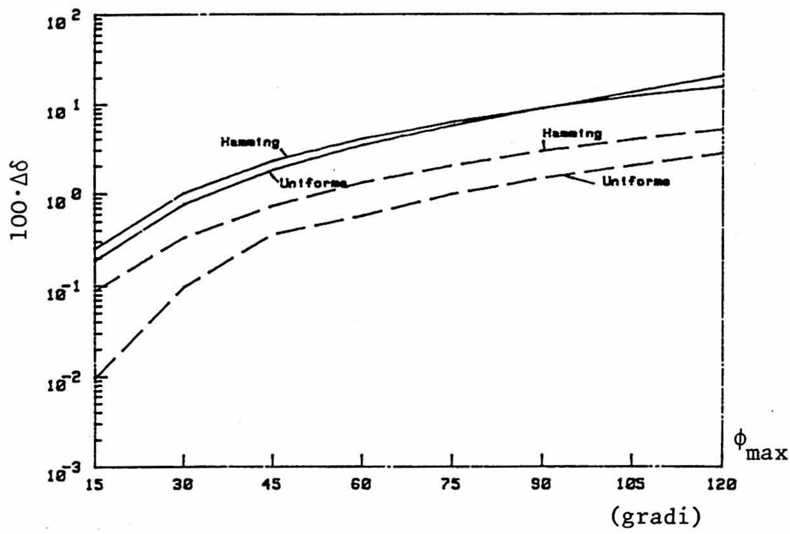


Fig.11.20 - Andamento della degradazione percentuale dell'apertura del lobo principale per effetto di errori di fase massimo:
———————— errore quadratico; ------------ errore cubico

Per comprendere meglio l'effetto di errori di fase quadratici o cubici, nelle figure 11.21-11.24 sono riportati gli esempi di diagramma di radiazione relativi ad un array con N=16 elementi e spaziatura tra gli elementi pari a $\lambda/2$. In ogni figura e' riportato il diagramma non affetto da un errore (tratto pieno) e il diagramma affetto da un errore massimo di 90° (linea tratto-punto). Le prime due figure si riferiscono ad un pesaggio uniforme, le altre due ad un pesaggio di Hamming. Tutti i grafici sono rapportati al valore massimo nel caso ideale dato da N^2.

Si puo' notare come l'errore cubico rende asimmetrico il diagramma di radiazione e produce una traslazione del diagramma stesso. Sempre per quanto riguarda l'errore cubico, nel caso pesato e' evidente l'insorgere di lobi laterali che degradano sensibilmente il valore di S.L.. Il lobo principale invece, a parte la traslazione, non presenta modifiche di forma eccessive, se comparate con quelle introdotte da errori quadratici, il che spiega le minori perdite in risoluzione e ISLR.

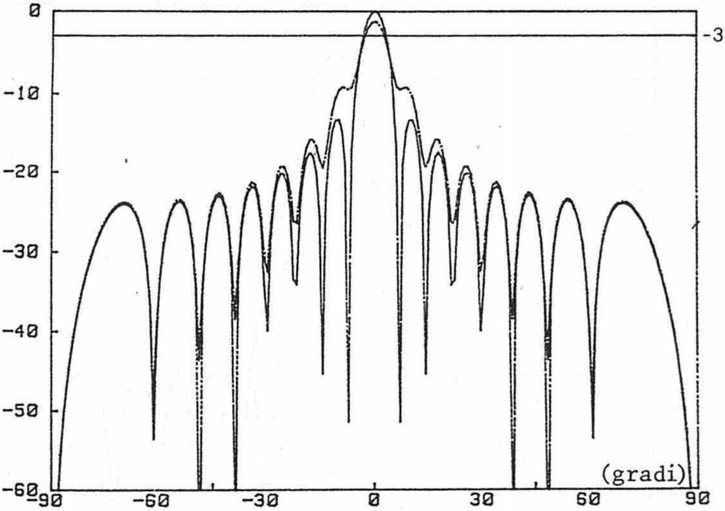


Fig.11.21 - Diagramma di radiazione relativo ad un pesaggio uniforme

——————— diagramma ideale

— · — · — diagramma affetto da errore di fase quadratico (errore massimo=90°).

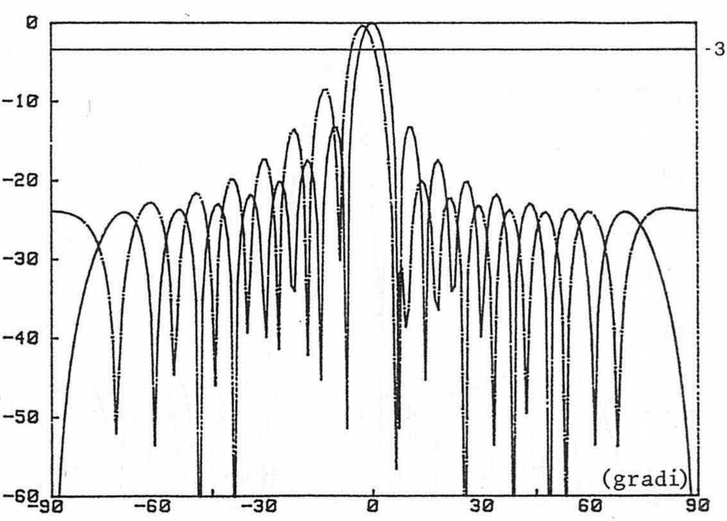


Fig.11.22 - Diagramma di radiazione relativo ad un pesaggio uniforme

——————— diagramma ideale

— · — · — diagramma affetto da errore di fase cubico (errore massimo=90°).

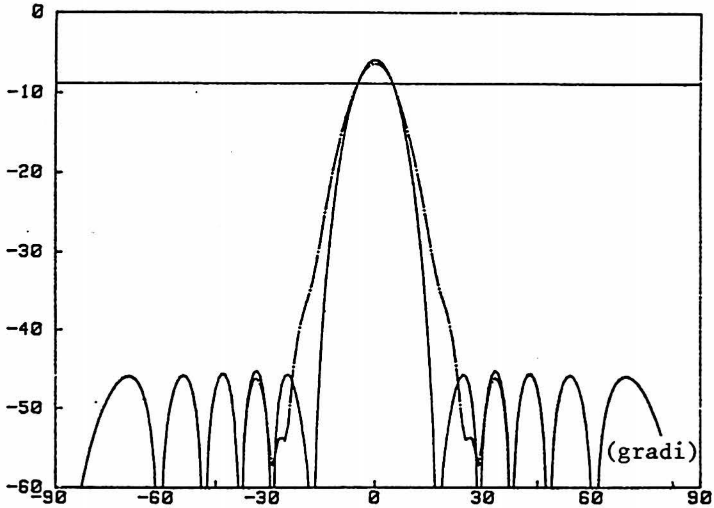


Fig.11.23 - Diagramma di radiazione relativo al pesaggio di Hamming

——————— diagramma ideale

— · — · — diagramma affetto da errore di fase quadratico (errore massimo=90°).

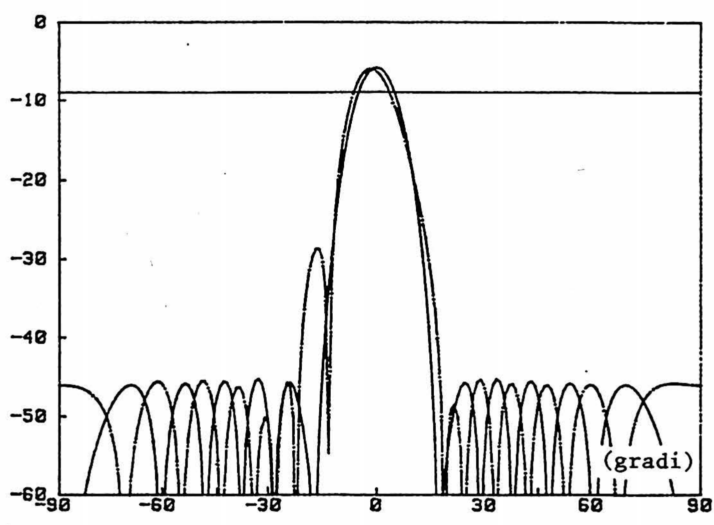


Fig.11.24 - Diagramma di radiazione relativo ad un pesaggio di Hamming

——————— diagramma ideale

— · — · — diagramma affetto da errore di fase cubico (errore massimo=90°).

Converra' osservare che le conclusioni di cui sopra e gli andamenti di cui nelle figg.11.19, 11.20 e 11.21 possono ritenersi sufficientemente significativi e validi e quindi adottabili in fase di progettazione preliminare anche qualora si voglia procedere ad una compressione di un "chirp" in un ricevitore affetto da distorsioni di fasi o anche nella compressione azimutale come avviene nei radar ad apertura sintetica. Naturalmente la validita' specifica dei risultati di cui sopra risiede nella identificazione della (11.30) con la (3.38).

Per quanto concerne un errore di fase di tipo aleatorio e' possibile ricondursi alla analisi di cui a p.401 di [21], introducendo un rettangolo equivalente per determinare la risoluzione, ne viene allora un limite nella perdita di risoluzione in funzione del valore di picco dell'errore come riportato in fig.11.25.

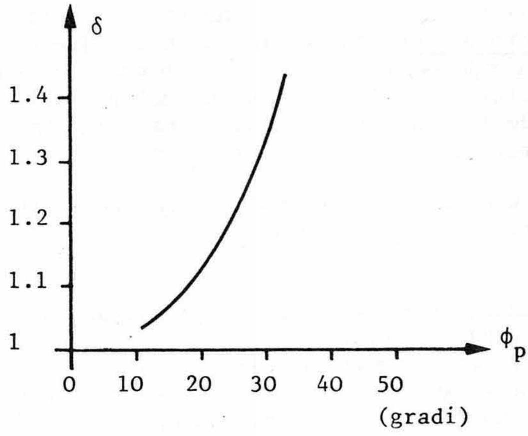


Fig.11.25 - Limite superiore nella perdita di risoluzione per un errore di fase aleatorio con valore di picco ϕ_p.

In conclusione una volta stabiliti i requisiti di sistema in termini di perdita di risoluzione angolare, S.L. e ISLR, una volta determinate le varie possibili distribuzioni degli errori lungo l'array e' possibile definire le specifiche delle varie parti in termini di "matching", di guadagno e di fase, dei vari moduli e di jitter nella temporizzazione.

11.6. Tecnologie implicate nel DBF

Il DBF e' stato adottato negli ultimi anni nei sonar, mentre i requisiti cui si e' fatto cenno di

- alto data rate
- complessita' degli algoritmi
- altissima velocita' di elaborazione

ne hanno sconsigliato l'uso in campo radar negli anni passati.

In realta' in linea di principio e' possibile identificare tre tecnologie emergenti come elementi critici per lo sviluppo dei DBF per i futuri sistemi radar:

. Arseniuro di Gallio per i circuiti integrati monolitici dei ricevitori;

. VLSI (Very Large Scale Integrated circuits) e VHSIC (Very High Speed Integrated Circuits) per realizzare dispositivi con l'altissimo grado di integrazione, bassissima potenza ed altissima velocita' come richiesto nel DBF;

. Fibre ottiche che potranno consentire, per la loro intrinseca larghissima larghezza di banda, di porre in linea la molteplicita' dei segnali come indispensabile per un DBF, consentendo la pratica realizzabilita' dell'insieme, in termini di interconnessioni, volumi...

A fianco di queste tecnologie emergenti in realta' nuove filosofie di studio dovranno essere mese a punto in termini:

- tecniche e metodologie di progettazione
  - per le antenne
  - per i ricevitori RF-digitali
- analisi e realizzazione di architetture per gli elaboratori digitali ("parallel processing")
- algoritmi particolari compatibili con gli elaboratori ad altissima velocita'
  - per la formazione di fasci multipli
  - per l'elaborazione adattiva dei segnali
  - per la rivelazione e l'inseguimento

11.7. I radar a bassa probabilita' di intercettazione (LPI)

Una speciale considerazione per i potenziali sviluppi nel prossimo decennio merita il problema della bassa probabilita' di intercettazione (Low Probability of Intercept: LPI), che e' un problema estremamente sentito in applicazioni militari.

Un ricevitore intercettore usa spesso la tecnica di rivelazione diretta (cristal video) con una larghezza di banda tale da catturare tutte le frequenze di radar di interesse.

La perdita del diodo rivelatore e la sua conseguente scarsa sensibilita' (sensibilita' tangenziale dell'ordine $-55\ dB_m$ per 1 MHz di larghezza di banda (B): $S=k/\sqrt{B}$) implicano che un radar che impieghi un ricevitore ad alta sensibilita' e qualche tecnica di elaborazione (ad es. integrazione coerente degli impulsi) possa avere una scarsa probabilita' di essere intercettato.

Peraltro oggi si tende ad usare, come intercettori, ricevitori sempre piu' sofisticati a basso rumore che fanno tesoro dei progressi della tecnologia a microonde e delle possibili metodologie di elaborazione digitale in particolare

- metodologie a scansione
- ricevitori canalizzati a frequenza intermedia

In particolare l'ottica integrata consente la realizzazione di analizzatori di spettro che consentono una rilevante canalizzazione su una larghezza spettrale dell'ordine del GHz.

Potendo un ricevitore intercettore oggi adattare le proprie caratteristiche di ricezione ed elaborazione al radar da intercettare, il problema di un progettista radar si pone nello scegliere forme d'onda e pattern d'antenna ottimizzati al fine di minimizzare la probabilita' di intercettazione.

La prima forma d'onda cui conviene far riferimento e' senza dubbio il segnale di tipo sinusoidale continuo (CW) che consente, per un certo livello di potenza trasmessa, di inviare la massima energia sul bersaglio in esame.

Naturalmente qualora si vogliano distinguere bersagli a diverse distanze occorrera' operare una codificazione con

- modulazione di frequenza (FM)
- modulazione di rumore (noise modulation)
- modulazione con tecniche digitali pseudo-random

Una particolare tecnica di elaborazione sul ricevitore che poi costituisce un filtro adattato consente di estrarre le richieste informazioni dal bersaglio.

Con i segnali CW la piu' seria limitazione (ben nota) che ne nasce e' l'accoppiamento diretto fra trasmettitore e ricevitore poiche' operano contemporaneamente.

Naturalmente questo accoppiamento (di cui gia' si e' trattato) puo' essere limitato (fino ad un ordine di grandezza di 70-80 dB) separando il ricevitore dal trasmettitore, anche se echi ad es. di clutter (che si presenta di rilevanti dimensioni) possono mascherare completamente il segnale utile.

Se questo segnale proviene da un bersaglio in movimento allora e' possibile sfruttare la corrispondente frequenza doppler per separare il trasmettitore dal ricevitore, in altri termini il ricevitore lavora su una frequenza diversa rispetto a quella del trasmettitore. In questo caso peraltro il segnale dovra' essere comparato con il livello di rumore che naturalmente e' anche sempre presente nella generazione di una forma d'onda, infatti un qualsiasi oscillatore di tipo sinusoidale generera' anche del rumore nella zona contigua in frequenza a quella voluta ed il livello dipendera' dallo scostamento in frequenza. Ad una distanza di 1 MHz dalla frequenza centrale tipicamente e' possibile avere un livello di rumore 80-90 dB sotto la portante se misurato su una banda di 1 kHz. In conclusione per bersagli mobili e' possibile ritenere che le caratteristiche del radar CW dipendono fortemente dalla purezza spettrale del trasmettitore.

L'impiego di segnali CW modulati (ad es. in frequenza) consente anche di sfruttare le singole disposizioni in distanza dei singoli bersagli o zone di riflettivita', naturalmente anche questa separazione e' limitata dai livelli dei lobi laterali inerenti la funzione di correlazione (che puo' essere rivista come segnale di uscita del filtro adattato), che in qualche modo determina l'accoppiamento di bersagli in distanza.

In ogni caso quindi per ottenere radar ad alta sensibilita' (quindi portate superiori a qualche decina di km), conviene rendere inoperativo il trasmettitore nella fase di ricezione e quindi conviene operare con radar ad impulsi.

Il requisito fondamentale di poter disporre di un alto livello di energia sul bersaglio insieme ad un'alta risoluzione, puo' essere ottenuto con lunghi impulsi che vengono correlati attraverso filtri adattati in ricezione, operando quindi una compressione.

Esistera' pertanto una distanza al di sotto della quale

il radar sara' praticamente inoperativo, questa distanza e' determinata dalla lunghezza dell'impulso non compresso (τ), mentre naturalmente le dimensioni dell'impulso compresso (δ) determinano la risoluzione in distanza.

Il requisito sulla minima distanza da voler esaminare vincola il massimo valore di τ, ad es. 1 msec corrisponde a 150 km che puo' essere utilizzato praticamente solo nelle applicazioni spaziali. Naturalmente potranno essere usate diverse forme d'onda per le varie distanze.

Al di la' del puro problema di risoluzione in distanza, considerando il caso che la portata radar sia limitata dal jammer (inteso come rumore) piuttosto che dal rumore del ricevitore, e' possibile dimostrare che la portata stessa cresce con la radice quarta della larghezza di banda del jammer. Pertanto oltre che ottimizzare il radar dal punto di vista selettivita' spaziale e riduzione lobi laterali (problemi generalmente limitati da motivazioni di costo e ingombro), converra' esaminare l'uso di larghe bande.

D'altra parte operare con δ molto piccolo (3 m$\leftrightarrow$20 nsec) implica un grosso costo computazionale (bastera' pensare alla corrispondente frequenza di campionamento ed al numero di celle in distanza) ed il problema dell'elaborazione si complica se durante τ o anche nell'intervallo di interrogazione (PRF) il bersaglio cambia di cella in distanza. Pensando ad es. ad un aereo che voli a 600 m/sec, in 1 msec verra' interessato uno spazio dell'ordine di 0.6 m. Pertanto scendere sotto una decina di nsec e' sempre un notevole problema.

Dalle considerazioni di cui sopra nasce un limite per il <u>rapporto di compressione</u> (o prodotto tempo-larghezza di banda, con ovvio significato dei simboli: $\delta = 1/B$):

$$\frac{\tau}{\delta} = \tau \cdot B$$

che pertanto difficilmente potra' superare l'ordine di grandezza $10^4 \div 10^5$.

Converra' fare un cenno anche al fatto che una limitazione della larghezza di banda e' dovuta al bersaglio, infatti sia la cross-section sia il baricentro corrispondente variano con la frequenza, pertanto e' da ritenere non efficiente operare con B maggiori di qualche centinaio di MHz.

Pertanto, in conclusione, e' da ritenere che i problemi fondamentali inerenti la progettazione di radar LPI risiedono nella scelta

- delle forme d'onda in trasmissione
- nelle frequenze di ripetizione e trasmissione
- nelle logiche di agilita'.

Si e' accennato ai problemi inerenti la necessita' di disporre di larghe bande in trasmissione e sulle prospettive future. La limitazione essenziale risiede oggi non tanto nel generare i segnali a banda larga in quanto esistono antenne e TWT o amplificatori a stato solido che possono operare con segnali dell'ordine del GHz, quanto nelle metodologie e tecnologie di elaborazione.

In merito a questo problema converra' ricordare che l'elaborazione radar potra' essere differita anche se il rate delle informazioni deve rimanere lo stesso, peraltro tempi dell'ordine della PRF ed in ogni caso dell'ordine del msec devono essere intesi come limiti superiori.

Globalmente e' possibile ritenere che la tecnologia e' compatibile oggi con le esigenze attuali e che particolari algoritmi di elaborazione ed eventualmente metodologie di elaborazione ottica potranno consentire un guadagno di elaborazione sul segnale (corrispondente al τB) superiore a 10^5 nei prossimi anni.

Con quanto riportato nelle pagine che precedono si e' voluto unicamente individuare alcune aree che prevedibilmente avranno un consistente sviluppo nei prossimi anni. Ovviamente non si e' inteso coprire tutte le tematiche possibili, ma solo dare un cenno alle problematiche che si ritengono di interesse specifico anche per le implicazioni sulla sistemistica generale e sulla tecnologia degli anni duemila.

Bibliografia

[1] W.BIDDLE: "The real secret of stealth Discover", February 1986, pp.20-31.

[2] "Digital beamforming: new technology for tomorrow's radar", Defense Electronics, October 1984.

[3] D.BARTON: "Digital beamforming for radar", IEE Proc., Vol.127, Part F, No.4, August 1980, pp.266-277.

[4] MONZINGO, MILLER: "Introduction to adaptive array", J.Wiley - Sons, 1980.

[5] S.HAYKIN: "Array signal processing", Prentice-Hall, 1985.

[6] A.C.C.WONG: "Radar digital beamforming", Standard Telecommunication Laboratories, Harlow, Essex, U.K.

[7] Y.OGAWA, K.ITOH: "An LMS adaptive array using a pilot signal", IEEE Trans. AES-21, No.6, November 1985, pp.777-782.

[8] C.R.WARD, A.J.ROBSON, P.J.HARGRAVE, J.G.Mc WHISTER: "Application of a systolic array to adaptive beam-

forming", IEE Proc., Vol.131, Part F, No.6, October 1984, pp.638-645.

[9] R.A.MUCCI: "A comparison of efficient beamforming algorithms", IEEE Trans. ASSP-32, No.3, June 1984, pp. 548-558.

[10] C.M.RADER: "A simple method for sampling in-phase and quadrature components", Trans. AES-20, No.6, November 1984, pp.821-824.

[11] H.SCHNEIDER: "Evaluation of an orthogonal beamforming procedure using real data", IEEE - ICASSP 83, Boston, pp.359-362.

[12] W.M.WATERS, B.R.JARRET: "Bandpass signal sampling and coherent detection", IEEE Trans. AES-18, No.4, November 1082, pp.731-736.

[13] D.W.RICE, K.H.WU: "Quadrature sampling with high dynamic range", IEEE Trans. AES-18, No.4, November 1982, pp.736-739.

[14] F.E.CRURCHILL, G.W.OGAR, B.J.THOMPSON: "The correction of I and Q errors in a coherent processor", IEEE Trans. AES-17, No.1, January 1981.

[15] J.E.HUDSON: "Adaptive array principles", IEE Electromagnetic Waves Series, Peter Peregrinus Ltd., 1981.

[16] E.SWARTZLANDER: "Signal processing for digital beamforming", IEEE 1980, pp.234-238.

[17] H.DREVED, J.ROGER: "Experimental digital beamforming antenna", Military Microwave Conference, London 1980, pp.321-329.

[18] G.PRIDHAM, R.A.MUCCI: "Digital interpolation beamforming for Low-Pass and bandpass signals", Proc. IEEE, Vol.67, No.6, June 1979, pp.904-919.

[19] G.PICARDI, R.SEU: "Maximum Likelihood Estimator to solve tracking radar multipath problems", Int. Conf. on Radar CIE, 1986, pp.865-870.

[20] SCHWARTZ, BENNET, STEIN: "Communication Systems and Techniques", Mc Graw-Hill, 1966.

[21] G.E.COOK, M.BERNFELD: "Radar Signals", Academic Press, 1967.

[22] S.BARBAROSSA: "Errori quadratici e cubici sulla elaborazione di segnali radar" (in corso di pubblicazione).

[23] G.PICARDI et alii: "Studio ed applicazioni di metodi per la formazione di fasci di antenna con tecniche digitali", Conv. Selenia S.p.A. 1-10-86, R.I. Dip. InfoCom, n.001-5-88.

INDICE ANALITICO

1340. *Collana scientifica*

1. D.D. Davies, J. Giovannelli, T. AP Rees, *Biochimica vegetale*
2. Marco Taramasso, *Gas cromatografia*
4. E.E. Coon, P.K. Stumpf, *Lineamenti di biochimica vegetale*
6. Fondazione Carlo Erba, *I vegetali nell'alimentazione umana*
7. D.W. Hutchinson, *Problemi di chimica organica*
9. R. Long, *Polimeri e prodotti intermedi del petrolio*
10. F.P. Bowden, D. Tabor, *Attrito e lubrificazione*
11. Fondazione Carlo Erba, *Standardization in hematology*
12. Hans R. Camenzind, *La progettazione di circuiti per l'elettronica integrata*
13. J.W. Batty, *Ausiliari tessili*
14. Owhen H. Wheeler, *Chimica fisica organica*
15. A.R. Daniels, *Macchine elettriche: principi di funzionamento e caratteristiche*
16. F.G. Shinskey, *Sistemi di controllo automatico degli impianti*
17. Dudley A. Pease, *Teoria e applicazione della fluidica*
18. P.A. Matthews, I.M. Stephenson, *Componenti per microonde*
19. James G. Miller, *La teoria generale dei sistemi viventi*
20. Ornello Rumi, *Lavorazione alle macchine utensili: il rame e le sue leghe*
21. Thomas W. Harrel, *Manuale di psicologia industriale*
22. D. Barba, G. Liuzzo, G. Tagliaferri, *Il problema dell'acqua: la dissalazione per lo sviluppo economico*
23. Marvin D. Dunnette, *La psicologia nella sezlezione del personale*
24. Orlando Cesàri, *La regolazione automatica degli impianti industriali*
25. Windsor C. Cutting, *Manuale di farmacologia*
26. Mauro Flego, *L'impiego del controllo numerico nella produzione meccanica*
27. F.E. Emery (a cura di), *La teoria dei sistemi. Presupposti, caratteristiche e sviluppi del pensiero sistemico*
28. E. Rovere Massarani, *La chimica delle acque*
29. R.H. Cole, J.S. Coles, *Principi fisici della chimica*
30. C. Ciborra, S. Salvini, U. Violano, *Il robot industriale. Caratteristiche tecniche. Problemi di inserimento nel processo produttivo. Applicazioni in Italia e all'estero*
31. Lorenzo Scifoni, *La fisica dei semiconduttori nella tecnologia moderna*
32. Giancarlo Barbiroli, *Lineamenti di una politica energetica. Uno studio tecnico ed economico dei momenti evolutivi di un sistema energetico programmato*
33. Ente Italiano della Moda, *Le misure antropometriche della popolazione italiana. L'abbigliamento delle classi giovani dai 6 ai 19 anni*
34. Enzo H. Knoepfel, *Il problema dell'energia*
35. Imhoff K. e K.R., *Manuale del trattamento delle acque di scarico*
36. V.R. Williams, W.L. Mattice, H.B. Williams, *Fondamenti di chimica fisica per le scienze della vita*
37. Paolo Bisogno, *Teoria della documentazione*
38. Fast - Federazione delle Associazioni Scientifiche e Tecniche, *Per una*

politica di innovazione tecnologica nell'abitare in Italia. La tua casa — il nostro ambiente

39. Gianfranco Ferrari, *Ricerca scientifica e paradossi*
40. Luigi Verde, Sergio Moreno (a cura di), *Il convogliamento degli scarichi di emergenza nell'industria chimica*
41. C. Contardi, M. Gay, A. Ghisotti, R. Robasto, G. Tabasso, *Guida tecnica sui trattamenti delle acque. Tecniche di trattamento dei reflui, sistemi di depurazione e di smaltimento*
42. Andrea Tocchetti, *Infrastrutture e impianti aeroportuali*
43. R. Pozzi, C. Sorlini, E. Vaghi (a cura di), *Il disinquinamento dell'ambiente. Atti del convegno di Varese ecologia 25-26 marzo 1982, Villa Ponti*
44. Gabriele Milanesi (a cura di), *Le biotecnologie in Italia*
45. Guido Tagliaferri, *Storia della fisica quantistica. Dalle origini alla meccanica ondulatoria*
46. Giorgio Gilli, Giovanni Corrao, Enzo Scursatone, *Inquinamento atmosferico e salute. Strategie per la sorveglianza ambientale, biologica ed epidemiologica*
47. Fast - Federazione delle Associazioni Scientifiche, *Gli indicatori ambientali: valori, metri e strumenti nello studio dell'impatto ambientale*
48. A. Di Meo, L. Bullini, *Ecologia: dalla ricerca al progetto*
49. Roberto Marchetti, *L'eutrofizzazione. Un processo degenerativo delle acque*
50. Tommaso D'Alessio, G. Meucci, R. Somma, *I metodi dell'affidabilità. Teorie, strumenti ed applicazioni per l'analisi dell'affidabilità di componenti e sistemi*
51. Giovanni Picardi, *Elaborazione del segnale radar. Metodologie e applicazioni*

Serie di matematica e fisica per lo studio dei sistemi viventi, diretta da Gianpaolo Bellini

1. Massimo Basagni, Paola Beggi, *Istituzioni di matematica per le scienze biologiche mediche e naturali*
2. D.C. Spanner, *Introduzione alla termodinamica*

Serie di scienza dei materiali

1. Charles O. Smith, *Scienza dei materiali*

Stampa Tipomonza
Viale Monza, 126 - Milano